

УДК 533.9

РАСЧЕТ РАВНОВЕСИЯ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ В СФЕРИЧЕСКОМ ТОКАМАКЕ ГЛОБУС-М2 С ПОМОЩЬЮ КОДА PYGSS

© 2023 г. Е. О. Киселев^{a,b,*}, И. М. Балаченков^a, Н. Н. Бахарев^a, В. И. Варфоломеев^a,
В. К. Гусев^a, Н. С. Жильцов^a, О. А. Зенкова^{a,b}, А. А. Кавин^c, Г. С. Курский^a,
В. Б. Минаев^a, И. В. Мирошников^a, М. И. Патров^a, Ю. В. Петров^a, Н. В. Сахаров^a,
О. М. Скрекель^a, В. В. Солоха^a, А. Ю. Тельнова^a, Е. Е. Ткаченко^a, В. А. Токарев^a,
Е. А. Тюхменева^a, Н. А. Хромов^a, П. Б. Щеголев^a

^aФизико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия

^bПолитехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

^cНИИЭФА им. Д.В. Ефремова, Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: nightkeo@gmail.com

Поступила в редакцию 15.09.2023 г.

После доработки 10.10.2023 г.

Принята к публикации 15.10.2023 г.

Приведено описание кода равновесия со свободной границей ruGSS для сферического токамака Глобус-М2. В качестве входных параметров используются токи в обмотках электромагнитной системы, их координаты, ток плазмы, положение лимитера и токопроводящей стенки и т. д. В ходе работы кода подбираются свободные параметры, определяющие пространственное распределение равновесного давления и плотности тока так, чтобы результаты реконструкции соответствовали экспериментальным измерениям полоидального магнитного потока тороидально замкнутыми петлями. Приводятся результаты расчета равновесия в сравнении с другими кодами, а также в сравнении с экспериментальными измерениями тепловой энергии плазмы, положения внешней ноги сепаратрисы, сигнала диамагнитной петли и т.д.

Ключевые слова: сферический токамак, высокотемпературная плазма, равновесие, уравнение Грэда–Шафранова

DOI: 10.31857/S0367292123601224, **EDN:** CHJYYZ

1. ВВЕДЕНИЕ

Результаты реконструкции равновесия плазмы токамака являются основой для изучения удержания энергии и быстрых частиц, МГД-неустойчивостей, турбулентностей и т.д., а также для интерпретации результатов работы диагностических систем. Для решения задачи равновесия плазмы было разработано множество методов и вычислительных кодов, большая часть которых основана на решении уравнения Грэда–Шафранова [1, 2].

В зависимости от специфики исследования и доступных измерений задачу нахождения равновесия можно разделить на два типа. Первый – расчет равновесия с фиксированной границей, где уравнение Грэда–Шафранова решается в предположении известной границы плазмы и на основании заданного распределения равновесного давления и плотности тока внутри плазмы в потоковых координатах. Такое равновесие обычно используется в случае изучения процессов

внутри плазмы, например, для транспортных вычислений (TRANSP [3], ASTRA [4] и т. д.) и гирокинетических кодов (GENE [5], GKW [6] и т.д.), для которых обычно используется равновесный код CHEASE [7]. Второй тип – равновесие со свободной границей, где при решении уравнения Грэда–Шафранова положение последней замкнутой магнитной поверхности неизвестно, и определяется в процессе решения. Самым распространенным восстановительным кодом является EFIT [8], а также используются коды SPIDER [9], TSC [10], DINA [11] и CORSIKA [12]. Такое равновесие является основой как для анализа экспериментальных данных, так и для моделирования процессов, для которых учет внешнего магнитного поля необходим, например, расчеты транспортных процессов в SOL-области (scrape-off layer – обдирочный слой за границей плазмы), где используется код SOLPS-ITER [13], магнитно-гидродинамическое моделирование кодом BOUT++ [14], моделирование удержания быст-

рых частиц – NUBEAM [15], FIDASIM [16, 17] и т.д.

На сферическом токамаке Глобус-М2 [18–20] для получения формы последней замкнутой магнитной поверхности обычно используется метод токовых колец [21], но он не применим для получения распределения магнитного потока внутри плазмы, а также для определения энергозапаса, полоидального бета, внутренней индуктивности и т.д. Данная статья посвящена разработке равновесного кода со свободной границей ruGSS, написанного на языке python для моделирования и анализа процессов, происходящих в плазме компактного сферического токамака Глобус-М2. Код ruGSS основан на статье по коду TES [22] и на основе проекта freeGS [23].

Статья состоит из следующих частей: в первом разделе приведено описание установки и особенностей ее диагностических систем, во втором разделе представлено описание кода, третий раздел

посвящен сравнению результатов работы кода ruGSS с данными равновесного кода PET [24] и метода токовых колец, а также сравнению с экспериментальными измерениями.

2. СФЕРИЧЕСКИЙ ТОКАМАК ГЛОБУС-М/М2 И ЕГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СИСТЕМА

Сферический токамак Глобус-М2, является модернизированной версией токамака Глобус-М. После модернизации токамак сохранил вакуумную камеру, а также геометрические параметры плазмы (большой радиус $R = 0.36$ м, малый радиус $a = 0.24$ м, аспектное отношение $R/a \sim 1.5$, и вытянутость $k \sim 1.8-2$), при этом были увеличены тороидальное магнитное поле до $B_T = 0.9$ Тл и ток плазмы до $I_p = 450$ кА.

Электромагнитная система токамака Глобус-М2 (рис. 1) состоит из следующих катушек, созда-

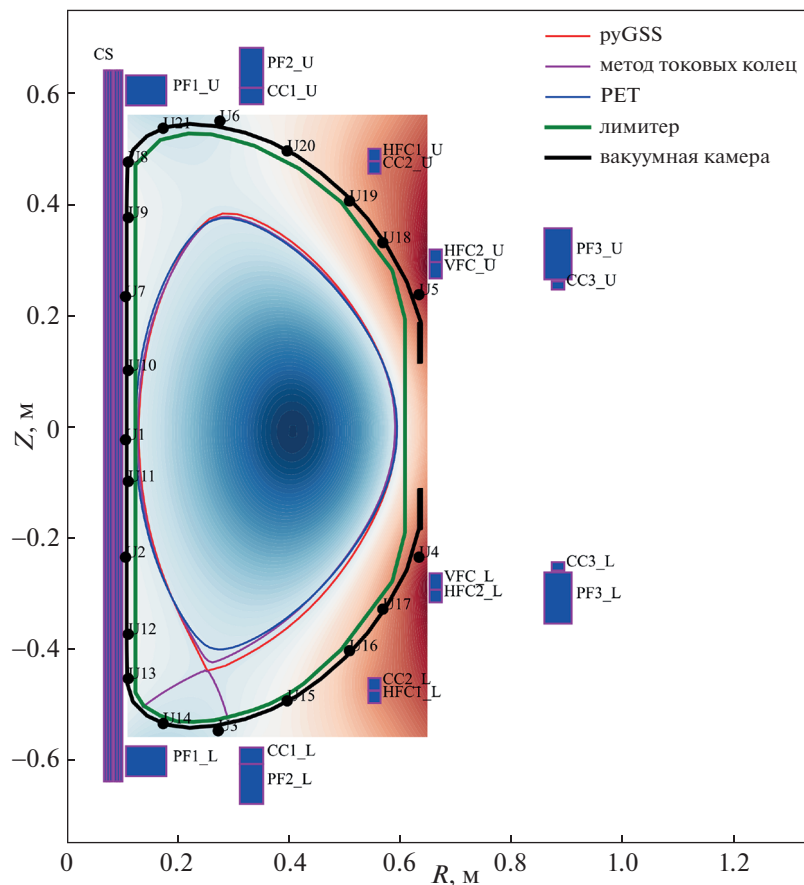


Рис. 1. Магнитная конфигурация для разряда #42368, $t = 200$ мс по данным расчета кода ruGSS. Представлено распределение потока полоидального магнитного поля на расчетной сетке, а также граница плазмы из метода токовых колец, кода PET и ruGSS. Также показано положение полоидальных катушек PF1, PF2, PF3, CC1-3, HFC, VFC, центральный соленоид CS. Черным цветом показан контур вакуумной камеры с расположенными на нем магнитными петлями U1–U21. Зеленым обозначена граница обращенной к плазме поверхности, облицованной графитовыми плитками (лимитер).

ющих внешнее магнитное поле. Центральный соленоид CS (разделен в модели горизонтально на 6 секций), расположен внутри центрального столба. Для компенсации рассеянного магнитного поля соленоида в объеме плазмы используются последовательно соединенные обмотки CC1-CC3, а также обмотка PF1. Основной обмоткой, создающей необходимое для равновесия плазмы вертикальное магнитное поле, является PF3. Обмотки PF1 и PF2 предназначены для управления формой плазменного шнура, а для управления вертикальным и радиальным положением плазмы через контуры с отрицательной обратной связью предназначены обмотки VFC и HFC, создающие вертикальное и горизонтальное магнитное поле соответственно. Все обмотки вертикально симметричны. На рис. 1 верхние обмотки обозначены через нижний индекс U , а нижние через L . Токи во всех обмотках электромагнитной системы измеряются поясами Роговского. Один из поясов расположен внутри камеры по полоидальному обходу и измеряет ток плазмы.

Для получения информации о полоидальном магнитном потоке и его распределении используются тороидально замкнутые магнитные петли в количестве 21 штуки, изготовленные из коаксиального кабеля, в котором центральный провод из нихрома защищен через изоляцию трубкой из нержавеющей стали диаметром 1.5 мм (кирскабель). Поток полоидального магнитного поля вычисляется путем последовательного сглаживания и интегрирования измеряемого напряжения на магнитных петлях. Положение петель $U1-U21$ на контуре вакуумной камеры показано на рис. 1.

Также имеется диамагнитная петля, расположенная по полоидальному обходу внутри камеры для измерения разности тороидального магнитного потока с плазмой и в ее отсутствии, т.е. диамагнитного потока.

Вакуумная камера представляет собой цельносварную конструкцию из нержавеющей стали марки 12X18Н10Т с переменной толщиной стенки от 2 до 14 мм в разных частях (черная линия на рис. 1). Полное сопротивление камеры тороидальному току около 100 мОм. Для получения токов по камере используются измерения напряжения, полученные с помощью магнитных петель, которое интерполируется по полоидальному углу, получая напряжение поля на каждом участке камеры, математическая модель которой аналогична системе из 40 одновитковых катушек. Из полученного напряжения на каждом элементе камеры и его известного сопротивления вычисляются токи, достигающие во время срывов величины суммарно 100 кА, а в квазистационарной фазе около 10 кА при плазменном токе 450 кА.

Диагностический комплекс токамака также позволяет проводить измерения профиля элек-

тронной температуры и плотности с помощью диагностики томсоновского рассеяния (ТР) [25, 26], ионной температуры, измеряемой методом активной спектроскопии перезарядки – CXRS [27–29] и положение внешней ноги сепаратрисы с помощью тепловизора [30].

3. ОПИСАНИЕ КОДА PYGSS

3.1. Уравнение баланса сил для равновесия со свободной границей

Равновесие плазмы в токамаке описывается с помощью уравнения баланса сил, которое можно свести к уравнению в частных производных второго порядка в цилиндрических координатах (R, Z, ϕ) – к уравнению Грэда–Шафранова. А учитывая симметрию плазмы по тороидальному углу ϕ , можно написать [31]

$$\begin{cases} \Delta^* \psi(R, Z) = -\mu_0 R J_\phi(R, Z), \\ J_\phi(R, Z) = J_{\phi,cond}(R, Z) + J_{\phi,pl}(R, Z), \end{cases} \quad (1)$$

где $\psi(R, Z)$ – поток полоидального магнитного поля (нормирован на 2π), шафрановский оператор – $\Delta^* = R^2 \nabla \frac{\nabla}{R^2}$, $J_\phi(R, Z)$ – плотность тороидального тока, которая включает в себя токи, текущие в обмотках магнитной системы и в плазме, $J_{\phi,cond}(R, Z)$ – плотность тороидального тока в проводниках. Для условий магнитной системы Глобус–М2 предполагается, что форма полоидальных катушек прямоугольная, где плотность тока распределена равномерно по сечению обмотки:

$$\begin{aligned} J_{\phi,cond}(R, Z) &= \sum_{k=1}^{N_{cond}} J_{cond,k}(R, Z), \\ J_{cond,k}(R, Z) &= \begin{cases} I_{cond,k}/S_k, & (R, Z) \in \Omega_{cond,k}, \\ 0, & \notin \Omega_{cond,k}, \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

где N_{cond} – количество обмоток полоидального поля, а $J_{cond,k}$, $I_{cond,k}$, S_k и $\Omega_{cond,k}$ – это плотность тороидального тока, тороидальный ток, площадь полоидального сечения проводника и область пространства k -го проводника соответственно, $J_{\phi,pl}(R, Z)$ – плотность тороидального тока, имеющая сильную зависимость от потока полоидального магнитного поля, что привносит нелинейность в уравнение Грэда–Шафранова

$$J_{\phi,pl}(R, Z) = R p'(\psi) + \frac{F(\psi) F(\psi)'}{\mu_0 R}, \quad (3)$$

где $g' = \partial g / \partial \psi$ – производная по магнитному потоку, $p(\psi)$ – давление плазмы, предполагающееся изотропным, $F(\psi) = R B_\phi$ – функция, определяющая форму тороидального поля.

Задание зависимостей $p'(\psi)$ и $F(\psi)F(\psi)'$ осуществляется обычно в виде параметрических функций или полиномов. В коде ruGSS они представлены в двух вариантах, первый из которых задан аналогично используемой зависимости на сферическом токамаке NSTX [32] (вариант А)

$$\begin{aligned} p'(\psi) &= A_1 \psi_n (1 - \psi_n), \\ F(\psi)F(\psi)' &= A_0 (B_1 \psi_n - 1 - (B_1 - 1) \psi_n^2), \end{aligned} \quad (4)$$

где функции заданы от нормализованного потока полоидального магнитного поля

$$\psi_n = (\psi - \psi_a) / (\psi_b - \psi_a), \quad (5)$$

ψ_a – поток на магнитной оси, ψ_b – поток на границе. A_0, A_1, B_1 – свободные параметры, которые подбираются в ходе вычислений под экспериментальные измерения. При этом в данной параметрической функции предполагается, что давление плоское на магнитной оси – $p'(0) = 0$ и что $(FF)'' = 0$ на границе. Для удобства и повышения стабильности вычислений параметры A_0 и A_1 выражены через ток плазмы

$$I_p = \iint J_{\phi,pl}(R, Z) dR dZ, \quad (6)$$

а также через полоидальное бета, определенное как

$$\beta_p = \frac{8\pi}{\mu_0 I_p^2} \iint p(\psi) dR dZ. \quad (7)$$

Из выражений (4), (6), (7), а также выражения для плотности тороидального тока в (1), можно составить систему уравнений, а из решения набор свободных параметров A_0, A_1, B_1 превращается в набор I_p, β_p, B_1 . Отсюда можно исключить I_p , так как он измеряется во всех экспериментах, и, таким образом, свободными параметрами равновесия остаются β_p и B_1 .

Вторым является классический случай (вариант Б)

$$\begin{aligned} p'(\psi) &= C_0 \left(1 - \psi_n^{\alpha_m}\right)^{\alpha_n}, \\ F(\psi)F(\psi)' &= C_1 \left(1 - \psi_n^{\alpha_m}\right)^{\alpha_n}, \end{aligned} \quad (8)$$

где свободными параметрами являются $C_0, C_1, \alpha_m, \alpha_n$. Используя плазменный ток и полоидальное бета, как было сделано выше, можно уменьшить количество неизвестных параметров до трех: $\beta_p, \alpha_m, \alpha_n$.

Во всех расчетах данной статьи использовался вариант А, сравнение двух типов параметрических функций приведено в разделе 0.

3.2. Решение уравнения Грэда–Шафранова

Уравнение Грэда–Шафранова можно решить, как двумерное уравнение Пуассона в тороидальной геометрии или методом функций Грина. В коде ruGSS реализован последний способ. Используя равномерную и прямоугольную вычислительную сетку в координатах R, Z уравнение Грэда–Шафранова (2) можно переписать следующим образом:

$$\psi(R, Z) = \iint G(R, Z, R', Z') J_\phi(R', Z') dR' dZ', \quad (9)$$

где $G(R, Z, R', Z')$ – четырехмерная функция Грина, с помощью которой можно получить поток полоидального магнитного поля в точке с координатами (R, Z) от единичного токового элемента, находящегося в точке с координатами (R', Z') . Данная функция определена как

$$\begin{aligned} G(R, Z, R', Z') &= \frac{\mu_0 \sqrt{RR'}}{2\pi k} [(2 - k^2)K(k) - 2E(k)], \\ k^2 &= \frac{4RR'}{(R + R')^2 + (Z - Z')^2}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $K(k)$ и $E(k)$ – эллиптические функции первого и второго порядка соответственно.

Уравнение Грэда–Шафранова обладает сильной нелинейностью, поскольку правая часть уравнения (2), т. е. плотность тороидального тока $J_\phi(R, Z)$ зависит от потока полоидального магнитного поля, являющегося искомой функцией. По этой причине, решение уравнения Грэда–Шафранова осуществляется итерационным методом, известным как метод Пикара [33]

$$\begin{aligned} \psi^{(n)}(R, Z) &= \\ &= \iint G(R, Z, R', Z') J_\phi(\psi^{(n-1)}(R, Z)) dR' dZ'. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь n – номер итерации Пикарда. Таким образом, задавая некоторое начальное распределение потока поля $\psi^{(0)}(R, Z)$ (в коде ruGSS используется Гауссова функция), можно вычислить плотность тороидального магнитного тока $J_\phi(\psi^{(0)}(R, Z))$, которая интегрируется с функцией Грина $G(R, Z, R', Z')$, и дает новое значение потока $\psi^{(1)}(R, Z)$, который передается в следующую итерацию и т.д. Такая процедура продолжается до выполнения условия сходимости – $a_{tol} < m_1$ и $r_{tol} < m_2$, где абсолютная ошибка определяется как

$$a_{tol} = \max \left\| \psi^{(n)} - \psi^{(n-1)} \right\|, \quad (12)$$

а относительная ошибка равна

$$r_{tol} = \max \left\| \frac{\Psi^{(n)} - \Psi^{(n-1)}}{\Psi_{max}^{(n)} - \Psi_{min}^{(n)}} \right\|. \quad (13)$$

С целью оптимизации, перед началом решения уравнения Грэда–Шафранова осуществляется отдельный расчет вакуумного полоидального магнитного потока, создаваемого катушками с помощью предварительно рассчитанных и сохраненных функций Грина. Для этого площадь катушки разбивается на 10^4 точечных элементов, для каждого высчитывается функция Грина $G(R, Z, R_i, Z_i)$ и усредняется. Полученная матрица умножается на количество обмоток n_{coil} и на ток I_{coil} получая, таким образом, поток вакуумного полоидального поля $\Psi_{vac}(R, Z)$

$$\Psi_{vac}(R, Z) = \sum_{i=1}^{N_{coil}} G(R, Z, R_i, Z_i) I_{coil,i} n_{coil,i}. \quad (14)$$

3.3. Поиск границы плазмы

Определение границы плазмы требуется на каждом этапе Пикардовских итераций, так как $p'(\psi)$ и $F(\psi)F'(\psi)$ должны быть заданы как функции полоидального магнитного потока ψ , и они должны быть обнулены вне плазмы.

Поиск границы плазмы начинается с нахождения точек нуль-поля с $|\nabla\psi|^2 = 0$, из них можно отличить магнитную ось ($S(R, Z) > 0$) и X-точку ($S(R, Z) < 0$). Поиск таких точек осуществляется с помощью 2-мерной интерполяции кубическим сплайном [22]

$$S(R, Z) = \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial R \partial Z} \right)^2. \quad (15)$$

Для получения границы плазмы, происходит поиск контура с потоком одной из X-точек, внутри которой линии замкнуты.

3.4. Стабилизация решения уравнения Грэда–Шафранова

Численная вертикальная неустойчивость – общая проблема процесса решения уравнения Грэда–Шафранова, когда все токи и параметры, описывающие плазму зафиксированы, а при наличии обмоток полоидального поля, в которых токи направлены в разные стороны, плазма смещается вверх и дальнейшее решение уравнения невозможно. Пример эволюции вертикального положения магнитной оси во время Пикардовских итераций без стабилизации приведен на рис. 2а, где ось неконтролируемо двигается вверх, а после 40-й итерации плазма оказывается вне

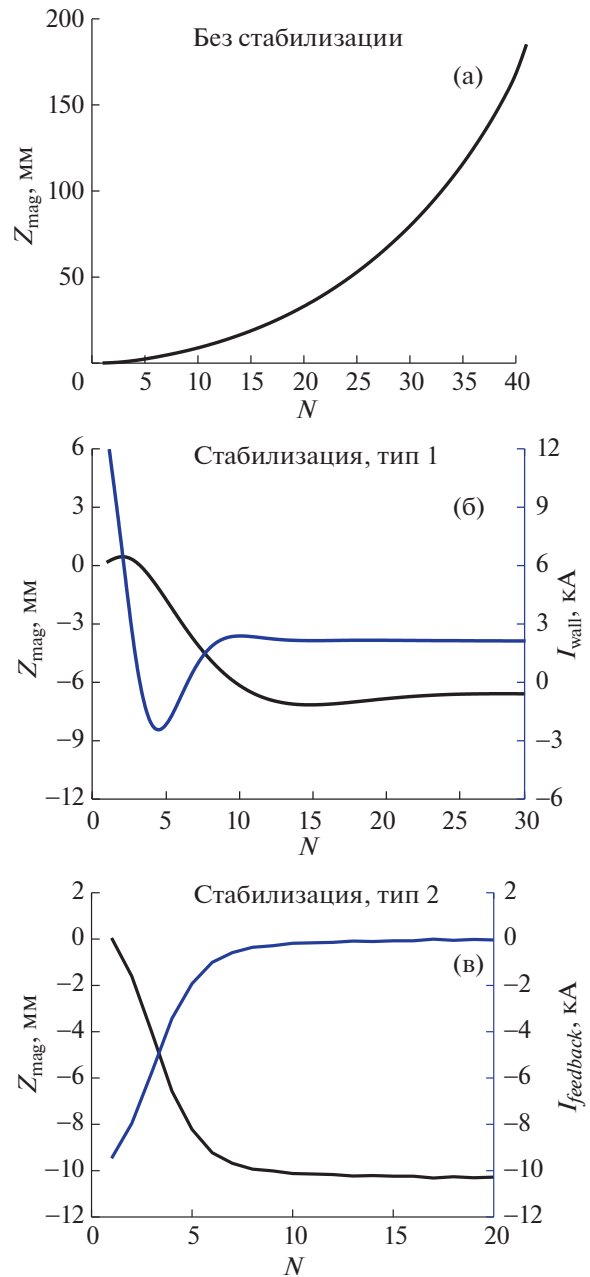


Рис. 2. Пример эволюции вертикального положения магнитной оси в ходе Пикардовских итераций без стабилизации (а); первый тип стабилизации с применением токов по камере, приведено изменение положения магнитной оси и суммарного тока по камере (б); второй тип стабилизации с помощью виртуальной катушки, приведено положение магнитной оси и тока в обмотке (в). Данные для расчетов взяты из 200 мс разряда #42368.

границ вычислительной сетки и решение уравнения теряет смысл. В связи с этим, в коде ruGSS представлены два метода стабилизации решения.

Первый тип стабилизации решения осуществляется с помощью динамического расчета токов

по камере, за счет минимизации разницы между экспериментальными данными магнитных петель и рассчитанными (таким же образом происходит расчет токов в пассивных структурах кода DINA в восстановительной моде [11])

$$\min \left[\sum_{j=1}^{N_{loop}} \left\{ \sum_{i=1}^{N_{wall}} G(R_j, Z_j, R_i, Z_i) \Delta I_{wall,i} - \Delta \Psi_{loop}(R_j, Z_j) \right\}^2 + \gamma^2 \sum_{i=1}^{N_{wall}} (\Delta I_{wall,i})^2 + \sum_{i=1}^{N_{wall}} (I_{wall,i} - I_{wall-exp,i})^2 \right], \quad (16)$$

где $\Delta \Psi_{loop}(R_j, Z_j) = \Psi_{loop,sim}(R_j, Z_j) - \Psi_{loop,exp}(R_j, Z_j)$ – разница между экспериментальным измерением $\Psi_{loop,exp}$ и рассчитанным значением потока $\Psi_{loop,sim}$, ΔI_{wall} – изменение тока по камере, γ – тихоновский параметр для регуляризации. $\sum_{i=1}^{N_{wall}} G(R_j, Z_j, R_i, Z_i) \Delta I_{wall,i}$ – изменение вклада каждого i -го элемента камеры в поток j -й магнитной петли. Таким образом, на каждом этапе пикардовских итераций осуществляется решение уравнения (16) с помощью тихоновской регуляризации [34] и определяется изменение тока по камере, тогда на следующей итерации ток по камере равен $I_{wall,i}^{(n)} = I_{wall,i}^{(n-1)} + \Delta I_{wall,i}$. В случае сильного смещения плазменного шнура по вертикали, измерения магнитных петель начинают резко отличаться от рассчитанных кодом, в результате чего, вычисленные по формуле (16) токи по камере стабилизируют плазменный шнур. Пример использования приведен на рис. 2б, где представлено изменение вертикального положения магнитной оси и суммарного тока по камере в ходе пикардовских итераций. Чтобы сделать рассчитанный поток близким к измеренному с помощью магнитных петель, в уравнение добавлена сумма разностей рассчитанного тока по камере $I_{wall,i}$ и экспериментального $I_{wall-exp,i}$ (процедура вычисления описана в разделе 1).

Вторым методом стабилизации решения является включение в модель виртуальной симметричной обмотки, с разнонаправленными токами, чтобы создавать горизонтальное магнитное поле, стабилизирующее плазму, в случае смещения плазмы [35]. Ток в обмотке рассчитывается с помощью формулы

$$I_{feedback} = -C (Z_{mag}^{(n)} - Z_{target}) I_p, \quad (17)$$

где C – множитель плазменного тока I_p , $Z_{mag}^{(n)}$ – вертикальная координата магнитной оси на n -й итерации, Z_{target} – задаваемая пользователем же-

лаемая вертикальная координата магнитной оси. Таким образом, если вертикальная неустойчивость возникает, $Z_{mag}^{(n)}$ значительно отклоняется от Z_{target} , возникает стабилизирующий ток, который возвращает плазму вниз. Если подобрать Z_{target} близким к Z_{mag} , то в конце пикардовских итераций, стабилизирующий ток $I_{feedback} \approx 0$, и не оказывает значительного влияния на глобальное равновесие. К недостаткам такого метода относится необходимость подбора Z_{target} и множителя C , чтобы минимизировать стабилизирующий ток. Пример использования приведен на рис. 2в, где представлено изменение вертикального положения магнитной оси и тока в виртуальной обмотке в ходе пикардовских итераций.

Во всех расчетах, приведенных в статье, использовался первый метод стабилизации решения из-за простоты реализации и отсутствия дополнительных свободных параметров, требующих подбора.

3.5. Поиск свободных параметров равновесия

Поиск свободных параметров β_p и B_1 или β_p , α_m , α_n происходит за счет сравнения конечного результата решения уравнения Грэда–Шафранова с экспериментальными данными – измерениями магнитных петель. Плазменный ток и токи в обмотках измеряются в каждом разряде и заданы как неизменяющиеся входные параметры. Сигнал в петле складывается из трех слагаемых

$$\Psi_{loop,sim}(R_j, Z_j) = \Psi_{loop,vac}(R_j, Z_j) + \Psi_{loop,plasma}(R_j, Z_j) + \Psi_{loop,wall}(R_j, Z_j). \quad (18)$$

Первое слагаемое – поток от вакуумного магнитного поля, второе слагаемое рассчитывается непосредственно с помощью Пикардовских итераций и интегрирования функции Грина и является потоком от плазменного тока, а третье слагаемое – вклад от токов по камере.

Подбор осуществляется следующим образом: подпрограмма, решающая уравнение Грэда–Шафранова, имеет на входе свободные параметры равновесия (а также данные о катушках, токах, функциях Грина и координатах, которые хранятся в файле), а на выходе коэффициент МАРЕ (средняя относительная погрешность в процентах)

$$MAPE = \frac{100\%}{N_{loop}} \sum_{j=1}^{N_{loop}} \left| \frac{\Psi_{loop,sim}(R_j, Z_j) - \Psi_{loop,exp}(R_j, Z_j)}{\Psi_{loop,exp}(R_j, Z_j)} \right|. \quad (19)$$

Для минимизации МАРЕ и подбора свободных параметров равновесия используется метод Байесовской оптимизации [36]. Такой метод вы-

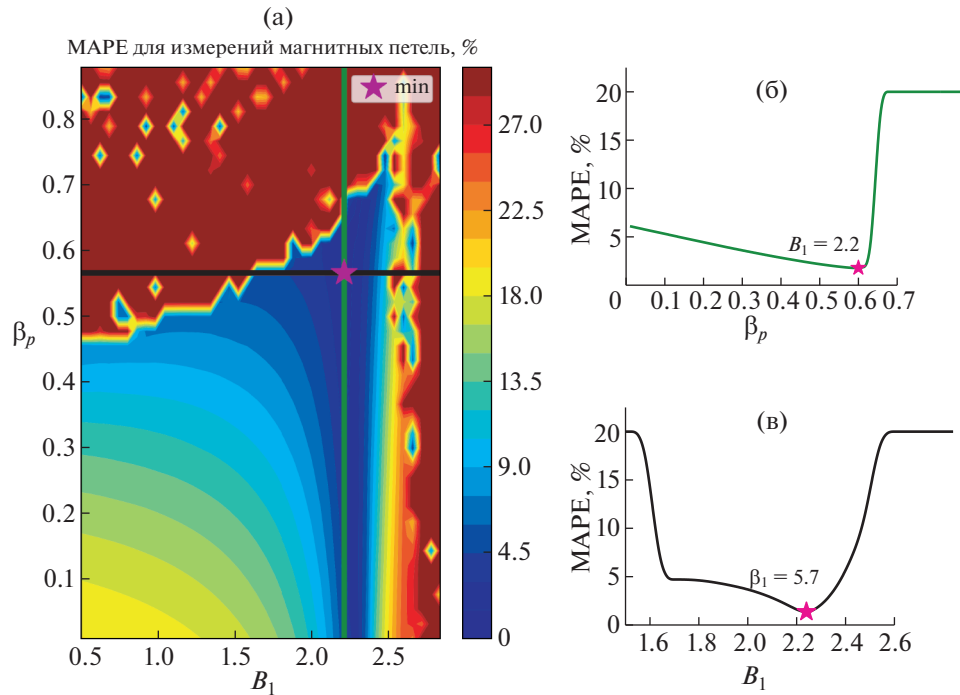


Рис. 3. Зависимость параметра MARE в процентах от искомым в процессе реконструкции равновесия величин β_p и B_1 (а); срез графика при $B_1 = 2.2$ и при $\beta_p = 0.57$ (б) и (в) соответственно. Данные для расчетов взяты из 200 мс разряда #42368.

бран был в связи с существованием большого количества несходящихся решений уравнения Грэда–Шафранова и наличием локальных минимумов. В таком случае, обычные методы, например, градиентного спуска, могут попасть в область с неплавным изменением коэффициента MARE и в результате, выдать неправильный результат. На рис. 3а, приведена погрешность измерений магнитных петель в виде параметра MARE в процентах в зависимости от искомым в процессе реконструкции равновесия величин – β_p и B_1 . Звездой обозначено наиболее оптимальное значение β_p и B_1 с MARE $\approx 0.5\%$. Как видно, при низких β_p и B_1 параметр MARE плавно меняется и падает с приближением к минимуму, который оказывается близок к границе области с несходящимися решениями, где резко потом возрастает, что дополнительно может помешать нестохастическим методам оптимизации. На рис. 3б дополнительно приведена зависимость MARE от β_p при фиксированном $B_1 = 2.2$, где видно монотонное падение погрешности при изменении бета β_p от 0 до 0.7, а на рис. 3в представлена зависимость MARE от B_1 при $\beta_p = 0.57$.

Для самого наилучшего варианта свободные параметры β_p и B_1 сохраняются вместе с прочими необходимыми интегральными и производными

величинами, а равновесие выводится в geqdsk [37] или divgeo [13] формате.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РЕКОНСТРУКЦИИ РАВНОВЕСИЯ КОДОМ PYGSS

4.1. Граница плазмы и измерения магнитных петель

Для демонстрации работы кода был выбран разряд #42368 (тороидальное магнитное поле $B_T = 0.8$ Т, ток плазмы $I_p = 350$ кА), осциллограммы которого изображены на рис. 4. Нагрев плазмы осуществлялся двумя инжекторами НИ-1 и НИ-2, создающими пучки дейтерия с энергией $E_b = 28$ кэВ и мощностью $P_b = 500$ кВт (НИ-1), и с энергией $E_b = 46$ кэВ, мощностью $P_b = 925$ кВт (НИ-2). Инжекция НИ-2 началась на фазе роста тока (150 мс) и длилась 90 мс, инжекция НИ-1 началась позже, на стадии плато тока при 180 мс и продолжалась 40 мс.

На рис. 1 представлены результаты работы кода pyGSS для стационарной фазы $t = 200$ мс: распределение полоидального магнитного потока и граница плазмы с нижним положением X-точки. Для сравнения, здесь также приведена граница плазмы, полученная кодом PET и методом токовых колец. Как видно из рисунка, размеры и конфигурация поперечного сечения плазмы находятся в хорошем соответствии друг с другом при использовании трех разных кодов.

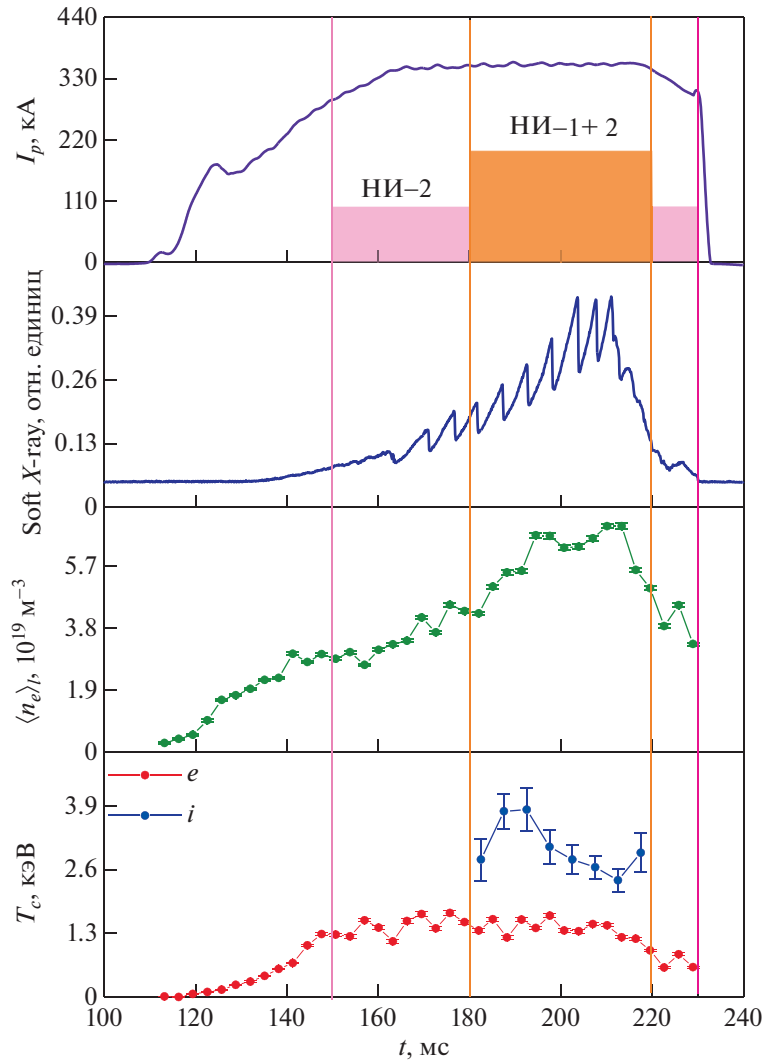


Рис. 4. Осциллограмма разряда #42368, представлен ток плазмы, отмечено начало работы инжекторов НИ-1 и НИ-2, сигнал мягкого рентгена, средняя электронная концентрация вдоль хорды с большим радиусом $R = 0.42$ м, а также центральная электронная и ионная температура.

На рис. 5 представлено распределение измененного магнитными петлями потока полоидального магнитного поля в зависимости от номера датчика (расположение петель изображено на рис. 1), как видно, измерения согласуются с расчетом. При этом вклад от токов по камере оказывается малым, меньше 1 мВб/рад. На рис. 6 приведено изменение абсолютной a_{tol} и относительной r_{tol} ошибки в ходе Пикардовских итераций, как видно, за почти 100 итераций решение уравнения Грэда–Шафранова плавно сходится до предела в 10^{-7} . При этом, абсолютная ошибка сходится быстрее, чем относительная, опережая последнюю примерно на 40 итераций. Был проведен тест на сеточную сходимость и результаты расчетов идентичны при разрешениях сетки 65×65 (основной вариант) в сравнении с 128×128 , разница вычисленной границы плазмы, энергоза-

паса, внутренней индуктивности и т.д. не превышает 10^{-4} .

На данный момент для реконструкции одной магнитной конфигурации требуется от 20 до 100 шагов Байесовской оптимизации, для каждой примерно 100 итераций методом Пикарда. Время расчета одного разряда, разбитого на примерно 100 временных моментов с шагом 1 мс составляет около 40 мин на 24-ядерном процессоре Intel Xeon Gold.

4.2. Сравнение с методом токовых колец

Для определения положения и формы границы плазмы в паузе между разрядами используется метод токовых колец [21]. В нем плазма представляется в виде набора подвижных филаментов (токовых колец), в которых подбираются токи и их

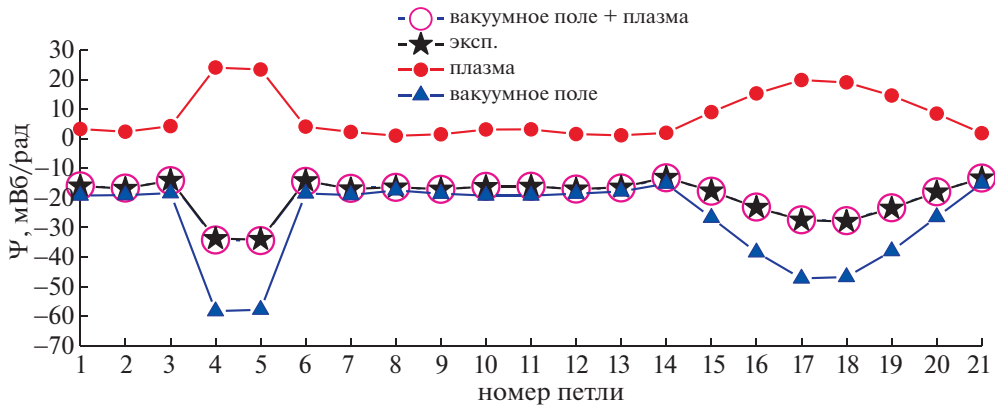


Рис. 5. Сравнение полоидального магнитного потока, измеренного магнитными петлями и рассчитанного кодом ruGSS. Получено для разряда #42368, $t = 200$ мс. Дополнительно представлены положительный вклад в поток от плазмы и отрицательный от катушек. Вклад токов по камере меньше 1 мВб/град и на рисунке не представлен.

положение таким образом, чтобы измерения магнитных петель совпали с рассчитанными. При этом реконструируется крайняя замкнутая магнитная поверхность.

Преимуществами такого метода является большая скорость вычислений, позволяющая проводить расчет равновесия меньше, чем через минуту после разряда или в реальном времени. К недостаткам можно отнести упрощенное представление о распределении тока плазмы, по этой причине распределение потока полоидального магнитного поля считается достоверно определенным только в окрестности границы плазмы или вне ее. Данный метод не позволяет определить распределение равновесного давления плазмы, плотности тороидального тока и ряда других внутренних параметров.

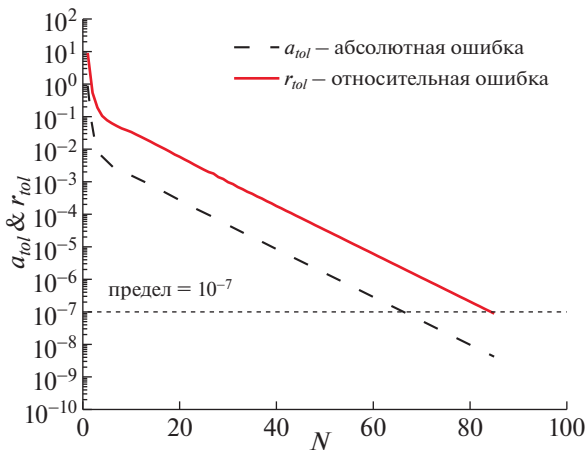


Рис. 6. Сходимость абсолютной a_{tol} и относительной r_{tol} ошибки до предела в 10^{-7} в ходе Пикардовских итераций при решении уравнения Грэда–Шафранова.

Таким образом, для корректного сравнения данных вычисления равновесия методом токовых колец и кода ruGSS подходит только граница плазмы, а также следующие геометрические параметры: малый радиус $a_0 = (R_{max} - R_{min})/2$, большой радиус $R_0 = (R_{max} + R_{min})/2$, вытянутость $\kappa = (Z_{max} - Z_{min})/2a$ и средняя треугольность $\delta = (\delta_{upper} + \delta_{lower})/2$, где верхняя треугольность вычисляется как $\delta_{upper} = (R_0 - R_{upper})/2a$, а нижняя $\delta_{lower} = (R_0 - R_{lower})/2a$, при этом R_{upper} равен большому радиусу самой верхней точки на границе Z_{max} , а R_{lower} соответственно большому радиусу точки Z_{min} .

На рис. 7 представлены вышеописанные геометрические параметры в зависимости от времени для разряда #42368 (левый столбец), а в правом столбце представлено сравнение на диаграмме для серии экспериментов (разряды: 41 585, 41 615, 41 629, 41 644, 41 645, 41 649, 41 665, 41 666, 42 119, 42 123, 42 343, 42 368), полученных при магнитном поле $B_T = 0.8-0.9$ Тл, токе плазмы $I_p = 300-400$ кА, с инъекцией дейтерия или водорода НИ-1 и НИ-2 ($E_b = 27-28$ кэВ и $40-47$ кэВ, суммарная мощность $P_b = 1200-1400$ кВт). Как видно, малый, большой радиус и вытянутость хорошо соответствуют друг другу с $MAPE < 2\%$, но треугольность плазмы имеет отличия с $MAPE = 9\%$. При этом, наблюдается резкий скачок треугольности с 0.3 до 0.4 во время работы НИ-1+2. Также наблюдаются отличия на фазе роста тока, в это время сильны токи по камере, которые затрудняют реконструкцию равновесия. Визуальное сравнение границы плазмы для одного разряда на рис. 1 также показывает согласованность результатов расчета границы плазмы.

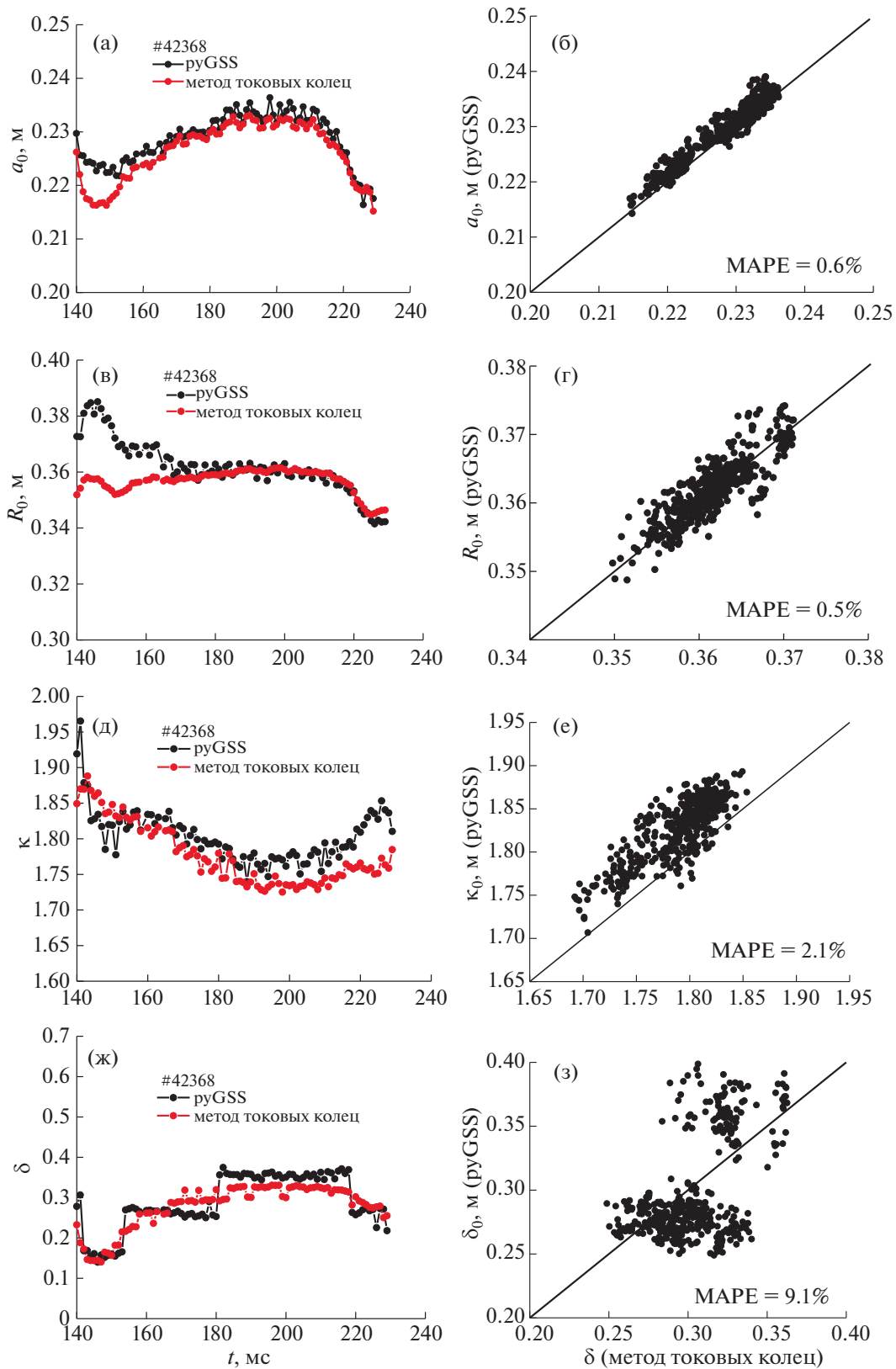


Рис. 7. Сравнение данных вычислений кода ruGSS и метода токовых колец: временная динамика малого и большого радиуса, вытянутости и треугольности для разряда #42368 (а), (в), (д), (ж); диаграмма сравнения для серии разрядов (б), (г), (е), (з).

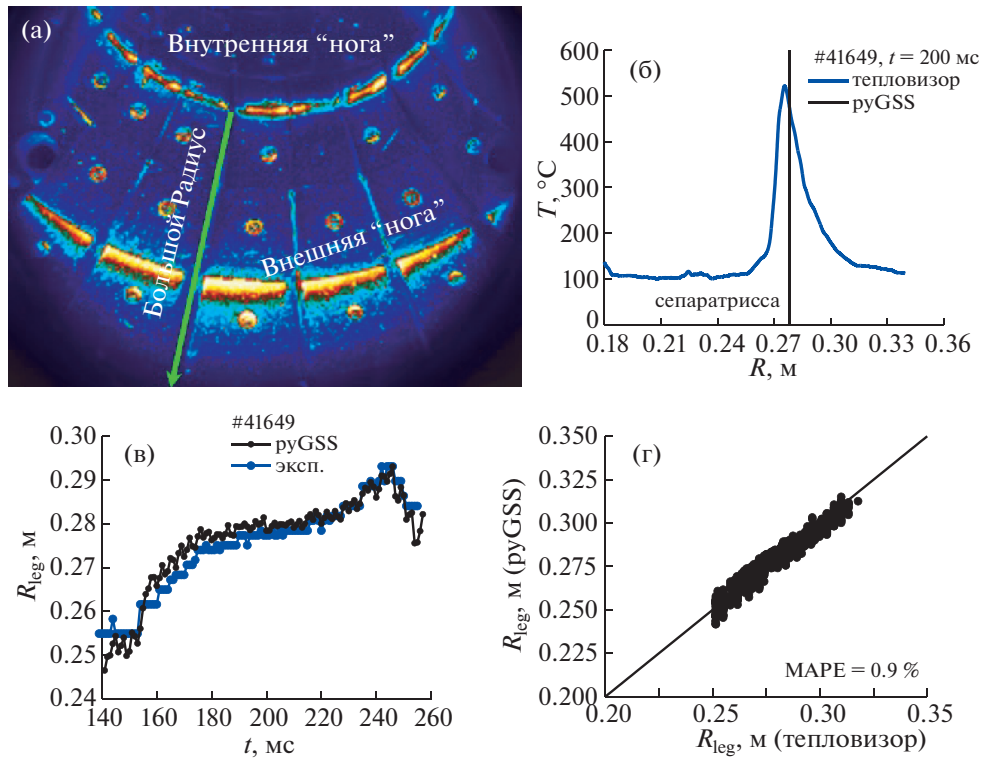


Рис. 8. Изображение тепловизора, направленного вертикально на нижние диверторные пластины, отмечено положение внутренней и внешней ноги сепаратрисы (а); распределение температуры на графитовой плитке по большому радиусу, отмечено положение внешней ноги сепаратрисы по результатам вычислений кода ruGSS для разряда #41649, 200 мс (б); эволюция во времени положения ноги сепаратрисы для разряда #41649 (в) и диаграмма сравнения для серии экспериментов положения внешней ноги сепаратрисы на стороне со слабым магнитным полем, полученное кодом ruGSS и с помощью измерений тепловизора (г).

4.3. Сравнение с измерениями положения ноги сепаратрисы с помощью тепловизора

В сферическом токамаке Глобус-М2 установлена быстрая тепловизионная камера, линия наблюдения которой направлена вертикально на нижние диверторные пластины, что позволяет увидеть распределение тепла на них (рис. 8а). К-детектор изготовлен из теллурида кадмия-ртути, что обеспечивает работу в диапазоне длин волн 3.5–4.7 мкм, размер кадра тепловизора 320 × 256 пикселей в полнокадровом режиме, что соответствует пространственному разрешению ~1.6 мм/пиксель с частотой ~220 Гц.

Для определения положения внешней ноги сепаратрисы используется координата максимума температуры диверторной пластины, которая может отличаться от реального положения из-за процессов диффузии тепла у графитовой плитки, однако погрешность измерения относительно мала из-за узости области с большим потоком тепла на дивертор (менее 3 см, рис. 8б).

Измерения тепловизионной камерой можно использовать для валидации реконструкции равновесия кодом ruGSS. Сравнение приводится

только для положения ноги сепаратрисы на стороне со слабым полем, так как на стороне с сильным полем, поток тепла сильно ниже, потому пик температуры плохо различим на фоне.

На рис. 8в представлена эволюция во времени положения ноги сепаратрисы на стороне со слабым полем в разряде #41649, близком по параметрам к #42368, по данным вычислений кодом равновесия ruGSS и измерениям тепловизора, а на рис. 8г представлена диаграмма сравнения для серии разрядов. Как видно, результаты реконструкции равновесия согласуются с экспериментальными данными, полученными оптическим методом, точность реконструкции составляет меньше MAPE = 1%.

4.4. Сравнение с измерениями диамагнитной петли

Глобус-М2 оснащен диамагнитной петлей, расположенной по полоидальному обходу внутри камеры для измерения диамагнитного сигнала, являющегося разностью тороидального потока магнитного поля с плазмой и в ее отсутствии

$$\Delta\Phi = -\int (B_{T,plasma} - B_{T,vac}) dS. \quad (20)$$

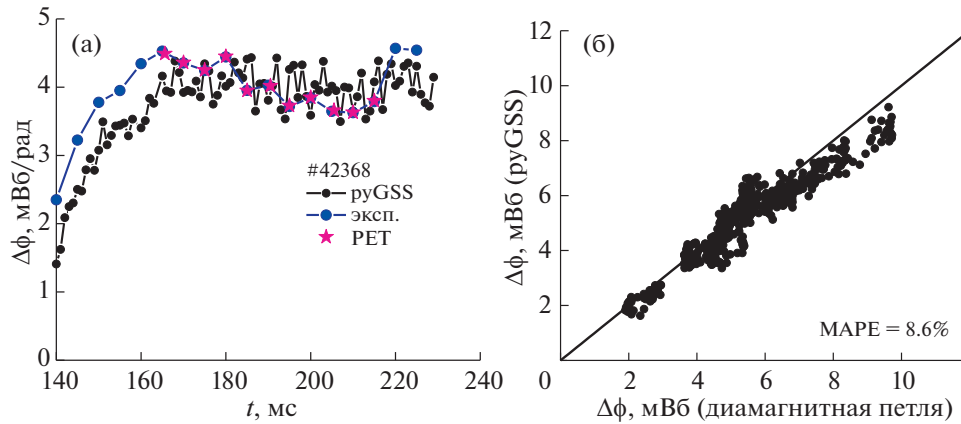


Рис. 9. Зависимость диамагнитного потока от времени для разряда #42368 (а), а также диаграмма сравнения для экспериментального сигнала и рассчитанного с помощью кодов равновесия ruGSS и PET (б).

Данные измерения широко используются в экспериментах для определения энергосодержания и полоидального бета β_p . Но использование данных измерений сопряжено с трудностями в связи с малостью сигнала на фоне большого потока тороидального поля (доля сигнала 10^{-4}), в связи с многочисленными наводками, значительным влиянием вибраций, влиянием токов в катушках полоидального и тороидального поля и т.д.

Диамагнитный сигнал не используется непосредственно для реконструкции равновесия кодом ruGSS, но может быть сравнен с сигналом, полученным с помощью кода. На рис. 9а изображена зависимость от времени диамагнитного сигнала, полученного экспериментально и с помощью кодов равновесия ruGSS и PET для разряда #42368. На фазе роста тока плазмы с 140 до 170 мс наблюдаются отличия примерно в 0.5 мВб, вызванные низкой точностью реконструкции равновесия вне плато тока (MAPE = 5–10%). Но в случае квазистационарной фазы разряда (170–240 мс) измерения находятся в хорошем соответствии, как и на диаграмме с сравнением большой статистики экспериментальных измерений и данных реконструкции (рис. 9б), MAPE = 8.6%.

4.5. Сравнение с результатами работы кода равновесия PET

Для реконструкции равновесия на токамаке Глобус-М2 также используется код со свободной границей PET [24], написанный на языке FORTRAN. В коде PET решается уравнение Грэда–Шафранова, но в отличие от кода ruGSS исполь-

зуется иная формула для распределения производной давления $p'(\psi)$ и функции $F(\psi)F'(\psi)$

$$\begin{aligned} p'(\psi) &= \alpha_0 \left[1 - (1 - \psi_n)^{\alpha_1} \right]^{\alpha_2}, \\ F(\psi)F'(\psi) &= b_0 \left[1 - (1 - \psi_n)^{\alpha_1} \right]^{\alpha_2}, \end{aligned} \quad (21)$$

где параметры α_0 и b_0 определяются через полоидальный β_p и ток плазмы I_p , а коэффициенты α_1 и α_2 подбираются пользователем. Ток плазмы и ток в полоидальных катушках заданы на основе экспериментальных измерений.

Реконструкция равновесия в коде осуществляется через подбор неизвестных величин, т.е. полоидального β_p и коэффициентов α_1 и α_2 через сравнение результатов расчета с границей плазмы, определенной методом токовых колец и измеренным сигналом диамагнитной петли. Как показано на рис. 9а, реконструкция равновесия вышеописанным кодом вполне может описать измерения, получаемые диамагнитной петлей.

Результаты реконструкции равновесия кодом PET были использованы для валидации расчетов кодом ruGSS на примере двух величин: полоидального бета β_p (7) и для нормализованной внутренней индуктивности

$$l_i = \frac{2}{R_g (\mu_0 I_p)^2} \int B_p^2 dV. \quad (22)$$

Сравнение результатов, полученных двумя равновесными кодами, представлено на рис. 10 в зависимости от времени для разряда #42368, а также для большой статистики экспериментов. Как видно, данные находятся в хорошем соответствии друг с другом, точность для всех величин в виде коэффициента MAPE немного больше 11%.

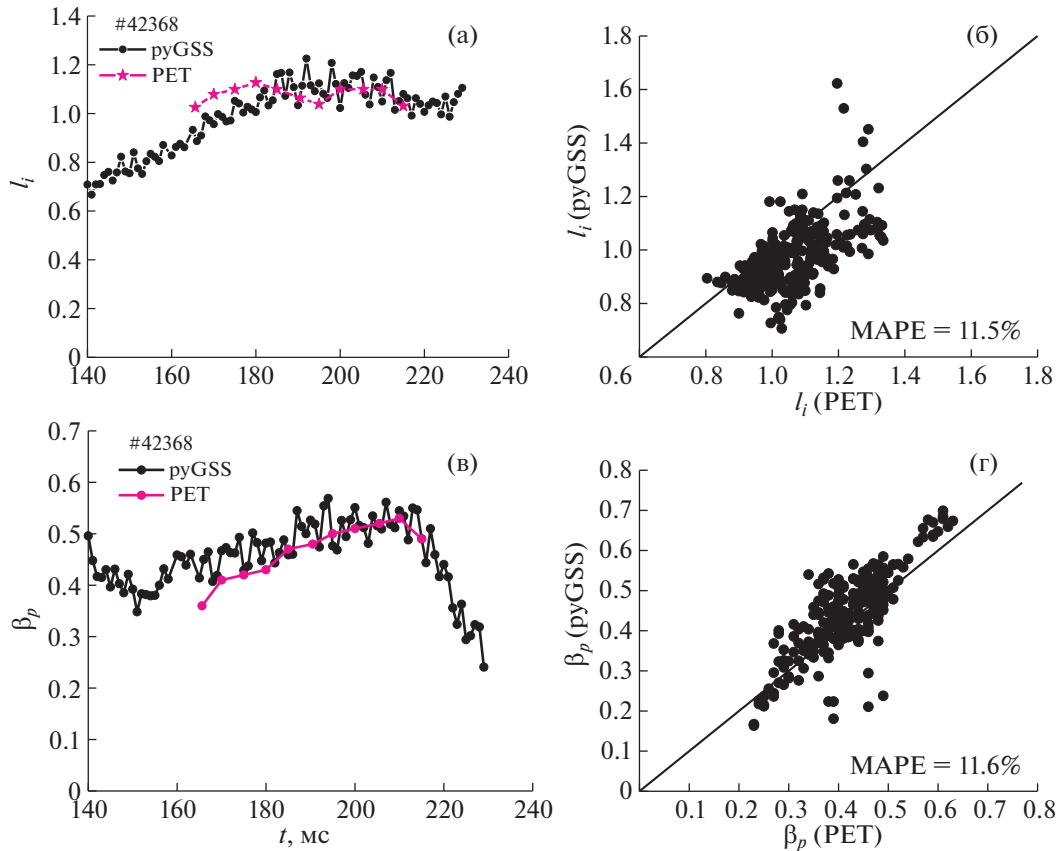


Рис. 10. Сравнение полоидального бета β_p (а), (б) и внутренней индуктивности l_i (в), (г) в зависимости от времени для разряда #42368 и на диаграммах для серии экспериментов. Приведены данные кодов PET и pyGSS.

При этом внутренняя индуктивность, рассчитанная кодом PET, немного больше, чем по коду pyGSS, что говорит о более пикированном профиле плотности тока в PET, вызванном разницей в параметрических функциях, используемых в расчете. На рис. 1 можно увидеть сравнение границы плазмы из PET, близкое к границе из метода токовых колец, и также находящееся в согласии с результатами pyGSS.

4.6. Вычисление энергозапаса

Одним из методов вычисления энергосодержания плазмы является прямое интегрирование равновесного давления плазмы по объему, которое можно получить из кодов равновесия pyGSS и PET

$$W = \frac{3}{2} \int p dV. \quad (23)$$

Стоит отметить, что энергозапас, полученный таким методом, включает в себя сумму тепловой энергии (от электронов W_e и от ионов W_i), а также

быстрых частиц W_f (вкладом от вращения плазмы в данном случае пренебрежем)

$$W = W_e + W_i + W_f. \quad (24)$$

На рис. 11а представлено сравнение энергозапаса, полученного кодами pyGSS и PET, точность совпадения результатов вычислений обоих кодов – MAPE = 11.4%. Оба метода используют различные измерения данные магнитных измерений (PET – диамагнитные измерения, а pyGSS – данные магнитных петель), результаты обработки которых, в целом находятся в согласии друг с другом.

Для задачи валидации результатов реконструкции равновесия кодом pyGSS можно также использовать значения запасенной в плазме энергии, полученной из измерений профилей плотности и температуры. В описываемых экспериментах использовались две диагностические системы: диагностика на основе томсоновского рассеяния (ТР), с помощью которой можно получить распределение температуры и плотности электронов от большого радиуса в экваториальной плоскости токамака, а также диагностики ак-

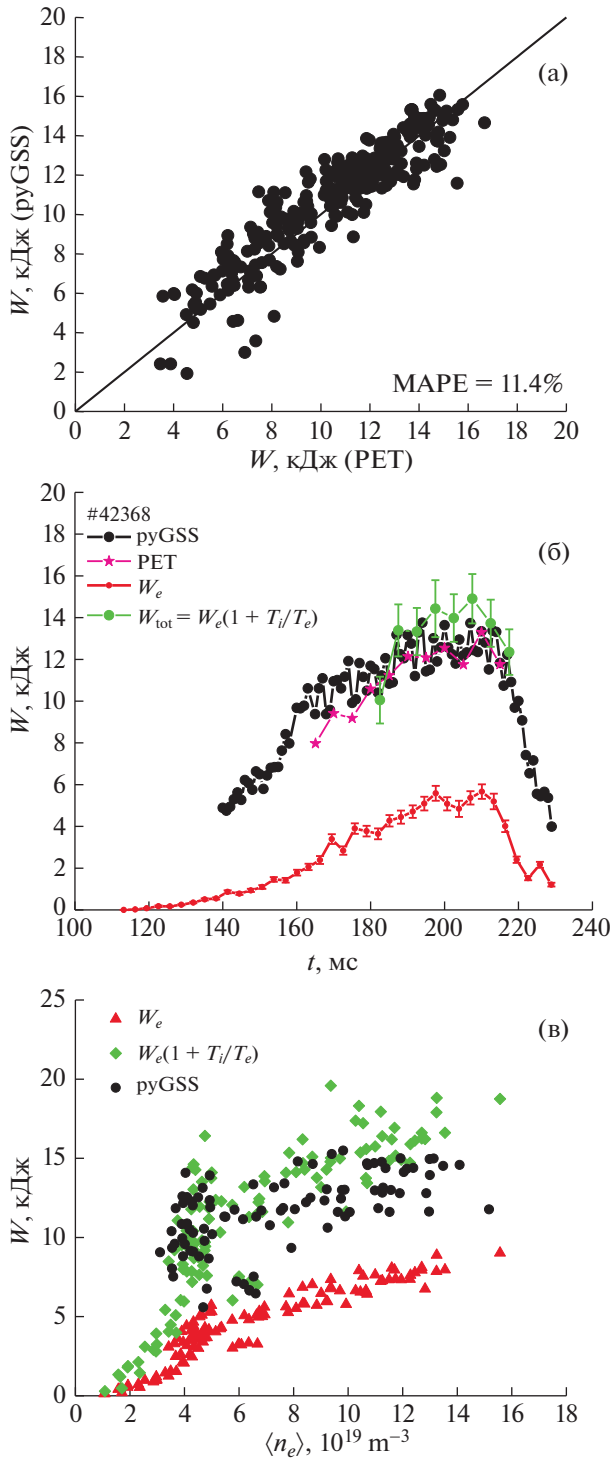


Рис. 11. Сравнение двух методов вычисления магнитного энергозапаса: PET и ruGSS, MAPE = 11.4% (а); энергозапас в зависимости от времени для разряда #42368, полученный на основе профилей температуры и концентрации, а также кодами PET и ruGSS (б); запасенная энергия в плазме для серии разрядов в зависимости от плотности электронов рассчитанная на основе кинетических измерений с помощью кода ruGSS (в).

тивной спектроскопии излучения перезарядки и рекомбинации (CXRS), с помощью которой можно получить распределение ионной температуры от большого радиуса, также в экваториальной плоскости.

Вычисление электронного энергозапаса проводилось на основе равновесия ruGSS, а также с помощью профилей электронной плотности и температуры, полученных диагностикой ТР. Для каждой точки ТР производился поиск соответствующего ей нормализованного полоидального потока (5) с последующей интерполяцией профиля по всему объему плазмы. Таким образом, можно получить распределение температуры и концентрации электронов по всему объему плазмы — $n_e(R, Z)$ и $T_e(R, Z)$. Электронный энергозапас можно получить интегрированием по объему распределения температуры и концентрации

$$W_e = \frac{3}{2} \int n_e(R, Z) T_e(R, Z) dV. \quad (25)$$

Ионный энергозапас был получен приблизительно с помощью отношения максимальной ионной и электронной температур

$$W_i = W_e \frac{T_i}{T_e}. \quad (26)$$

Результаты расчета кинетического энергозапаса в зависимости от времени представлены на рис. 11б для разряда #42368, дополнительно, добавлены результаты вычислений кодами PET и ruGSS, как видно все три метода находятся в согласии друг с другом, с учетом погрешности. Измерения CXRS возможны только во время работы пучка нейтральных частиц НИ-1, выступающего здесь также в роли диагностического пучка, поэтому полный кинетический энергозапас доступен только с 182 по 217 мс.

Результаты вычисления запасенной энергии в плазме, полученной равновесным кодом ruGSS и на основе профилей температуры и концентрации представлены также и в зависимости от среднехордовой плотности для серии экспериментов (рис. 11в), как видно, зависимость от плотности обоими методами имеет одинаковую форму.

4.7. Сравнение использования разных параметрических функций для реконструкции равновесия

При реконструкции равновесия возникает вопрос об использовании разных параметрических функций, которые описывают вид зависимостей $p'(\psi)$ и $F(\psi)F'(\psi)$. Как говорилось в разделе 0, в коде ruGSS используются 2 варианта таких функций.

На рис. 12а представлено сравнение границы плазмы и структуры магнитных поверхностей для

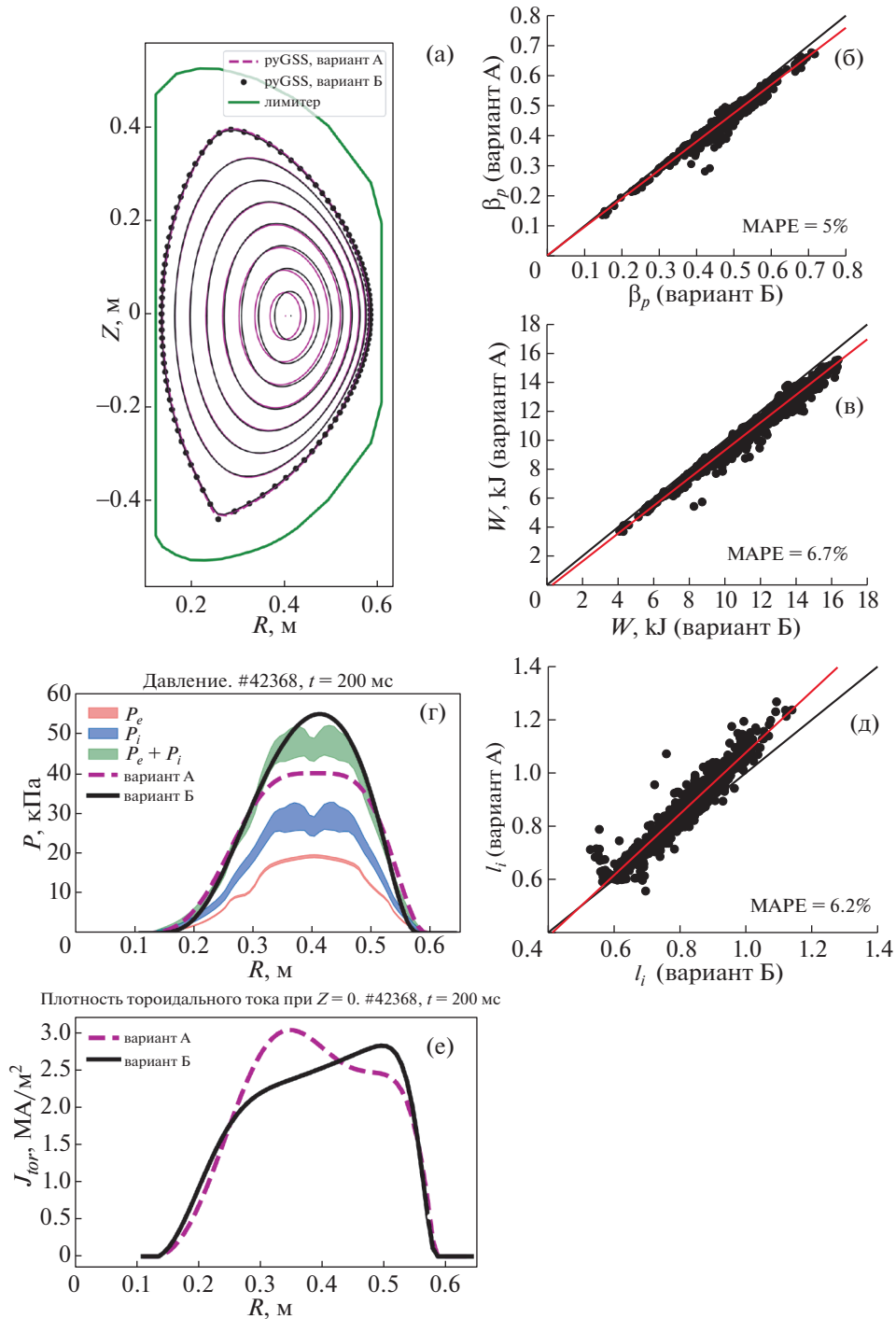


Рис. 12. Сравнение расчетов с разными параметрическими функциями – А и Б. Приводятся графики границы плазмы и формы магнитных поверхностей (а), диаграммы сравнения для серии экспериментов – полоидальное бета β_p (б), энергозапас (в), нормализованная внутренняя индуктивность l_i (д), а также давление плазмы в экваториальной плоскости (г) и плотность тороидального тока (е).

двух вариантов функций: вариант А – фиолетовый, формула (4), Б – черный, формула (8). Как видно, граница плазмы хорошо совпадает для двух типов функций, при этом статистический

анализ на серии экспериментов показал, что малый и большой радиус также совпадают, как и вытянутость, с $MAPE < 1\%$, различия могут наблюдаться только для треугольности, где отличия

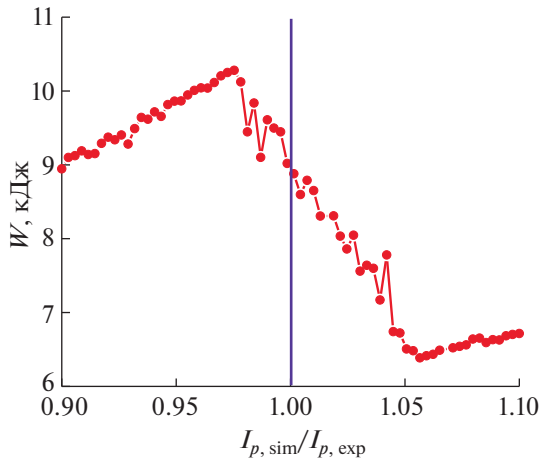


Рис. 13. Расчет энергозапаса кодом ruGSS с изменением тока плазмы при сохранении всех остальных параметров неизменными.

могут достигать $\text{MAPE} = 10\%$. Магнитные поверхности, находящиеся близко к сепаратрисе, находятся в согласии друг с другом, но, начиная с малого радиуса в 0.15 м наблюдаются небольшие отличия, магнитная ось также немного отличается в двух вариантах расчета на 1.2 см, как и полоидальное бета β_p и энергозапас также имеют небольшие различия. На рис. 12б и 12в наблюдается общее очень небольшое смещение в сторону реконструкции вариантом Б, показанное красной линией. Следовательно, вариант Б дает чуть большие значения, чем А, но разница может наблюдаться только для случаев с большим энергозапасом, выше 12 кДж. Отличия β_p и энергозапаса меньше $\text{MAPE} < 7\%$.

Нормализованная внутренняя индуктивность I_i оказывается выше для варианта А, чем в Б, что видно на рис. 12д, что говорит о более пикированном профиле плотности тороидального тока в А. Данный факт подтверждается на рис. 12е, где приведена плотность тороидального тока (формула (3)) в экваториальной плоскости. Плотность тока А оказывается смещена в сторону сильного магнитного поля, а вариант Б в сторону слабого, что и сказывается на форме магнитных поверхностей на рис. 12а. При этом такие существенные различия в форме тока оказывают малое влияние на интегральные параметры и форму границы плазмы.

Параметрическая функция типа А, дает более плоский профиль давления, чем Б, что видно на рис. 12г. Для сравнения, приводятся результаты измерения электронного давления диагностикой ТР (красная область) и ионного давления с помо-

щью диагностики CXRS (синяя область) в экваториальной плоскости

$$p_e = n_e T_e, \quad (27)$$

$$p_i = n_i T_i. \quad (28)$$

Ионная концентрация, необходимая для расчета ионного давления оценивалась из уравнения квазинейтральности и эффективного заряда, принятого здесь для простоты одинаковым по всему объему плазмы и равным $Z_{\text{eff}} = 2$. В данном случае, наиболее близким к суммарному кинетическому давлению (зеленая область), оказалась оценка вариантом функции Б. Но, вместе с этим, разница в энергозапасе, составляет лишь 500 Дж на фоне полного значения примерно 15 кДж, поскольку давление в центре плазмы, где наблюдаются наибольшие различия, дают очень малый вклад в энергозапас, из-за малого объема охватываемого магнитными поверхностями.

Как подтверждается вышеприведенными результатами, реконструкция равновесия с использованием различных параметрических функций не дает принципиально иных результатов. Различия наблюдаются только в виде разной формы профиля давления и тока, что дает немного различающиеся значения полоидального бета β_p , нормализованной внутренней индуктивности I_i и энергозапаса, отличия меньше $\text{MAPE} < 7\%$, а также немного разной формы магнитных поверхностей в центре плазмы.

Малые различия интегральных параметров при существенно отличающихся формах давления и плотности тока вызваны особенностями реконструкции с помощью параметрических функций. В коде ruGSS происходит подбор свободных параметров под измерения полоидального потока магнитными петлями, который является интегральным откликом на присутствие плазмы внутри камеры. При этом магнитные петли находятся на некотором удалении от плазмы, расстояние составляет от 3 до 18 см.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описан код для реконструкции равновесия плазмы со свободной границей ruGSS. В коде решается уравнение Грэда–Шафранова в интегральной форме с помощью функции Грина, а подбор свободных параметров, описывающих $p'(\psi)$ и $F(\psi)F'(\psi)$ происходит с помощью сравнения данных кода и измерений полоидального магнитного потока замкнутыми по обходу тора петлями. Было проведено сравнение ruGSS с кодом РЕТ (отличия β_p , I_i и W_p составляют $\text{MAPE} = 11\%$), а также с методом токовых колец. При этом малый, большой радиус и вытянутость хорошо соответствуют друг другу с $\text{MAPE} < 2\%$, но треуголь-

ность плазмы имеет отличия с $MAPE = 9\%$. Также было проведено сравнение с измерениями диамагнитной петлей, не используемой при реконструкции, данные которой оказались в согласии с $ruGSS$, $MAPE = 8.6\%$.

Валидация результатов расчета равновесия кодом $ruGSS$ была проведена также с помощью оптических измерений. Во-первых, показано, что точка выхода сепаратрисы на диверторные пластины со стороны слабого магнитного поля находится в соответствии с данными наблюдения тепловизором (точность реконструкции $MAPE = 0.9\%$). Во-вторых, было проведено сравнение кинетического энергозапаса, полученного из реконструкции равновесия, и кинетического энергозапаса, полученного оптическими методами — диагностики томсоновского рассеяния и данных активной спектроскопии излучения атомов перезарядки и рекомбинации. Результаты реконструкции равновесия и энергозапаса, полученного интегрированием измеренных профилей температуры и концентрации, находятся в согласии друг с другом и повторяют форму зависимости от плотности. Стоит отметить, что вклад в энергозапас быстрых частиц редко превышает 1–2 кДж.

Показано, что результаты реконструкции равновесия, проведенные с использованием различных параметрических функций, описывающими форму $p'(\psi)$ и функции $F(\psi)F'(\psi)$, не дают принципиально разных результатов, кроме давления плазмы и плотности тороидального тока. При этом граница плазмы, полоидальное бета β_p , нормализованная внутренняя индуктивность I_i и энергозапас мало отличаются друг от друга.

Стоит отметить высокую чувствительность результатов реконструкции равновесия кодом $ruGSS$ к измерениям тока плазмы, где увеличение тока на 5% может привести к изменению энергозапаса на 30% при сохранении всех остальных параметров неизменными (рис. 13). При этом, точность модели электромагнитной системы проверена на серии разрядов без плазмы, где отличия рассчитанных потоков от измеренных не превышают 1 мВб/рад.

Исследования проведены на УНУ “Сферический токамак Глобус-М”, входящей в состав ФЦКП “Материаловедение и диагностика в передовых технологиях”. Эксперименты по дополнительному нагреву плазмы выполнены в рамках госзадания, тема 0034-2023-0001. Разделы 3 и 4 выполнены в рамках госзадания, тема 0040-2019-0023. Результаты реконструкции равновесия были получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (www.spbstu.ru).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shafranov V.D.* // JETP. 1958. V. 33. P. 710.
2. *Grad H., Rubin H.* // Proc. 2nd Int. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy. 1958. V. 31 P. 1901.
3. *Hawryluk R.* // Course on Physics of Plasma Close to Thermonuclear Conditions. Varenna, Italy 1979.
4. *Pereverzev G.V., Yushmanov P.N.* // IPP-Report. 2002. IPP 5/98.
5. *Dannert T., Jenko F.* // Phys. Plasmas. 2005. V. 12. P. 072309.
6. *Peeters A.G., Camenen Y., Casson F.J., Hornsby W.A., Snodin A.P., Srintzi D., Szepesi G.* // Computer Phys. Communications. 2009. V. 180. P. 2650. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2009.07.001>
7. *Luetjens H., Bondeson A., Sauter O.* // Computer Phys. Communications. 1996. V. 97. P. 219.
8. *Lao L.L., John H. St., Stambaugh R.D., Kellman A.G., Pfeiffer W.* // Nuclear Fusion. 1985. V. 25. P. 1611.
9. *Иванов А.А., Мартынов А.А., Медведев С.Ю., Пошехонов Ю.Ю., Коновалов С.В., Хайрутдинов Р.Р.* // ВАИТ. Сер. Термоядерный синтез. 2014. Т. 37. В. 1.
10. *Jardin S.C., Pomphrey N., Delucia J.* // J. Computational Phys. 1986. V. 66. P. 481.
11. *Masayoshi S., Lukash V., Khayrutdinov R., Neyatani Y.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2004. V. 46. P. 1581.
12. *Crotinger J., LoDestro L., Pearlstein L., Tarditi A., Casper T., Hooper E.* // LLNL Report UCRL-ID126284, available from NTIS #PB2005-102154. 1997.
13. *Bonnin X., Dekeyser W., Pitts R., Coster D.* // Plasma Fusion Res. 2016. V. 11. P. 1403102.
14. *Dudson B.D., Umansky M.V., Xu X.Q., Snyder P.B., Wilson H.R.* // Commun. Comput. Phys. 2009. V. 180. P. 1467.
15. *Pankin A., McCune D., Andre R., Bateman G., Kritz A.* // Computer Phys. Communications. 2004. V. 159. P. 157.
16. *Geiger B., Stagner L., Heidbrink W.W., Dux R., Fischer R., Fujiwara Y., Garcia A.V., Jacobsen A.S., Vuuren A. Jansen van, Karpushov A.N., Liu D., Schneider P.A., Sfiligoi I., Poloskei P.Zs., Weiland M.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2020. V. 62 P. 105008.
17. <https://github.com/D3DEnergetic/FIDASIM>.
18. *Гусев В.К., Голант В.Е., Гусаков Е.З., Дьяченко В.В., Ирзак М.А., Минаев В.Б., Мухин Е.Е., Новохацкий А.Н., Подушикова К.А., Раздобарин Г.Т., Сахаров Н.В., Трегубова Е.Н., Узлов В.С., Щербинин О.Н., Беляков В.А., Кавин А.А., Косцов Ю.А., Кузьмин Е.Г., Сойкин В.Ф., Кузнецов Е.А., Ягнов В.А.* // ЖТФ. 1999. Т. 69. С. 58.
19. *Gusev V.K., Bakharev N.N., Belyakov V.A., Ber B.Y., Bondarchuk E.N., Bulanin V.V., Bykov A.S., Chernyshev F.V., Demina E.V., Dyachenko V.V., Goncharov P.R., Gorodetsky A.E., Gusakov E.Z., Ilyaminova A.D., Ivanov A.A., Irzak M.A., Kaveeva E.G., Khitrov S.A., Khokhlov M.V., Khromov N.A., Kolmogorov V.V., Kornev V.A., Krasnov S.V., Kurskiev G.S., Labusov A.N., Lepikhov S.A., Litunovsky N.V., Mazul I.V., Melnik A.D., Mikov V.V., Minaev V.B., Mineev A.B., Mironov M.I., Miroshnikov I.V., Mukhin E.E., Novokhatsky A.N., Ovsyannikov A.D., Patrov M.I., Petrov A.V., Petrov Yu.V., Rozhansky V.A., Sakharov N.V., Saveliev A.N.,*

- Senichenkov I.Yu., Sergeev V.Yu., Shchegolev P.B., Shcherbi-nin O.N., Shikhovtsev I.V., Tanaev V.S., Tanchuk V.N., Tolstyakov S.Y., Varfolomeev V.I., Vekshina E.O., Voronin A.V., Voskoboynikov S.P., Wagner F., Yashin A.Y., Zadviitskiy G.V., Zakharov A.P., Zalavutdinov R.K., Zhi-lin E.G.* // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 2015. V. 58. P. 014032.
<https://doi.org/10.1088/0029-5515/55/10/104016>
20. *Minaev V.B., Gusev V.K., Sakharov N.V., Varfolomeev V.I., Bakharev N.N., Belyakov V.A., Bondarchuk E.N., Brunkov P.N., Chernyshev F.V., Davydenko V.I., Dyachenko V.V., Kavin A.A., Khitrov S.A., Khromov N.A., Kiselev E.O., Konovalov A.N., Kornev V.A., Kurskiev G.S., Labusov A.N., Melnik A.D., Mineev A.B., Mironov M.I., Miroshnikov I.V., Patrov M.I., Petrov Yu.V., Rozhansky V.A., Saveliev A.N., Senichenkov I.Yu., Shchegolev P.B., Shcherbinin O.N., Shikhovtsev I.V., Sladkome-dova A.D., Solokha V.V., Tanchuk V.N., Telnova A.Yu., Tokarev V.A., Tolstyakov S.Yu., Zhilin E.G.* // *Nuclear Fusion*. 2017. V. 57. P. 066047.
<https://doi.org/10.1088/1741-4326/aa69e0>
21. *Vasiliev V.I., Kostsov Yu.A., Lobanov K.M., Makarova L.P., Mineev A.B., Gusev V.K., Levin R.G., Petrov Yu.V., Sakharov N.V.* // *Nuclear Fusion*. 1997. V. 46. P. S625.
22. *Jeon Y.M.* // *J. Korean Phys. Society*. 2015. V. 67. P. 843.
<https://doi.org/10.3938/jkps.67.843>
23. <https://github.com/freegs-plasma/freegs>.
24. *Galkin S.A., Ivanov A.A., Medvedev S.Yu., Poshekhonov Yu.Yu.* // *Nuclear Fusion*. 1997. V. 37. P. 1455.
25. *Курскиев Г.С., Жильцов, Коваль А.Н., Корнев А.Ф., Макаров А.М., Мухин Е.Е., Петров Ю.В., Сахаров Н.В., Соловей В.А., Ткаченко Е.Е., Толстяков С.Ю., Чернаков П.В.* // *Письма в ЖТФ*. 2021. Т. 47. С. 24.
26. *Zhiltsov N.S.* 2022 submitted to *Nuclear Fusion*.
27. *Avdeeva G.F., Miroshnikov I.V., Bakharev N.N., Kurskiev G.S., Patrov M.I., Sergeev V.Yu., Schegolev P.B.* // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2016. V. 666. P. 012002.
28. *Larionova M.M., Miroshnikov I.V., Gusev V.K., Minaev V.B., Patrov M.I., Petrov Yu.V., Sakharov N.V., Schegolev P.B., Telnova A.Yu., Bakharev N.N.* // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. V. 1400. P. 077018.
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1400/7/077018>
29. *Тельнова А.Ю., Мирошников И.В., Митранкова М.М., Бахарев Н.Н., Гусев В.К., Жильцов Н.С., Киселев Е.О., Курскиев Г.С., Минаев В.Б., Петров Ю.В., Сахаров Н.В., Шчеголов П.Б., Тюхменева Е.А.* // *Письма ЖТФ*. 2021. Т. 47. С. 25.
<https://doi.org/10.21883/PJTF.2021.09.50903.18618>
30. *Petrov Yu.V., Gusev V.K., Sakharov N.V., Minaev V.B., Varfolomeev V.I., Dyachenko V.V., Balachenkov I.M., Bakharev N.N., Bondarchuk E.N., Bulanin V.V., Chernyshev F.V., Iliasova M.V., Kavin A.A., Khilkevitch E.M., Khromov N.A., Kiselev E.O., Konovalov A.N., Kornev V.A., Krikunov S.V., Kurskiev G.S., Melnik A.D., Miroshnikov I.V., Novokhatskii A.N., Zhiltsov N.S., Patrov M.I., Petrov A.V., Ponomarenko A.M., Shulyatiyev K.D., Shchegolev P.B., Shevelev A.E., Skrekel O.M., Telnova A.Yu., Tukhmenova E.A., Tokarev V.A., Tolstyakov S.Yu., Voronin A.V., Yashin A.Yu., Bagryansky P.A., Zhilin E.G., Goryainov V.A.* // *Nuclear Fusion*. 2022. V. 62. P. 042009.
<https://doi.org/10.1088/1741-4326/ac27c7>
31. *Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П.* Математическое моделирование плазмы // М., Наука, 1982.
32. *Sabbagh S.A., Kayeb S.M., Menardb J., Paoletti F., Bellb M., Bellb R.E., Bialeka J.M., Bitterb M., Fredricksonb E.D., Gatesb D.A., Glasserc A.H., Kugelb H., Laod L.L., LeBlancb B.P., Maingie R., Maquedac R.J., Mazzucato E., Muellerb D., Onob M., Paulb S.F., Penge M., Skinnerb C.H., Stutmanf D., Wurdenc G.A., Zhua W., NSTX Research Team* // *Nuclear Fusion*. 2001. V. 41. P.1601.
33. *Kreyszig E.* *Advanced Engineering Mathematics*, 8th Edition. John Wiley & Sons, 1998.
34. *Tikhonov A.N., Arsenin V.Y.* *Solutions of Ill-posed Problems*. Washington: Winston and Sons, 1977.
35. *Johnson J.L., Dalhed H.E., Greene J.M., Grimm R.C., Hsieh Y.Y., Jardin S.C., Manickam J., Okabayashi M., Storer R.G., Todd A.M.M., Voss D.E., Weimer K.E.* // *J. Comp. Phys.* 1979. V. 32. P. 212.
36. <https://github.com/bayesian-optimization/Bayesian-Optimization>.
37. https://w3.pppl.gov/ntcc/TORAY/G_EQDSK.pdf.