

НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ  
ПЛАЗМА

УДК 537.528

## К ВОПРОСУ О ФОРМИРОВАНИИ ТОКА МОЛНИИ

© 2023 г. Э. М. Базелян<sup>а,\*</sup><sup>а</sup>Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

\*e-mail: edwardbazelyan@mail.ru

Поступила в редакцию 22.08.2023 г.

После доработки 10.09.2023 г.

Принята к публикации 14.09.2023 г.

На основании биполярной модели развития молнии рассмотрена зависимость потенциала, доставляемого к земле каналом нисходящего лидера. Показана сильная зависимость этого параметра от места старта молнии и от траекторий формирования ее разнополярных лидеров. Установлено, что основной причиной изменения потенциала является не потеря напряжения в канале молнии конечной проводимости, а его поляризация в электрическом поле грозового облака. Выполнена оценка диапазона вариации потенциала канала идеальной проводимости в зависимости от места старта и траектории молнии при неизменном заряде дипольной грозовой ячейки. Показано, что для вариации тока молнии в пределах двух порядков величины достаточно лишь двукратного изменения заряда грозовой ячейки. Установлено предпочтительное место старта молнии, восходящий лидер которой способен проникнуть в верхние слои тропосферы, превратившись в голубого джета.

*Ключевые слова:* молния, биполярная модель разряда, нисходящий лидер, восходящий лидер, потенциал канала, ток молнии, скорость роста лидеров, заряд грозовой ячейки

DOI: 10.31857/S0367292123601108, EDN: FZBKWH

## ВВЕДЕНИЕ

Ток молнии – наиболее опасный поражающий фактор атмосферного электричества. Он определяет величину перенапряжений в силовых электрических цепях (грозовые перенапряжения), уровень электромагнитных наводок в цепях микроэлектроники, напряжения шага и прикосновения, что наиболее часто приводят к поражению людей и животных в грозовой обстановке. Накопленная статистика прямых осциллографических регистраций токов молнии [1] демонстрирует исключительно широкий диапазон их вариации. Даже в неизменных орографических условиях он занимает не менее двух порядков величины. Трудно себе представить, что основной причиной вариации тока в столь широких пределах является электрический заряд грозовой ячейки или высота ее расположения над земной поверхностью. Оба этих фактора варьируют в существенно меньших пределах [2]. Более значимым может быть вариация места рождения молнии и траектория ее полета к поверхности земли. В этом отношении особого внимания заслуживает гипотеза [3] о биполярном развитии молнии от места своего старта.

В основе гипотезы лежит представление о том, что грозовая ячейка не может быть уподоблена металлическому электроду лабораторного источника высокого напряжения, что в состоянии под-

держивать (с учетом потери проводимости на уже сформированном канале) свой потенциал у голловки формирующегося от него лидера нисходящей молнии. Заряд грозовой ячейки распределен по многочисленным гидрометеорам, изолированным друг от друга. Канал молнии, даже стартовавший в объеме заряженной грозовой ячейки, гальванической связи с массой ее заряда не имеет. Равно как нет ее во время развития и с поверхностью земли. Фактически канал молнии изолирован от источника электрического поля. Ее формирование в подобных условиях возможно только при сохранении баланса заряда (в идеале нулевого). Это требует обязательного взаимосвязанного зарождения и роста в противоположных направлениях из области старта двух разнополярных лидерных каналов.

Компьютерное воспроизводство модели биполярного развития молнии показало, что потенциал, доставленный ей к поверхности земли, не определяется однозначно потенциалом места ее старта, но зависит от траектории распространения лидеров [4, 5]. Принципиально важно, что причиной изменения потенциала является отнюдь не проводимость канала. Эффект проявляется даже при идеально проводящем канале, когда поляризованный проводник приобретает средний потенциал пространства по пути своего размещения [6]. Следствием этого является зави-

симость потенциала, доставляемого молнией к земле, от траектории ее полета [7].

Задача, решаемая в статье, должна ответить на вопрос о количественных пределах изменений потенциала, доставляемого к поверхности земли нисходящим каналом молнии в зависимости от места ее старта, а также от траектории развития. Тем самым будет установлена физическая причина исключительно широких пределов вариации тока молнии. При этом будет разрешен и вопрос об оценке фактического предела вариации заряда грозовой ячейки в грозах различной интенсивности, что в дальнейшем позволит оценить возможные пределы экранирования электрического поля на земной поверхности зарядом ультракороны от локальных неоднородностей на ней. Теоретически важным вопросом является установка реально возможных мест старта молнии, которые могут располагаться не только в объеме грозовой ячейки, заполненной электрическим зарядом, но и в ее ближайшей окрестности. Последнее может способствовать прояснению вопроса о механизме зарождения проводящего образования, локально усиливающего электрическое поле атмосферы как минимум до порога ионизации. Практическая значимость перечисленных задач не вызывает сомнений, поскольку потенциал, доставляемый к земле, определяет начальные условия процесса перезарядки канала, предопределяющего ток молнии. Самостоятельной проблемой является вопрос о формировании сопутствующего восходящего лидера молнии, который в определенных условиях может покинуть плотные слои тропосферы, превратившись тем самым в голубого джета [8].

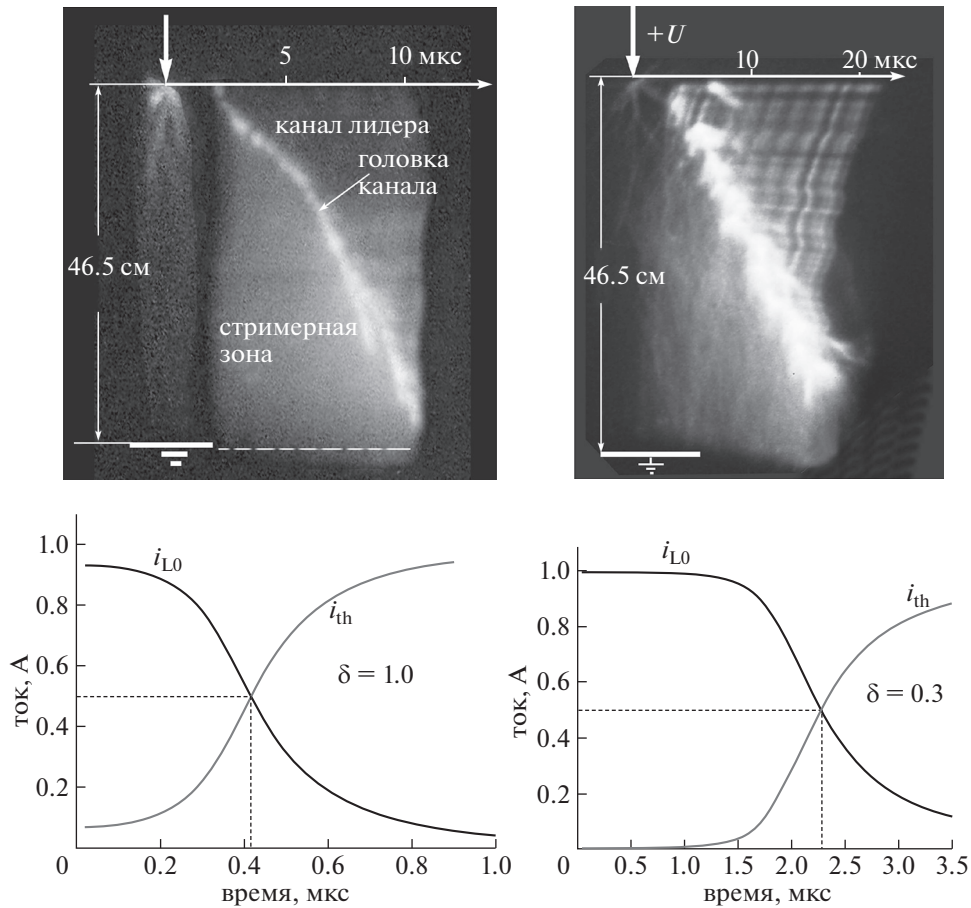
## 1. РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ

Чтобы анализировать явление в чистом виде, компьютерное моделирование в статье выполнено для идеально проводящего плазменного канала, приобретающего одинаковый потенциал по своей длине в результате поляризации в электрическом поле грозовой ячейки. Принято, что нисходящий и восходящий лидеры молнии формируются строго вертикально, что соответствует условию транспортировки к земле максимального потенциала. Последнее важно для разрешения основной задачи работы, которая заключается в количественной оценке возможного диапазона вариации тока молнии именно за счет случайного изменения места ее старта при неизменном значении заряда грозовой ячейки. Грозная ячейка традиционно предполагается биполярной. Ее нижний отрицательно заряженный центр в численном моделировании располагался на высоте 3000 м над уровнем земли (средняя высота для территории РФ), имел радиус 500 м с равномерным распределением электрического заряда по

объему. Соосный верхний положительный заряженный центр того же радиуса был поднят на высоту 6000 м. При заряде по 13.3 Кл такая грозная ячейка создает электрическое поле около 20 кВ/м на плоской поверхности земли в отсутствие заряда короны от находящихся там локальных неоднородностей (достаточно типичные условия в грозовой обстановке над водной поверхностью). Предполагается, что молния стартует от некоторого “затравочного” проводящего элемента, локально усиливающего электрическое поле у своих концов. Иной возможности не предвидится, поскольку электрическое поле внутри грозной ячейки и в ее ближайшей окрестности многократно меньше порога ионизации. Природа образования такого элемента в статье не рассматривается. Например, его причиной может быть поток космического излучения, рассмотренный в гипотезе [9]. Предварительно в наших расчетах было показано, что размеры затравочного электрода в метровом диапазоне длин мало влияют на результаты численного моделирования.

Принципиальным вопросом является скорость развития биполярных лидеров, которую определяет разность потенциалов  $\Delta U_1$  поляризованного канала молнии и поля грозной ячейки в местах текущего расположения головок нисходящего и восходящего лидеров. Здесь особую значимость приобретает проблема зависимости этой скорости от плотности воздуха, которая снижается до 0.3 атм уже на высоте около 10 км. Исследования развития многометровой искры в природных условиях, к сожалению, выполнены на высоте не более 3.5 км, где плотность воздуха еще не слишком значительно отличалась от нормальной и изменение скорости роста лидера там не было заметно [10]. В исследованиях в барокамере при длине разрядного промежутка стержень-плоскость до 0.5 м влияние давления воздуха также не обнаружено [11]. Этому может быть дано достаточно убедительное объяснение, основанное на результатах численного моделирования процесса шнуrowания канала в области лидерной головки в процессе развития перегретой неустойчивости.

Об изменении размера головки канала лидера при снижении плотности воздуха можно судить по фоторазверткам из [12] на рис. 1. Там же показаны результаты компьютерного расчета времени шнуrowания тока в головке. Оба этих параметра меняются в зависимости от плотности воздуха примерно в равной степени, что и сохраняет скорость. Определяемая отношением диаметра головки ко времени шнуrowания тока, она практически не меняется по крайней мере до относительной плотности воздуха 0.3. Это дает основания моделировать процесс роста биполярных лидеров по крайней мере до высоты вплоть до 10 км без учета зависимости их скорости от плотности воздуха. Во всех компьютерных расче-



**Рис. 1.** К обоснованию постоянства скорости лидеров при изменении их высоты в тропосфере. На графиках развития перегретой неустойчивости  $i_{L0}$  – ток в головке канала,  $i_{th}$  – ток в перегретой области.

тах по аналогии с [5] различные по величинам скорости нисходящего и восходящего лидеров оценивались по эмпирической формуле

$$v_L = a(\Delta U_t)^{1/2}, \quad a = 15 \text{ м(с В}^{1/2})^{-1} \quad (1)$$

Следует отметить, что значение параметра  $a$  в выражении (1) практически не влияет на результаты численного моделирования, если их искомыми результатами являются только длины лидерных каналов и поставляемый ими потенциал.

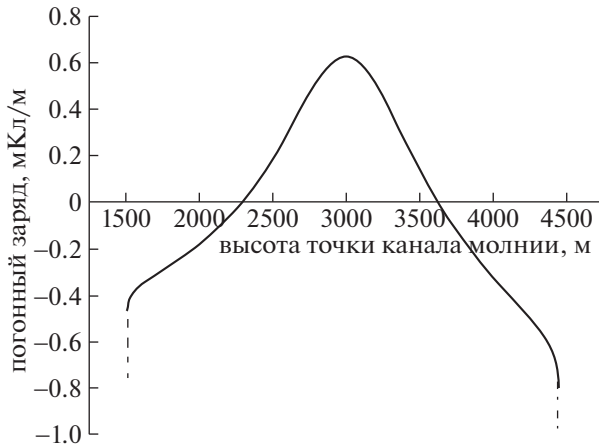
Для определения параметров лидеров на каждом временном шаге расчета каждый из них разбивается на расчетные отрезки с адаптивным шагом, увеличивающим свою длину от головки к месту изменения полярности заряда. Для каждого отрезка записывается однотипное уравнение, связывающее их собственные заряды и заряды грозовой ячейки облака

$$\sum_{k=1}^N \alpha_{mk} j_k + U_m = U(t), \quad (2)$$

где  $U(t)$  – искомый потенциал канала молнии в момент времени  $t$ .  $\alpha_{mk}$  – потенциальный коэффициент, связывающий погонный заряд отрезка  $j_k$  с потенциалом отрезка  $m$ ,  $U_m$  – потенциал отрезка  $m$  от заданного заряда грозовой ячейки. При разумном адаптивном шаге и типичной высоте размещения зарядов грозовой ячейки процесс описывается системой порядка 1000 уравнений, которая легко доступна решению. Расчетные данные, представленные в этой статье получены при минимальном расчетном шаге 0.1 м, который нарастает от головки к точке перемены полярности погонного заряда канала до величины 15 м.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В представленных расчетах предполагалось, что молния стартовала от идеально проводящего электрода длиной 10 м и радиусом 0.1 м при заряде нижней грозовой ячейки –13.3 Кл. В рассматриваемой безэлектродной системе до контакта молнии с землей суммарный заряд поляризован-



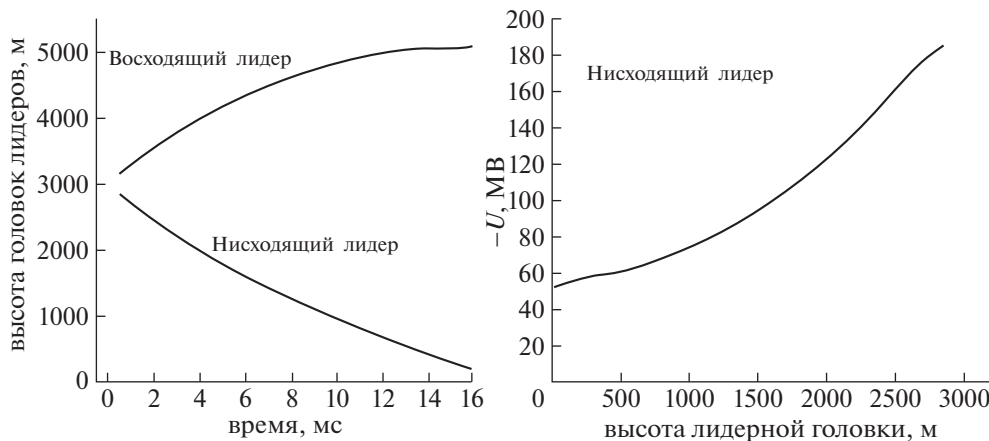
**Рис. 2.** Распределение погонной плотности заряда по каналу молнии в момент времени, когда головка ее нисходящего лидера опустилась до высоты 1500 м, а головка восходящего поднялась до 4440 м. Лидер стартовал с высоты 3000 м при горизонтальном смещении 510 м относительно оси диполя с зарядом по 13.3 Кл равномерно размещенном в грозовой ячейке радиусом 500 м.

ного канала не изменялся и тождественно равнялся нулю. О качестве выполнения этого условия можно судить по расчетным данным рис. 2, где представлено распределение погонного заряда по длине канала молнии в момент времени, когда ее нисходящий лидер опустился из точки старта 3000 м до высоты 1500 м. Интегрирование показало, что суммарный заряд канала составил приблизительно 1% суммы модулей заряда поляризации — результат достаточно высокой точности для элементарной расчетной модели, что использована в работе.

Типичные результаты компьютерного моделирования на рис. 3 и 4 позволяют судить о степени зависимости характера распространения лидерных каналов и транспортируемого ими потенциала от места старта молнии, которое располагалось на расстоянии 510 м в горизонтальном направлении от центра грозовых ячеек радиусом 500 м. Направление развития каналов принято строго вертикальным. Расчетные данные на рис. 3 характеризуют процесс при размещении иницирующего электрода на высоте 3000 м, что соответствует высоте центра отрицательной заряженной ячейки. Можно видеть, что нисходящий лидер, стартовав в точке с потенциалом около  $-190$  МВ, продвигается к земле с медленно снижающейся скоростью и касается ее примерно через 17 мс, доставив на своем канале потенциал  $-52$  МВ. При этом восходящий лидер теряет свою скорость практически до нуля, останавливаясь на высоте около 5000 м.

Условия компьютерного моделирования на рис. 4 отличаются только высотой размещения иницирующего электрода, увеличенной до 4000 м. Теперь молния стартует в точке с потенциалом около  $-43$  МВ. По мере ее движения потенциал канала достигает  $-84$  МВ, а затем снижается по абсолютной величине до нуля и даже меняет свою полярность. Теперь нисходящий лидер теряет свою скорость в значительно большей степени. Время его полета до земли практически удваивается, а восходящий лидер, проникнув в пространство с положительным потенциалом, напротив увеличивает скорость.

Расчетные данные на рис. 5 демонстрируют распространение молнии, стартовавшей от затравочного электрода, размещенного на высоте 6000 м, напротив центра положительного заряда грозовой ячейки. Это создает проблему для раз-



**Рис. 3.** Распространение биполярных лидеров в дипольной модели грозовой ячейки радиусом 500 м с зарядом  $-13.3$  Кл при высоте точки старта молнии 3000 м и радиальном смещении 510 м относительно вертикальной оси диполя.

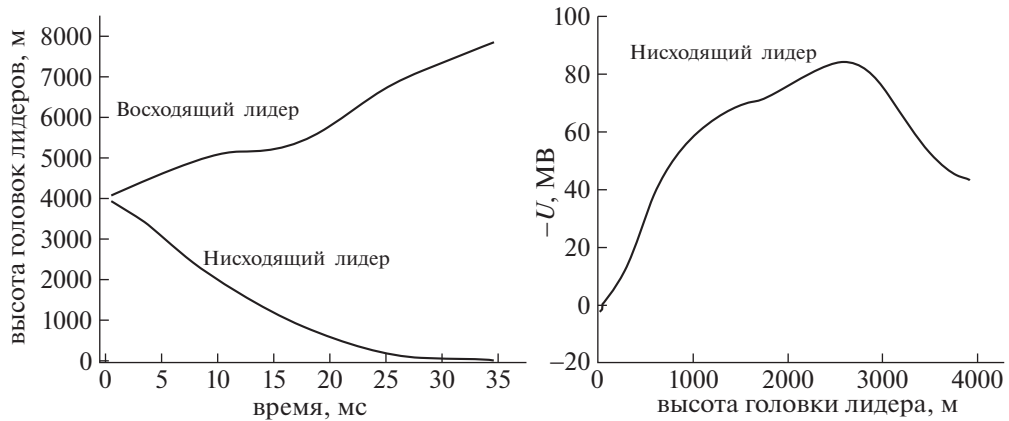


Рис. 4. Распространение биполярных лидеров при увеличении высоты старта молнии до 4000 м; остальные условия расчета аналогичны указанным на рис. 3.

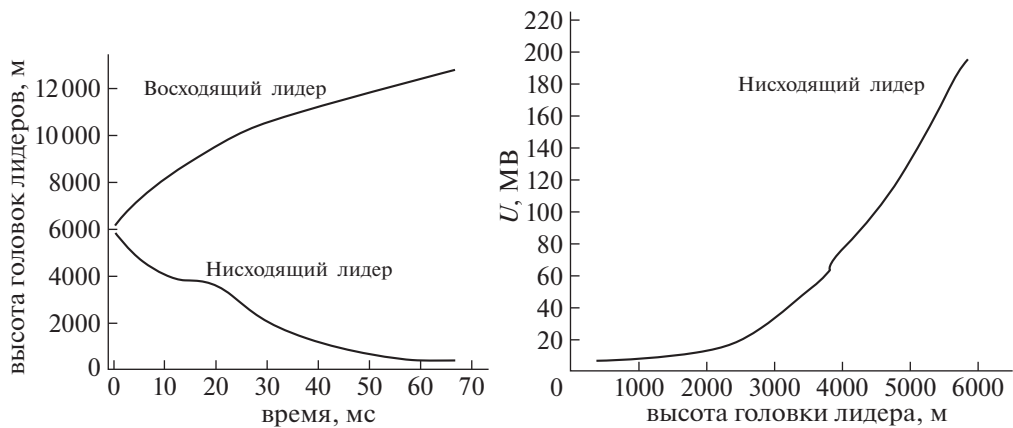


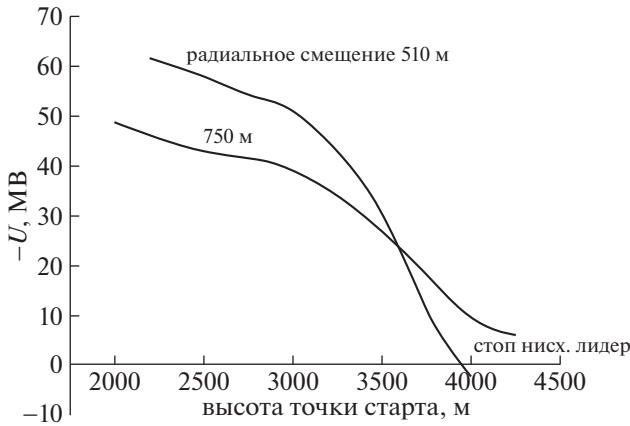
Рис. 5. Распространение биполярных лидеров при увеличении высоты старта молнии до 6000 м; остальные условия расчета аналогичны указанным на рис. 3.

вития нисходящего лидера. Стартовав в точке с положительным потенциалом около 190 МВ, он движется с быстрой потерей скорости и, так и не достигнув земли, останавливается на высоте около 400 м от ее поверхности при положительном потенциале канала 6.6 МВ. При этом восходящий лидер достигнув высоты 12000 м, продолжает подъем с практически постоянной скоростью, явно имея шанс превратиться в голубого джета.

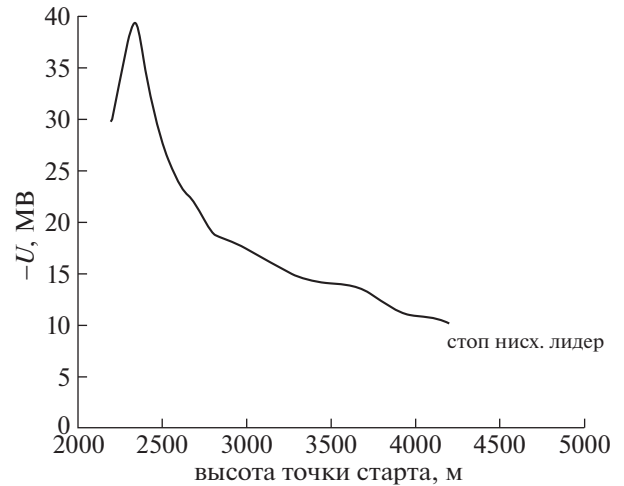
Полезно еще раз подчеркнуть, что в расчетной модели рассматривается идеально проводящий канал молнии. Поэтому все принципиальные изменения параметров ее развития предопределяются только последствиями поляризации канала в электрическом поле грозовой ячейки. Они зависят от места старта молнии и траекторий движения ее нисходящего и восходящего лидеров. В этом отношении наибольший интерес представляет потенциал, который доставляется к земле или к заземленному сооружению нисходящим

лидером. Именно он определяет начальные условия распространения волны главной стадии, формирующей амплитуду и временные параметры тока молнии.

Расчетные кривые на рис. 6 демонстрируют зависимость от высоты точки старта потенциала, доставленного к земле каналом молнии, стартовавшей с радиальным смещением 510 и 750 м от заряженной грозовой ячейки радиусом 500 м. Нисходящий и восходящий лидеры молнии формировались строго вертикально и проходили по пространству, свободному от объемного заряда облака. Заряд грозовой ячейки принят равным – 13.3 Кл. Высоты заряженных облачных центров равнялись 3000 и 6000 м. В этих достаточно типичных условиях отрицательный потенциал, доставляемый к земле, снижался по абсолютной величине от 50–65 МВ при высоте точки старта 2000 м практически до нуля при высоте 4000 м и был даже в состоянии изменить свою полярность.



**Рис. 6.** Изменение потенциала, доставляемого к земле нисходящим лидером, в зависимости от высоты точки старта молнии в условиях расчета, аналогичных указанным на рис. 3.



**Рис. 7.** Изменение потенциала, доставляемого к земле нисходящим лидером, в зависимости от высоты точки старта молнии при распространении ее лидеров по вертикальной оси грозовой ячейки с параметрами, указанными на рис. 3.

Тенденция сохранялась и при распространении молнии через равномерно заряженную ячейку тех же параметров, когда каналы молнии прорастали строго по ее вертикальной оси (рис. 7). Здесь максимальный потенциал, доставленный к поверхности земли, по абсолютной величине был близок к 40 МВ, а в случае старта молнии на высоте более 4250 м нисходящий лидер прекращал свое развитие так и не достигнув земли, когда потенциал его канала сравнивался с потенциалом грозовой ячейки в месте расположения головки нисходящего лидера.

Таким образом, при неизменном электрическом поле грозовых ячеек, в зависимости от положения места возбуждения молнии она способна доставить потенциал, меняющийся практически от нуля до нескольких десятков мегавольт. Закономерен вопрос, к какой вариации тока молнии могут привести подобные изменения потенциала.

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как известно ток молнии формируется в процессе развития ее главной стадии (return stroke в английской терминологии), которую характеризует процесс нейтрализации заряда лидеров молнии после контакта ее канала с землей. Для грубой упрощенной оценки связи тока молнии с потенциалом, доставленным к земле, можно использовать расчетную модель, в которой главная стадия представляется как волновой процесс, аналогичный перезарядке длинной линии с распределенными параметрами [5]. Волны тока и напряжения стартуют от точки контакта нисходящего лидера с поверхностью земли или наземного сооружения. Для описания волнового процесса используется система уравнений, характеризую-

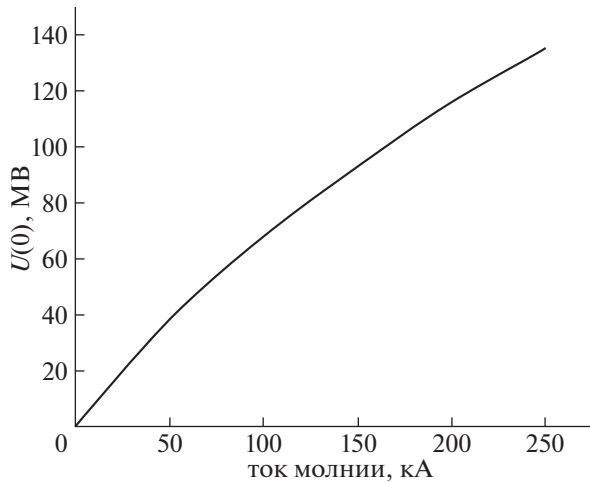
щих изменение тока во времени  $t$  и по длине каналов  $z$

$$-\frac{\partial u}{\partial z} = L \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{i}{G(i, t)}; \quad -\frac{\partial i}{\partial z} = C \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (3)$$

В [5] дано численное решение системы в элементарном приближении. Предполагается, что величины погонной емкости  $C$  и погонной индуктивности  $L$  не меняются вдоль всего канала, а его погонная проводимость  $G$  является сильной функцией тока и времени его существования в данном отрезке лидера. Для определения начальных условий принято во внимание, что по лабораторным измерениям и теоретическим оценкам участок канала длиной искры с временем жизни порядка 1 мс и больше мало отличается от канала стационарной дуги [13]. Ориентируясь в первом приближении на ток лидера порядка  $10^2$  А, электрическое поле в канале можно принять равным  $\sim 1000$  В/м, что соответствует начальной погонной проводимости канала  $G(0) \sim 0.1$  м/Ом. По мере разогрева газа его проводимость многократно нарастает.

Процесс нагрева достаточно инерционен. По численным расчетам и лабораторным экспериментам с короткими искровыми промежутками он занимает десятки микросекунд, а при остывании плазмы — сотни микросекунд [14]. В [5] динамика изменения погонной проводимости в первом приближении оценивалась уравнением релаксационного типа:

$$\frac{dG}{dt} = \frac{G_{st}(i) - G(t)}{T_{term}}, \quad (4)$$

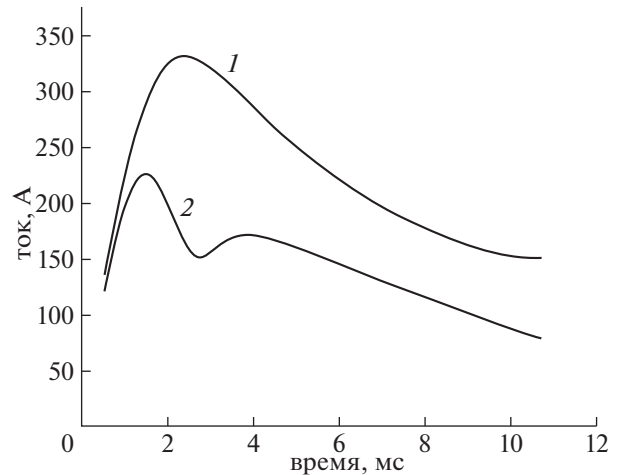


**Рис. 8.** Расчетное значение потенциала нисходящего лидера, достаточного для формирования тока молнии заданной величины.

где  $G_{st}(i) = i/E_L$  — установившееся значение погонной проводимости канала при токе  $i$ , которое для токов порядка 100 А можно найти по стационарному полю в канале  $E_L \approx 1000$  В/м,  $G(t)$  — текущее значение проводимости в момент времени  $t$ , а  $T_{term}$  — постоянная времени, характеризующая процесс изменения проводимости. Опираясь на лабораторные эксперименты, в расчете [15] следом за [6] принято  $T_{term} = 40$  мкс для разогрева плазмы нарастающим током и  $T_{term} = 200$  мкс для ее остывания.

В целом перечисленные допущения не противоречат принципиально и задаче о качественной связи тока молнии с потенциалом  $U(0)$ , доставленным к земле нисходящим лидером молнии. Результат численного решения, заимствованный из [15], представлен на рис. 8.

Чтобы охватить весь диапазон токов молнии от 2 до 200 кА, нормированный СИГРЭ по результатам прямых осциллографических измерений [1], потенциал канала молнии должен варьировать едва ли не от нуля до 120 МВ. Результаты компьютерного моделирования, выполненные при заряде грозовой ячейки  $\sim 13$  Кл, показали, что по крайней мере половина этого диапазона вообще не нуждается в изменении заряда грозовой ячейки и может быть обусловлена исключительно за счет случайной вариации места старта молнии и траектории движения ее разнополярных лидеров. В подобной ситуации для обеспечения всего наблюдаемого диапазона токов в пределах двух порядков величины столь же значительного изменения заряда грозовой ячейки естественно не требуется. Достаточно увеличить его всего лишь вдвое, доведя приблизительно до 25–27 Кл. Все



**Рис. 9.** Динамика изменения во времени тока в канале нисходящего лидера при развитии молнии в дипольной модели грозовой ячейки с зарядом  $-25$  Кл. 1 — Ток в головке нисходящего канала, вычисленный с запаздыванием на 50 мкс. 2 — Ток нисходящего лидера через место перемены полярности заряда поляризации.

остальное может быть обеспечено благодаря вариации места старта молнии и ее траектории.

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что в настоящей статье расчетная модель поляризации канала молнии строилась на представлении о его идеальной проводимости. Однако погрешность подобного упрощения вряд ли может быть принципиальной. Лидер нисходящей молнии развивается при достаточно сильном токе, величина которого может превысить 100 А. Например при заряде биполярной грозовой ячейки по 25 Кл, ток в головке нисходящего канала, равный

$$I_{tip} = j_{tip} v_L \tag{5}$$

при погонном заряде в области головки  $j_{tip} \approx 4-5$  мКл/м и скорости лидера  $v_L \approx 2 \times 10^5$  м/с достигает 1000 А. Однако не он определяет газовую температуру канала, а следовательно и его проводимость. Уже через  $\sim 50$  мкс ток в месте бывшего расположения головки снижается по крайней мере пятикратно (рис. 9), не успевая поднять газовую температуру до установившегося значения. К счастью дальнейшее снижение тока происходит несопоставимо медленнее. В результате ток через область перемены знака заряда поляризации канала не принципиально отличается от тока в его головной части (рис. 8). В рассматриваемых здесь условиях он удерживается на уровне порядка 100 А практически в течение всего времени полета молнии от точки старта до земли. При таком токе реальное падение напряжения на всей длине нисходящего лидера длиной в 3000 м не превысит

нескольких мегавольт — величина не слишком весомая по сравнению с потенциалом в десятки мегавольт, предельно поставляемым к земле.

Восходящий лидер молнии заслуживает внимания в связи с природой голубых джетов, способных проникать на высоту в десятки километров. Результаты численного моделирования в рамках дипольной модели грозовой ячейки показали, что его активное формирование возможно в случае зарождения молнии выше границы нулевого потенциала облачного диполя (см. рис. 5). В этих условиях восходящий лидер не испытывает задержек и способен продолжать свое движение вверх даже при полной остановке нисходящего лидера на высоте около 400 м над уровнем земли. Препятствием к анализу его дальнейшего распространения может служить только зависимость скорости от плотности воздуха. В настоящее время о подобной зависимости нет достоверной информации

#### 4. ВЫВОДЫ

1. Потенциал, доставляемый к земле каналом нисходящего лидера молнии, в значительной степени зависит от места ее старта и траектории развития. Основной причиной этой зависимости является не падение напряжения в канале лидера от его тока, а поляризация канала, образованного биполярными нисходящим и восходящим лидерами, формирующимися в противоположных направлениях от места зарождения молнии.

2. Диапазон изменения этого потенциала за счет процесса, обозначенного в п. 1, при дипольной модели грозовой ячейки типичных размеров с зарядом, возбуждающим у земли в отсутствие короны электрическое поле  $\sim 20$  кВ/м, варьирует в пределах 0–65 МВ, и в состоянии изменить свою полярность.

3. Вариация тока молнии в пределах двух порядков величины, регистрируемая в полевых условиях, не требует столь же значительного изменения заряда грозовой ячейки и может быть обеспечена всего двукратной вариацией ее заряда.

4. Наиболее благоприятные условия развития восходящего лидера молнии соответствуют месту ее зарождения выше границы нулевого потенциала облачного диполя. В подобных условиях восходящий лидер способен продолжать свое продвижение в верхние слои тропосферы (становясь голубым джетом) даже при полном торможении нисходящего лидера.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. CIGRE 549 Lightning Parameters for Engineering Applications 2013 Working Group C4.07.
2. *Rakov V.A., Uman M.A.* Lightning Physics and Effects. Cambridg Univ. Press. 2003.
3. *Kasemir H.W.* // J. Geophys. Res. 1960. P. 1873.
4. *Mazur V., Ruhnke L.H.* // 1998 J. Geophys. Res. 1998. V. 103. № D18. P. 23299–23308.
5. *Базелян Э.М., Райзер Ю.П.* Физика молнии и молниезащиты. М.: Физматлит. 2001.
6. *Гринберг Г.А.* Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. 1948. Изд. АН СССР, 728 с.
7. *Aleksandrov N.L., Bazelyan E.M., Raizer Yu.P.* // Atm. Res. 2005. V. 76. P. 307–329.
8. *Raizer Y.P., Milikh G.M., Shneider M.N.* // J. of Geoph. Res. 2010. V. 115. A00E42.
9. *Гуревич А.В., Зыбин К.П.* // УФН 2001. Т. 171. № 11. С. 1177–1199.
10. *Базелян Э.М., Валамат Заде Т.Г., Шкилев А.В.* // Изв. АН СССР Энергетика и транспорт. 1975. Т. 13. С. 149
11. *Александров Д.С., Базелян Э.М., Бекжанов Б.И.* // Изв. АН СССР Энергетика и транспорт. 1984. № 2. С. 120–127.
12. *Bazelyan E.M., Raizer Yu.P., Aleksandrov N.L.* // J. Phys. D. Appl. Phys. 2007. V. 40. P. 4133–4144.
13. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука. 1992, 533 с.
14. *Тихомиров С.В.* В кн. Пробой газовой изоляции высокого напряжения. 1978. М.: Труды ЭНИН. С. 42–51.
15. *Базелян Э.М.* // Физика плазмы. 2019. Т. 45. № 3. С. 274.