

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТЕЧЕНИЯ В ВАКУУМ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ СТРУЙ

© 2023 г. Е. М. Урвачев<sup>a,b,c,d,\*</sup>, Т. В. Лосева<sup>a,b</sup>, А. Н. Ляхов<sup>a,b</sup>, Ю. И. Зецер<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия

<sup>b</sup>Институт динамики геосфер им. ак. М.А. Садовского, РАН, Москва, Россия

<sup>c</sup>НИЦ “Курчатовский институт”, Москва, Россия

<sup>d</sup>Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

\*e-mail: [urvachevyegor@gmail.com](mailto:urvachevyegor@gmail.com)

Поступила в редакцию 01.09.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 16.09.2023 г.

Представлены результаты численного трехмерного моделирования динамики высокоскоростных струй алюминиевой плазмы при их инъекции в сильно разреженную ионосферу Земли, которую можно считать вакуумом. Приведено описание модификации стандартного гидродинамического подхода, позволяющей учитывать режим сверхзвукового истечения плазмы в вакуум. Рассмотрены сценарии одиночной и встречной инъекций. Определены газодинамические параметры плазменных образований и их оптические характеристики, полученные при использовании стандартного и модифицированного подходов.

**Ключевые слова:** высокоскоростная алюминиевая струя, активный ракетный эксперимент в ионосфере, численное моделирование

**DOI:** 10.31857/S0367292123601145, **EDN:** FWTOEU

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Активные геофизические ракетные эксперименты (АГРЭ) используются для изучения взаимодействия плазменных струй с ионосферой и атмосферой Земли [1–3]. Среди наиболее интересных процессов при этом можно выделить обмен импульсом между заряженной и нейтральной компонентной среды, генерацию альфвеновских волн, перенос излучения и ионизацию среды. Проведение же перспективных экспериментов на высотах выше 400 км позволит максимально приблизить условия к астрофизическим. Это значительно расширит цели АГРЭ и позволит изучать еще и процессы в астрофизических джетах [4–7].

Планирование будущих экспериментов требует проведения большого объема численного моделирования для выбора регистрирующей аппаратуры и поиска оптимальных параметров инъекции струи. При этом из-за своей эффективности наиболее привлекательно использование гидродинамического приближения [8], как и в предыдущих работах [9, 10]. На больших же высотах над поверхностью Земли длина свободного пробега частиц может значительно превышать характерные размеры плазменного образования. Такая ситуация находится на границе применимости гидродинамического подхода. В самой го-

рячей плотной плазме струи пробег частиц при этом может быть малым, поэтому прямое применение развитых методов для бесстолкновительной плазмы [11–14] не представляется возможным. Подобный сценарий может также реализовываться и в лабораторных экспериментах с плазменными джетами [15–20].

Прямое моделирование процесса разлета плазмы в вакуум является крайне ресурсоемкой задачей [21–25]. Гидродинамическое приближение же может быть дополнено алгоритмом отслеживания границы вещество–вакуум [26, 27], что позволит применять его для описания такого процесса. В настоящей работе предлагается модификация схемы [27], позволяющая учесть сверхзвуковой режим истечения плазмы в вакуум. Приводятся результаты расчетов модифицированной версии кода FRONT [28–30] истечения высокоскоростных алюминиевых струй на больших высотах над поверхностью Земли.

### 2. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Часть многомерных численных кодов, используемых для исследований в области физики плазмы, основаны на эйлеровой гидродинамике (см., например, MARPLE [31, 32], HERACLES

[33], FORNAX [34]). Уравнения эйлеровой гидродинамики при этом удобно записать в дивергентном виде

$$\partial_t \mathbf{U} + \partial_i \mathbf{F}_i = 0, \quad (1)$$

где вектора  $\mathbf{U} = [\rho, \rho v_j, \rho(e + v^2/2)]^T$  и  $\mathbf{F}_i = [\rho v_i, \rho v_i v_j + p \delta_{ij}, (\rho e + \rho v^2/2 + p)v_i]^T$ , а  $\rho$ ,  $v$ ,  $p$  и  $e$  – плотность, скорость, давление и удельная внутренняя энергия вещества соответственно,  $\delta_{ij}$  – дельта-символ Кронекера,  $T$  – означает транспонирование. Для замыкания системы уравнений (1) используются зависимости давления и удельной внутренней энергии от плотности и температуры  $p = p(\rho, T)$  и  $e = e(\rho, T)$ , совокупность которых называется уравнением состояния. Для проведения численного моделирования система уравнений должна быть дискретизирована на вычислительной сетке, состоящей из отдельных ячеек. Одним из возможных подходов при этом является использование схем конечного объема годуновского типа [35, 36]

$$\frac{U_k^{n+1} - U_k^n}{\Delta t} + \frac{1}{V_k} \sum_{m \in \text{faces}} \mathbf{F}_m \mathbf{n}_m S_m = 0, \quad (2)$$

где индексы  $n$  и  $n + 1$  соответствуют двум последовательным временным шагам через интервал времени  $\Delta t$ ,  $k$  – номеру ячейки, а  $m$  – номеру грани ячейки,  $V_k$  – объем соответствующей ячейки,  $S_m$  – площадь грани, единичный вектор нормали к которой равняется  $\mathbf{n}_m$ . Поток  $\mathbf{F}_m$  через грань ячейки находится с помощью так называемого римановского решателя [36].

Для учета расширения в вакуум в работе [27] предлагается следующий подход. Вводится граничное значение плотности  $\rho_{th}$ , ниже которой среду уже можно считать вакуумом. На каждом гидродинамическом шаге все ячейки вычислительной сетки делятся на 3 типа: газовые ( $\rho \geq \rho_{th}$ ), вакуумные ( $\rho < \rho_{th}$  и нет общих граней с газовыми ячейками) и смешанные ( $\rho < \rho_{th}$  и хотя бы одна общая грань с газовой ячейкой). Для грани между двумя газовыми ячейками поток  $\mathbf{F}_m$  находится с помощью стандартного римановского решателя Хартена–Лакса–ван Лира (HLL) [36, 37]. Для граней между двумя вакуумными ячейками или между вакуумной ячейкой и смешанной  $\mathbf{F}_m = \mathbf{F}_{vac} \equiv 0$ . Для поиска же  $\mathbf{F}_m$  для грани между газовой ячейкой и смешанной и используется модифицированный решатель. Плотность  $\rho_{th}$  при таком подходе является параметром схемы и находится с помощью калибровки по решению тестовой задачи об истечении газа в вакуум.

Опишем идею построения модифицированного решателя для поиска потока между газовой и смешанной ячейками. В стандартном подходе

HLL автомодельная задача Римана [8] решается в предположении наличия двух волн (разрежения или ударных), распространяющихся в разные стороны от области начального разрыва. В таком приближении решение записывается следующим образом [36, 37]:

$$\mathbf{F}_m = \begin{cases} \mathbf{F}_L, & S_L \geq 0, \\ \mathbf{F}_R, & S_R \leq 0, \\ \mathbf{F}_{HLL}, & S_R < 0 < S_L, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\mathbf{F}_L, \mathbf{F}_R$  – потоки, определяемые по реконструированным величинам  $\mathbf{U}_L$  и  $\mathbf{U}_R$  слева и справа от грани соответственно, а  $S_L$  и  $S_R$  – оценки минимальной и максимальной скорости распространения возмущения. Поток  $\mathbf{F}_{HLL}$  определяется как [36]

$$\mathbf{F}_{HLL} = \frac{S_R \mathbf{F}_L - S_L \mathbf{F}_R + S_R S_L (\mathbf{U}_R - \mathbf{U}_L)}{S_R - S_L}. \quad (4)$$

Если обе ячейки газовые, то скорости распространения возмущения можно оценить как  $S_L = \min(u^L - c_s^L, u^R - c_s^R)$  и  $S_R = \max(u^L + c_s^L, u^R + c_s^R)$ , где  $c_s$  – скорость звука [38]. Отметим, что задача оценки  $S_L$  и  $S_R$  является предметом отдельного направления исследований [39–41].

Предположим, что газовая ячейка находится слева, а смешанная – справа. В этом случае структура решения задачи Римана меняется [26] – одна из волн может уйти в зону вакуума, что не учитывается в стандартных римановских решателях. В результате в области переднего края течения при использовании подходов без модификации будет наблюдаться резкий рост температуры из-за образования ударной волны [26, 27, 42]. Для учета области вакуума скорости  $S_L$  и  $S_R$  предлагается оценивать как  $S_L = u^L - c_s^L$ ,  $S_R = u^L + 2c_s^L/(\gamma - 1)$ , где  $\gamma$  – показатель адиабаты [27]. Для сложных уравнений состояния  $\gamma$  может быть определен из биномиального разложения [43]. Подставив  $F_R \equiv 0$  и  $U_R \equiv 0$  в (4), получим [27]

$$\mathbf{F}^* = \frac{S_R \mathbf{F}_L - S_R S_L \mathbf{U}_L}{S_R - S_L}, \quad (5)$$

а общий решатель при этом имеет вид

$$\mathbf{F}_m^* = \begin{cases} \mathbf{F}_L, & S_L \geq 0, \\ 0, & S_R \leq 0, \\ \mathbf{F}^*, & S_R < 0 < S_L. \end{cases} \quad (6)$$

Отметим, что в работе [27] не учитывается случай, когда  $S_R \leq 0$ . В случае же сверхзвукового истечения газа может возникнуть ситуация, когда  $|v| > 2c_s/(\gamma - 1)$ . В этом случае предлагаемая в [27] схема приведет к ненулевому потоку из области

вакуума, что является нефизичным. Дополненная схема (6) позволяет избежать таких ситуаций.

Кроме этого, полезно рассмотреть не описанный в [27] случай, когда газовая ячейка находится справа, а смешанная – слева. В этом варианте:  $S_L = u^R - 2c_s^R/(\gamma - 1)$ ,  $S_R = u^R + c_s^R$ ,  $F_L \equiv 0$  и  $U_L \equiv 0$ . Решатель в этом случае выглядит следующим образом:

$$\mathbf{F}_m^{**} = \begin{cases} 0, & S_L \geq 0, \\ \mathbf{F}_R, & S_R \leq 0, \\ \mathbf{F}^{**}, & S_R < 0 < S_L, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$\mathbf{F}^{**} = \frac{S_L \mathbf{F}_R - S_R S_L \mathbf{U}_R}{S_L - S_R}. \quad (8)$$

Описанная схема была реализована в коде FRONT. Стоит отметить, что рассмотренный подход может быть применен [27] и к трехволновому решателю HLLC с учетом контактного разрыва [36].

### 3. ТЕСТОВАЯ ЗАДАЧА ОБ ИСТЕЧЕНИИ ГАЗА В ВАКУУМ

Для верификации и описания особенностей схемы рассмотрим аналогичную работе [27] тестовую задачу об истечении в вакуум. В области с размерами  $x \in [-L, L]$ , где  $L = 10$  см, левая половина заполнена  $x \leq 0$  покоящимся ( $v_l = 0$ ) идеальным газом ( $\gamma = 1.4$ ,  $\mu = 2$ ) с плотностью  $\rho_l = 6 \times 10^{-7}$  г/см<sup>3</sup> и давлением  $p_l = 5 \times 10^4$  Па. В правой части  $x > 0$  задается вакуум с  $\rho = 0$  и  $p = 0$ .

Аналитическое решение на момент времени  $t$  может быть записано следующим образом [26, 36]:

$$[\rho, v, p] = \begin{cases} [\rho_l, v_l, p_l], & x/t < s_l, \\ [\rho_0, v_0, p_0], & s_l \leq x/t \leq s_r, \\ [0, 0, 0], & s_r < x/t, \end{cases} \quad (9)$$

где  $s_l = v_l - c_l$ ,  $s_r = v_l + 2c_l/(\gamma - 1)$ ,  $c_l = (\gamma p_l/\rho_l)^{1/2}$ ,

$$v_0 = \frac{(\gamma - 1)v_l + 2(x/t + c_l)}{\gamma - 1},$$

$$\rho_0 = \left( \frac{(v_0 - x/t)^2 \rho_l^\gamma}{\gamma p_l} \right)^{1/(\gamma - 1)},$$

$p_0 = (\rho_0/\rho_l)^\gamma p_l$ , а температура определяется через уравнение состояния:  $T = \mu p/(\rho R_g)$ , где  $R_g$  – универсальная газовая постоянная.

Рассмотрим, также как и в работе [27], вариант с использованием стандартного решателя, когда правая область заполнена веществом с  $p_r = 10^{-2}$  Па и  $\rho_l = 8 \times 10^{-12}$  г/см<sup>3</sup>. Таким образом за-

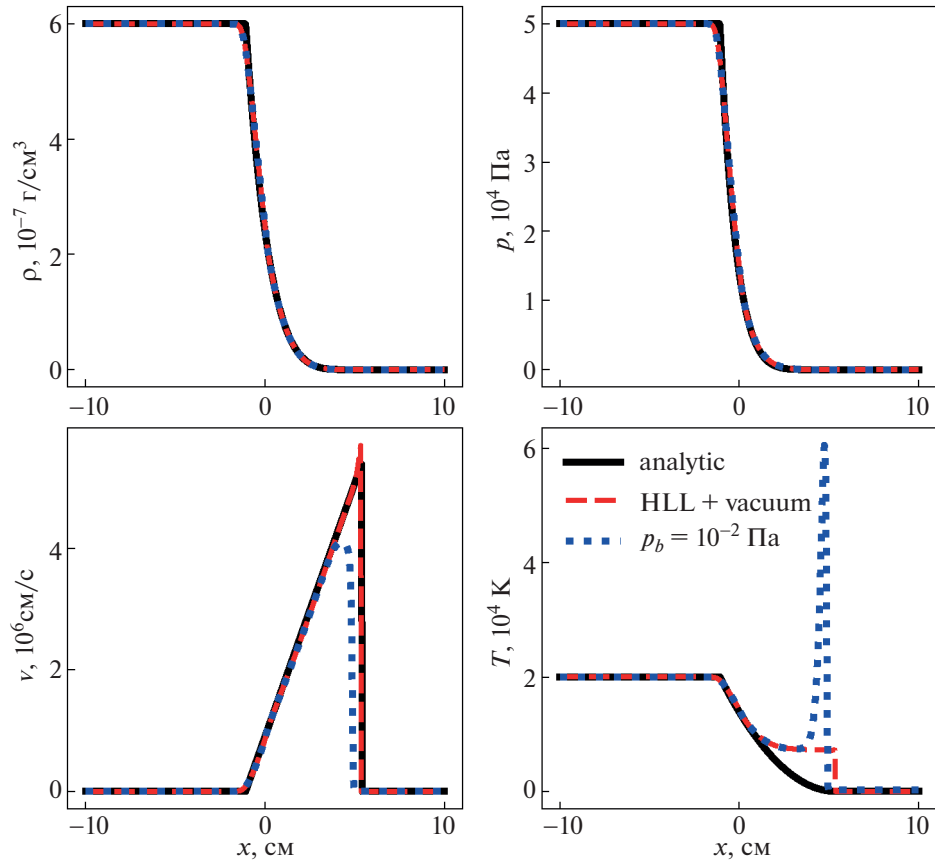
дается область низкого давления и плотности для имитации вакуума. Результаты моделирования изображены на рис. 1. Хорошо видно, что вблизи области истечения ( $x = 0$ ) результаты, полученные с помощью обоих подходов, согласуются с аналитическим решением. Серьезные отличия начинаются возле переднего края течения. Вариант с использованием стандартного решателя характерен наличием резкого пика температуры. Модифицированный решатель позволяет избежать такой проблемы, тем не менее, и он приводит к образованию плато в профиле температуры. Такая особенность наблюдается и в результатах [27], однако при этом никак не отмечается в работе. Отличие от аналитического решения связано с приближенностью используемого подхода [27]. Точное положение границы вещество–вакуум не определяется в каждой из ячеек, как предложено в работе [26]. Вместо этого лишь определяются ячейки, через которые она проходит. Подобное упрощение делает возможным проведение многомерных расчетов, поскольку в этом случае разрешение границы на подсеточном уровне является крайне ресурсоемкой задачей [27].

Положение переднего края крайне сильно зависит от параметра схемы  $\rho_{th}$  (см. рис. 2). Именно поэтому метод требует проведения калибровки – если занижить плотность  $\rho_{th}$ , то передний край течения будет опережать аналитическое решение, а если зависить – запаздывать. В работе [27] откалиброванное значение используется в дальнейшем и для проведения многомерных расчетов. Важно отметить, что для сложных геометрий такой подход не является полностью обоснованным. Кроме этого, калибровочная плотность  $\rho_{th}$  должна зависеть от уравнения состояния.

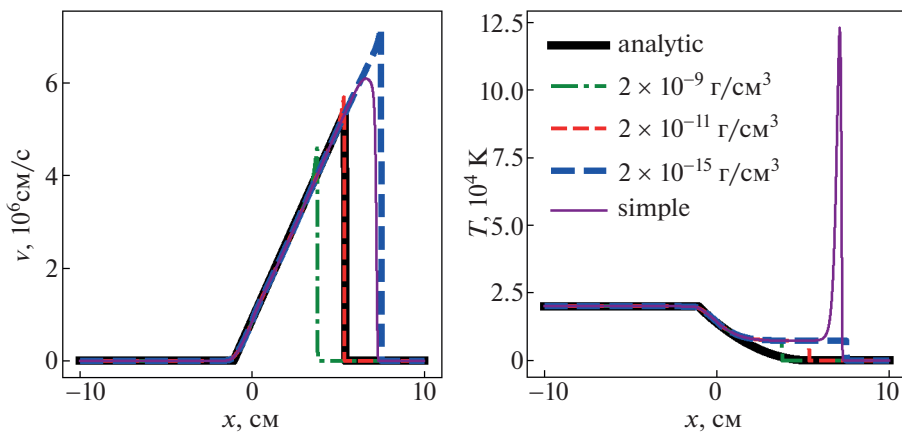
На рис. 2 приведем профили, полученные в расчете стандартным решателем при заполнении правой части веществом с крайне низкими плотностью  $\rho_r = 10^{-15}$  г/см<sup>3</sup> и давлением  $p_r = 10^{-20}$  Па. Аналогичный подход используется в астрофизических расчетах для моделирования разлета в вакуум [42]. Такой перепад более сильный, чем предлагаемый в [27]. Заметим, что динамика движения большей части вещества не зависит от метода – за передним краем течения профили величин согласуются между собой. Поэтому, если в задаче интересуют общие законы движения, то можно пользоваться любым из методов со значительной долей достоверности.

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ИСТЕЧЕНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ АЛЮМИНИЕВЫХ СТРУЙ

На больших высотах над поверхностью Земли ( $H > 400$  км) длина свободного пробега частиц составляет несколько километров, что значитель-



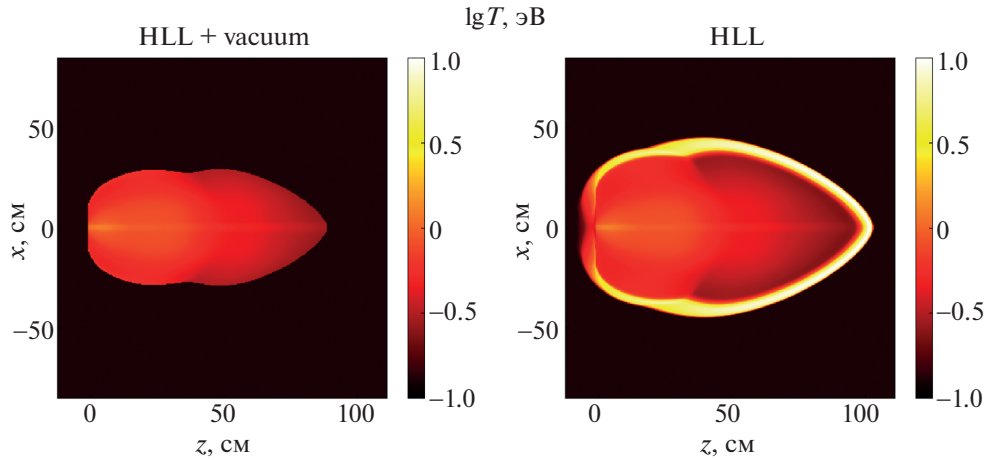
**Рис. 1.** Профили плотности  $\rho$ , давления  $p$ , скорости  $v$  и температуры  $T$  вещества на момент времени  $t = 1$  мкс для тестовой задачи об истечении в вакуум. Аналитическое решение изображено сплошными линиями. Штриховые линии соответствуют результатам, полученным с помощью модифицированного решателя, а пунктирные – стандартного.



**Рис. 2.** Профили скорости  $v$  и температуры  $T$  вещества для тестовой задачи об истечении в вакуум при различных калибровочных значениях  $\rho_{th} = 2 \times 10^{-9}, 2 \times 10^{-11}, 2 \times 10^{-15}$  г/см<sup>3</sup>. Также приведены профили аналитического решения (analytic) и подхода [42] с областью низкой плотности (simple).

но превышает область начальной инжекции размером в несколько сантиметров. Давление фоновой среды при этом на много порядков меньше,

чем в инжектируемой плазме. Поэтому динамика движения струи не должна зависеть от высоты проведения эксперимента.



**Рис. 3.** Профили температуры (двумерный  $xz$  срез относительно плоскости  $y = 0$ ) на момент времени  $t = 15$  мкс при истечении высокоскоростной алюминиевой струи. Результаты получены с помощью кода FRONT с помощью модифицированного решателя с учетом разлета в вакуум (слева) и с помощью стандартного решателя (справа).

Для начала применим подход с реализованным в коде FRONT модифицированным решателем для расчета истечения высокоскоростной алюминиевой струи на высоте  $H = 400$  км над поверхностью Земли. Для сравнения, используем также подход с использованием стандартного римановского решателя, как и в работах [10, 42].

В расчете используется фоновая плотность  $\rho_0 = 1.19 \times 10^{-16}$  г/см<sup>3</sup> и температура  $T_0 = 1474$  К, что соответствует параметрам атмосферы на высоте  $H = 400$  км. Инжекция алюминиевой плазмы задается с помощью сценария, соответствующего процессу истечения плазмы из сопла взрывного кумялтивного генератора ВГПС-400. Временные зависимости плотности, скорости и температуры инжекции  $\rho_{in}(t)$ ,  $v_{in}(t)$  и  $T_{in}(t)$  приведены в [9]. В ячейках, попадающих в область  $R \leq R_{in} = 1$  см, с суммарным объемом  $V_a$ , задается поток массы, импульса и энергии через площадь  $S_{in} = \pi R_{in}^2$ , так, чтобы [44]

$$\rho^{n+1} V_a = \rho^n V_a + \rho_{in} S_{in} v_{in} \Delta t, \quad (10)$$

$$\rho^{n+1} v^{n+1} = \rho^n v^n + \rho_{in} S_{in} v_{in}^2 \Delta t, \quad (11)$$

$$\rho^{n+1} V_a e^{n+1} = \rho^n V_a e^n + \rho_{in} S_{in} v_{in} e(\rho_{in}, T_{in}) \Delta t. \quad (12)$$

Центр области инжекции при этом находится в начале координат трехмерной расчетной области с  $xz$ -декартовой геометрией ( $x = y = z = 0$ ), а граничные условия – свободные.

Уравнение состояния алюминиевой плазмы  $p = p(\rho, T)$  и  $e = e(\rho, T)$  находится на основе ионизационного состояния, определяемого с помощью приближения Саха [45, 46]. Результаты трехмерных расчетов кодом FRONT с помощью обоих подходов изображены на рис. 3. Все расче-

ты проводились на равномерной прямоугольной сетке с разрешением по каждой из осей  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1$  см и соответствующим числом ячеек  $N_x = N_y = 512$  и  $N_z = 140$ . Временной шаг определялся из условий Куранта с соответствующим числом  $C = 0.25$ . Из-за малого вклада в общую динамику движения в гидродинамических расчетах не учитывались перенос излучения и давление магнитного поля [9, 10].

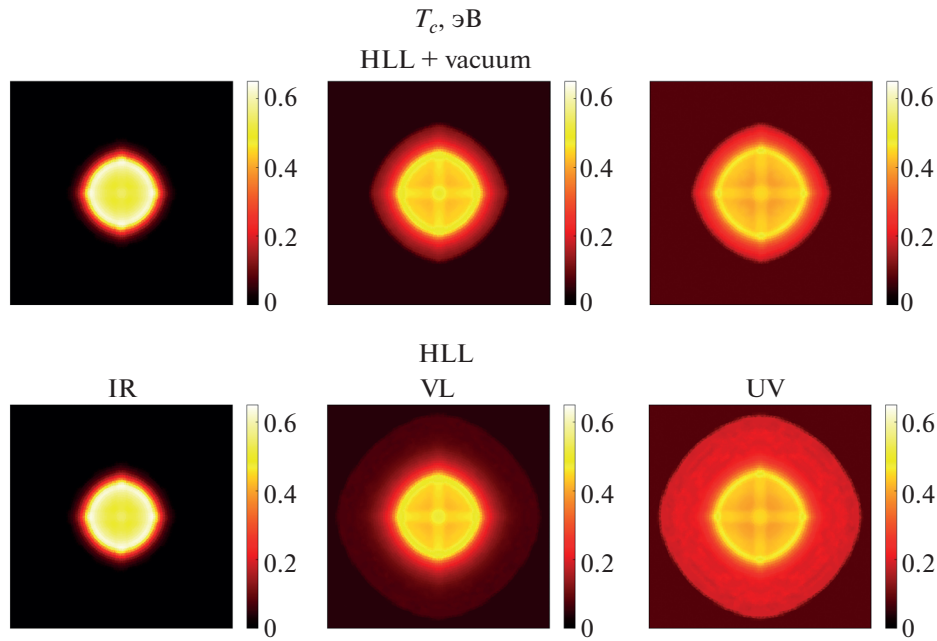
Хорошо видно, что динамика основного плазменного образования идентична в расчетах с помощью различных методов. Разница наблюдается лишь на краях, где проходит граница с фоновой областью низкой плотности.

В работе [42] путем сравнения одномерных эйлерового и лагранжевого подходов было показано, что повышение температуры на внешнем крае плазмы не приводит к различию в полных болюметрических потоках излучения. Вывод может измениться для узких спектральных диапазонов за счет сложной зависимости непрозрачности среды от ее параметров. В этом случае будет необходимо учитывать такой эффект при оценке показаний на измерительных датчиках при моделировании реальных экспериментов.

Поскольку на начальной стадии вклад излучения в динамику движения крайне мал, наблюдаемые плотности потоков излучения  $q$  на датчиках можно оценить на этапе постобработки результатов многомерных гидродинамических расчетов [10]. Для этого проведем интегрирование уравнения переноса излучения

$$\partial_s I_d = \kappa_d (B_d - I_d) \quad (13)$$

вдоль большого числа проходящих через область лучей, попадающих в точку наблюдения. Здесь



**Рис. 4.** Рассчитанные наблюдаемые яркостные температуры  $T_c$  на датчиках в различных спектральных диапазонах при инъекции одной струи: инфракрасный (IR) – слева, видимый (VL) – по центру и ультрафиолетовый (UV) – справа. Изображения для модифицированного подхода расположены сверху, а для стандартного – снизу.

$s$  – пройденное расстояние вдоль луча,  $I_d$  – интенсивность излучения в рассматриваемом спектральном диапазоне  $[v_1, v_2]$ ,  $B_d = \int_{v_1}^{v_2} B_v dv$ ,  $B_v$  – равновесная (планковская) интенсивность излучения, а  $\kappa_d$  – усредненный по Планку [46] коэффициент поглощения в заданном диапазоне. При этом использовались рассчитанные оптические свойства алюминиевой плазмы с учетом свободно-свободных, свободно-связанных и связанно-связанных электронных переходов [46]. Направление каждого луча параметризуется двумя углами  $\theta$  и  $\phi$ , а для расчета используется сетка с  $N_\theta = N_\phi = 192$ , общее число лучей при этом составляет величину порядка 40 тысяч.

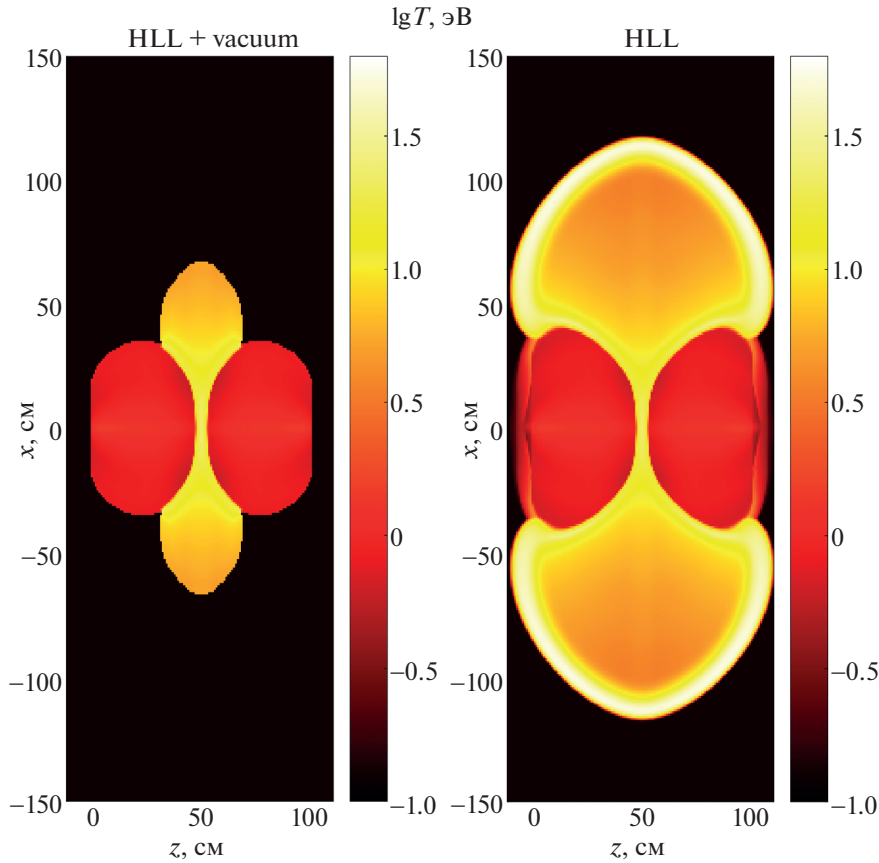
Поскольку наиболее сильное различие в температуре находится на переднем крае, то поместим точку наблюдения на ось  $z$  ( $x = y = 0$ ) на расстоянии  $L = 250$  см от центра области инъекции. На рис. 4 для обоих подходов изображены наблюдаемые яркостные температуры  $T_c$  на датчиках в трех спектральных диапазонах: ультрафиолетовый ( $\lambda = 0.1–0.38$  мкм), видимый ( $\lambda = 0.38–0.8$  мкм) и инфракрасный ( $\lambda = 0.8–124$  мкм), где  $\lambda$  – длина волны. Яркостные температуры при этом определяются из соотношения

$$I_d = \int_{v_1}^{v_2} B_v(T_c) dv.$$

Хорошо видно, что результаты, полученные с помощью модифицированного и стандартного

подходов, хорошо согласуются. Численное повышение температуры на фронте ударной волны в стандартном подходе приводит к большему ореолу вблизи области максимальной яркостной температуры. Самая яркая область в центре при этом практически не отличается. Кроме того, яркостная температура  $T_c$  в ней ниже, чем температура вещества  $T$  на крае плазменного образования. Из этого можно сделать вывод, что она определяется излучением внутренних областей плазмы, и на нее никак не влияет внешний край. Поэтому оценки наблюдаемых величин, полученные с помощью стандартного подхода, являются достоверными.

Наконец, рассмотрим встречную инъекцию двух плазменных струй, как и в работе [10]. Для моделирования такой ситуации поместим еще одну область инъекции на расстоянии  $L_2 = 100$  см от первой на оси  $z$  ( $x = y = 0$ ). Остальные параметры моделирования аналогичны случаю с одной струей. Результаты расчета кодом FRONT столкновения двух алюминиевых струй изображены на рис. 5. Как и в случае одной струи общая динамика струй и области их столкновения совпадают при обоих подходах. Разница опять наблюдается лишь на внешнем крае плазменного образования. Из-за меньшей скорости движения в направлении, перпендикулярном инъекции, разница на границе в случае двух струй оказывается более выраженной.



**Рис. 5.** Профили температуры (двумерный  $xz$  срез относительно плоскости  $y = 0$ ) на момент времени  $t = 15$  мкс при встречной инжекции двух высокоскоростных алюминиевых струй. Результаты получены с помощью кода FRONT с помощью модифицированного решателя с учетом разлета в вакуум (слева) и с помощью стандартного решателя (справа).

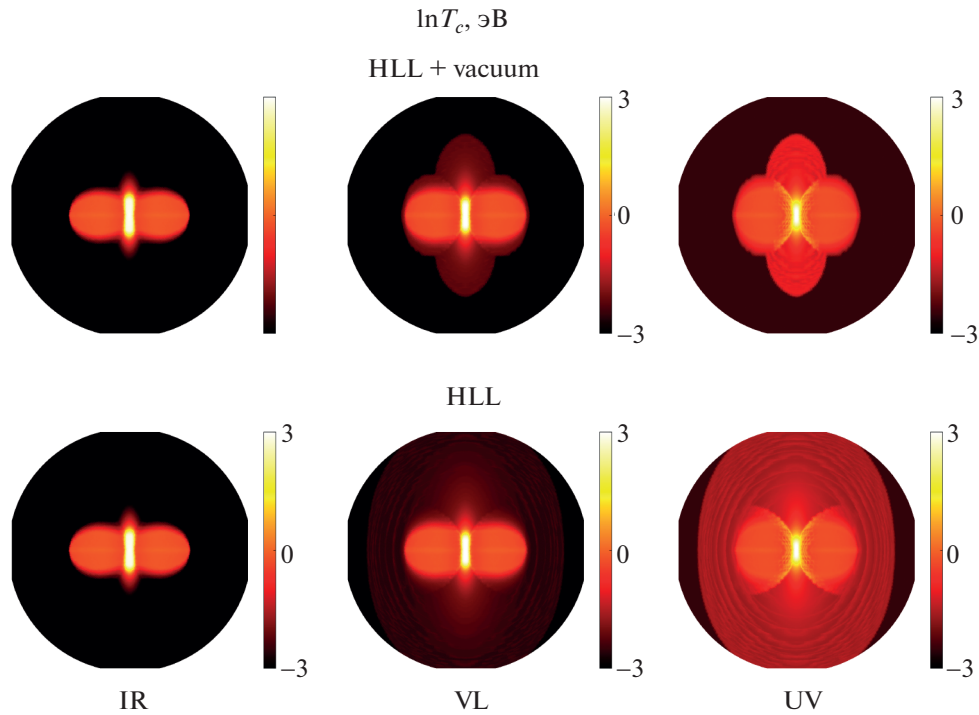
Более заметным становится и ореол в яркостных температурах в видимом и ультрафиолетовом диапазонах (см. рис. 6). Поскольку основное различие наблюдается при малых значениях яркостной температуры, для построения был выбран логарифмический масштаб. В этом случае датчик был помещен сбоку от плазменного образования ( $z = 50$  см,  $x = 200$  см,  $y = 0$ ). Яркостная температура области столкновения двух струй совпадает в результатах расчетов обоими методами. При этом максимальная температура оказывается выше, чем в случае одной струи, что подтверждает ранее сделанные выводы [10]. Плотности потоков излучения  $q$ , найденные постобработкой по результатам обоих методов, отличаются не более чем на 1% как в случае одной струи, так и в случае встречной инжекции (см. таблицу 1). При этом в сценарии встречной инжекции максимальным из трех диапазонов оказывается поток в ультрафиолете.

Модифицированный подход [27] также может быть использован для расчетов течения плазмы в магнитном поле. Однако в текущем варианте он применим только при движении плазмы вдоль направления напряженности магнитного поля  $B$ .

При наличии перпендикулярной компоненты магнитного поля решение задачи Римана будет содержать альфвеновские волны [27]. В этом случае скорости распространения возмущений уже нельзя оценивать как  $S_L = u - c$  и  $S_R = u + 2c/(\gamma - 1)$ . Такое приближение существенно ограничивает возможный класс задач. Например, при исследовании длительной эволюции облака плазмы в атмосфере Земли в ракетных экспериментах необходимо учитывать расширение образования во

**Таблица 1.** Рассчитанные плотности потоков излучения  $q$  на датчиках в различных спектральных диапазонах (ИК, ВИ и УФ) для модифицированного (с учетом разлета в вакуум) и стандартного подходов

	ИК	ВИ	УФ
	1 струя, Вт/см <sup>2</sup>		
HLL + vacuum	70.0	57.2	7.0
HLL	71.1	57.8	7.2
	2 струи, кВт/см <sup>2</sup>		
HLL + vacuum	2.3	11.5	305.1
HLL	2.3	11.5	307.3



**Рис. 6.** Рассчитанные наблюдаемые яркостные температуры  $T_c$  на датчиках в различных спектральных диапазонах при встречной инжекции двух струй: инфракрасный (IR) – слева, видимый (VL) – по центру и ультрафиолетовый (UV) – справа. Изображения для модифицированного подхода расположены сверху, а для стандартного – снизу.

все стороны. Полученное же согласие подходов со стандартным и модифицированным решателем позволит полагаться при планировании возможных будущих экспериментов (в том числе и с учетом множественной инжекции) на результаты расчетов с использованием учитывающих магнитное давление стандартных пятиволновых решателей, например, HLLD [47].

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассматриваются вопросы истечения достаточно плотной плазмы в сильно разреженную среду. Особенность такого режима движения заключается в том, что на границе плотной плазмы и близкого к вакууму фоновому веществу не должна возникать обычная столкновительная ударная волна. Использование же годуновских схем со стандартными римановскими решателями для описания такого процесса приводит к возникновению ударной волны и, как следствие, резкому повышению температуры на ее фронте.

В настоящей статье рассмотрен подход, предложенный в работе [27], для более корректного описания разлета в вакуум в римановском решателе. Для возможности учета режима сверхзвукового истечения плазмы была проведена дополнительная модификация метода. На основе расчета тестовой задачи с известным аналитическим решением была проведена верификация реализа-

ции метода в многомерном коде FRONT. Кроме этого, была отмечена не описанная в [27] особенность метода – профиль температуры пусть и не имеет резкий пик, но все еще сильно отличается от аналитического решения из-за наличия плато.

Также в работе проведено сравнительное трехмерное моделирование сверхзвукового истечения струй алюминия в ионосферу Земли на высоте  $H = 400$  км с использованием модифицированного и стандартного решателей. При этом рассматривался как сценарий с одной струей, так случай встречной инжекции двух струй. Показано, что динамика движения плазменных образований совпадает при ее описании с помощью обоих подходов. Также показано, что рассчитанные по результатам, полученным с помощью обоих методов, плотности потоков излучения на датчиках в инфракрасном, видимом и ультрафиолетовом диапазонах различаются не более чем на 1%. Яркостные температуры в рассмотренных диапазонах оказываются значительно ниже, чем температуры на краю плазменного образования. Таким образом, возникающая в стандартном подходе численная ударная волна никак не влияет на расчетные наблюдаемые параметры плазмы. Сделанный вывод позволяет полагаться на расчеты с учетом магнитного поля, выполненные с использованием стандартных решателей [47], при

планировании ракетных экспериментов в ионосфере Земли.

Работа Урвачева Е.М. по модификации римановского решателя и гидродинамическому моделированию поддержана грантом РФФ № 21-11-00362. Моделирование переноса излучения выполнено в рамках государственного задания № FMWN-2022-0021. Авторы благодарны Глазырину С.И. за плодотворное обсуждение.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Erlandson R.E., Meng C., Zetzer J.I.* // J. Spacecraft and Rockets. 2004. V. 41. P. 481.
2. *Erlandson R., Meng C., Swaminathan P., Kumar C., Dogra V., Stoyanov B., Gavrilov B., Kiselev Y., Zetzer J., Stenbaek-Nielsen H. et al.* // J. Spacecraft and Rockets. 2004. V. 41. P. 483.
3. *Zetser J., Poklad Y.V., Erlandson R.* // Izvestiya, Phys. Solid Earth. 2021. V. 57. P. 745.
4. *Underwood T.C., Loebner K.T., Miller V.A., Cappelli M.A.* // Sci. Rep. 2019. V. 9. P. 2588.
5. *Komissarov S., Porth O.* // New Astron. Rev. 2021. V. 92. P. 101610.
6. *Beskin V.* // Astron. Rep. 2023. V. 67. P. 27.
7. *Бескин В., Крауз В., Ламзин С.* // УФН. 2023. Т. 193. С. 345.
8. *Landau L.D., Lifshitz E.M.* Fluid Mechanics: Landau and Lifshitz: Course of Theoretical Physics, Volume 6. V. 6. Elsevier, 2013.
9. *Лосева Т., Косарев И., Поклад Ю., Ляхов А., Зецер Ю., Урвачев Е.* // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С. 956.
10. *Лосева Т., Урвачев Е., Зецер Ю., Ляхов А., Косарев И., Поклад Ю.* // Физика плазмы. 2023. Т. 49. С. 797.
11. *Denavit J.* // Phys. Fluids. 1979. V. 22. № 7. P. 1384.
12. *Werner G.R., Uzdensky D.A., Begelman M.C., Cerutti B., Nalewajko K.* // Monthly Notices Royal Astron. Soc. 2018. V. 473. P. 4840.
13. *Lobok M., Brantov A., Bychenkov V.Y.* // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. № 12.
14. *Lobok M., Andriyash I.A., Vais O., Malka V., Bychenkov V.Y.* // Phys. Rev. E. 2021. V. 104. P. L053201.
15. *Suzuki-Vidal F., Lebedev S., Krishnan M., Skidmore J., Swadling G., Bocchi M., Harvey-Thompson A., Patankar S., Burdiak G., de Grouchy P. et al.* // High Energy Density Phys. 2013. V. 9. P. 141.
16. *Hsu S., Moser A., Merritt E., Adams C., Dunn J., Brockington S., Case A., Gilmore M., Lynn A., Messer S., et al.* // J. Plasma Phys. 2015. V. 81. P. 345810201.
17. *Kuzenov V., Ryzhkov S., Frolko P.* // J. Phys.: Confer. Ser. V. 830. IOP Publishing. 2017. P. 012049.
18. *Rousskikh A.G., Artyomov A.P., Zhigalin A.S., Fedyunin A.V., Oreshkin V.I.* // IEEE Transac. Plasma Science. 2018. V. 46. P. 3487.
19. *Крауз В., Харрасов А., Ламзин С., Додин А., Мялтон В., Ильичев И.* // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С. 506.
20. *Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Varaksin A.Y.* // Aerospace. 2023. V. 10. P. 662.
21. *Bird G.A.* // Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows. 1994.
22. *Titarev V.* // Communications Computational Phys. 2012. V. 12. P. 162.
23. *Podryga V., Polyakov S.* // Keldysh Institute Preprints. 2016. № 81. P. 1.
24. *Rana A.S., Struchtrup H.* // Phys. Fluids. 2016. V. 28.
25. *Keenan B.D., Le A., Winske D., Stanier A., Wetherton B., Cowee M., Guo F.* // Phys. Plasmas. 2022. V. 29.
26. *Munz C.-D.* // Mathematical methods in the appl. sci. 1994. V. 17. P. 597.
27. *Subramaniam V., Raja L.L.* // J. Computational Phys. 2018. V. 366. P. 207.
28. *Glazyrin S.* // Astron. Lett. 2013. V. 39. P. 221.
29. *Urvachev E., Shidlovski D., Tominaga N., Glazyrin S., Blinnikov S.* // Astrophys. J. Suppl. Ser. 2021. V. 256. № 1. P. 8.
30. *Glazyrin S., Lykov V., Karpov S., Karlykhanov N., Gryaznykh D., Bychenkov V.Y.* // JETP Lett. 2022. V. 116. P. 83.
31. *Gasilov V., Boldarev A., Dyachenko S., Olkhovskaya O., Kartasheva E., Bagdasarov G., Boldyrev S., Gasilova I., Shmyrov V., Tkachenko S. et al.* Towards an application of high-performance computer systems to 3D simulations of high energy density plasmas in Z-pinch // Applications, Tools and Techniques on the Road to Exascale Computing. IOS Press, 2012. P. 235.
32. *Gasilov V.A., Boldarev A.S., Olkhovskaya O.G., Boykov D.S., Sharova Y.S., Savenko N.O., Kotelnikov A.M.* // Preprints of the Keldysh Institute of Applied Mathematics. 2023. P. 37.
33. *Gonzalez M., Audit E., Huynh P.* // Astron. Astrophys. 2007. V. 464. № 2. P. 429.
34. *Skinner M.A., Dolence J.C., Burrows A., Radice D., Vartanyan D.* // Astrophys. J. Suppl. Ser. 2019. V. 241. № 1. P. 7.
35. *Godunov S.K., Bohachevsky I.* // Matematičeskij sbornik. 1959. V. 47. P. 271.
36. *Toro E.F.* Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction. Springer Science & Business Media, 2013.
37. *Harten A., Lax P.D., Leer B. v.* // SIAM review. 1983. V. 25. P. 35.
38. *Davis S.* // SIAM J. Scientific and Statistical Computing. 1988. V. 9. P. 445.
39. *Batten P., Clarke N., Lambert C., Causon D.M.* // SIAM J. Scientific Computing. 1997. V. 18. P. 1553.
40. *Sun M., Takayama K.* // J. Computational Phys. 2003. V. 189. P. 305.
41. *Fleischmann N., Adami S., Adams N.A.* // J. Computational Phys.: X. 2020. V. 8. P. 100077.
42. *Urvachev E., Blinnikov S., Glazyrin S., Baklanov P.* // Astron. Lett. 2022. V. 48. № 1. P. 20.
43. *Ma W., Zhao Z., Ni G.* // Appl. Numerical Mathematics. 2021. V. 167. P. 92.
44. *Weinberger R., Ehlert K., Pfrommer C., Pakmor R., Springel V.* // Monthly Notices Royal Astron. Soc. 2017. V. 470. P. 4530.
45. *Saha M.N.* // Proceed. Royal Society London. Ser. A. 1921. V. 99. P. 135.
46. *Zeldovich Y.B., Raizer Y.P.* Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena. V. 2. Academic Press, 1968.
47. *Miyoshi T., Kusano K.* // J. Computational Phys. 2005. V. 208. P. 315.