

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН С ПЛАЗМОЙ

УДК 533.9

ТЕОРИЯ ГЕНЕРАЦИИ СПЕКТРОВ АНОМАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ В НЕПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ ПРИ ЭЛЕКТРОННОМ ЦИКЛОТРОННОМ СВЧ-НАГРЕВЕ НА ВТОРОЙ ГАРМОНИКЕ РЕЗОНАНСА

© 2023 г. Е. З. Гусаков^{а,*}, А. Ю. Попов^а

^а Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: evgeniy.gusakov@mail.ioffe.ru

Поступила в редакцию 21.09.2022 г.

После доработки 19.10.2022 г.

Принята к публикации 01.11.2022 г.

Обсуждаются механизмы генерации частотных спектров аномального рассеяния в неплотной плазме при СВЧ-нагреве необыкновенной волной на второй гармонике резонанса. Разработанная теория применяется для интерпретации результатов экспериментов по электронному циклотронному резонансному нагреву (ЭЦРН) плазмы на стеллараторе Wendelstein 7-X, в которых наблюдались как стоковая, так и антистоковая частотные полосы, смещенные вниз и вверх относительно частоты генератора. Приводится объяснение парадоксального превышения амплитуды антистоковой компоненты спектра над амплитудой стоковой компоненты в ряде экспериментов.

Ключевые слова: Электронный циклотронный резонансный нагрев, СВЧ-волна, параметрическая распадная неустойчивость, аномальное рассеяние

DOI: 10.31857/S036729212260114X, **EDN:** NQNPVK

1. ВВЕДЕНИЕ

Электронный циклотронный резонансный СВЧ-нагрев (ЭЦРН) широко используется в современных тороидальных установках магнитного удержания плазмы и предполагается к применению в токамаке-реакторе ITER для контроля неоклассической тиринг-неустойчивости. Это объясняет практическую важность исследования различных сценариев ЭЦР-нагрева, в том числе, поведения СВЧ-волн и их устойчивости к параметрическим распадам при распространении в неоднородной плазме. Примером аномального поведения СВЧ-волн является их аномальное, со смещением частоты вниз относительно частоты генератора (гиротрона), рассеяние назад, впервые наблюдавшееся на токамаке TEXTOR [1, 2]. В экспериментах было отмечено, что мощность СВЧ-сигнала рассеяния экспоненциально росла с увеличением мощности волны накачки. Эти обстоятельства определенно указывали на нелинейную природу явления, которое нашло теоретическое объяснение в рамках новой модели [3]. Модель интерпретирует обнаруженное явление как следствие возбуждения низкороговой параметрической распадной неустойчивости (ПРН), которая имеет место в локальном максимуме немонотонного профиля плотности плазмы [4–6], связанного в случае экспериментов на токамаке TEXTOR с магнитным островом [7]. Эта ПРН

приводит к возбуждению двух верхнегибридных (ВГ) волн на частоте, близкой к половине частоты волны накачки, которые заперты в плазме и имеют направленные в противоположные стороны фазовые скорости. Насыщение ПРН в этой модели происходит за счет каскада распадов первичных ВГ-волн, приводящих к возбуждению вторичных ВГ-волн меньшей частоты [6], а генерация рассеянного электромагнитного излучения – за счет слияния вторичных ВГ-волн, распространяющихся в противоположном направлении [6]. Предложенный сценарий низкороговой ПРН [6] был подтвержден как численными расчетами [8], так и в ходе недавних ЭЦРН-экспериментов на токамаке ASDEX-Upgrade (AUX) [9]. Новая модель низкороговой ПРН позволила не только воспроизвести частотные спектры аномального рассеяния СВЧ-волн [3], но и предсказать излучение плазмы на субгармониках греющего излучения гиротрона [10], которое позднее было обнаружено экспериментально [11].

Однако, последние эксперименты на стеллараторе W7-X [12] продемонстрировали эффект аномального рассеяния назад в условиях, когда запирающие сразу двух ВГ-волн в локальном максимуме плотности плазмы, связанном с магнитным островом, расположенном на периферии разряда, невозможно. Более того, в отличие от

экспериментов [1, 2] было показано, что в спектрах СВЧ-сигнала аномального рассеяния содержится не только компонента, сдвинутая вниз по частоте (компонента Стокса) но и компонента, сдвинутая вверх (антистоксовая компонента) относительно частоты излучения гиротрона. Обе компоненты сигнала рассеяния имели тонкую структуру с эквидистантными частотными линиями. Поскольку радиационная температура в обеих частотных полосах на несколько порядков превышала тепловой уровень излучения на второй гармонике ЭЦР, этот СВЧ-сигнал скорее всего является следствием протекания нелинейных процессов. Однако, эти наблюдения принципиально не могли быть объяснены с помощью модели, предложенной в [3]. Наблюдение антистоксовой частотной полосы, интенсивность которой в некоторых разрядах была порядка интенсивности стоксовой полосы [13], хотя и было обнаружено ранее в модельном эксперименте [14], выглядит парадоксально, поскольку при отражательной ПРН-волны накачки для дочерних волн, частота которых выше частоты СВЧ-излучения гиротрона, нарушается закон сохранения энергии при резонансном нелинейном взаимодействии. Это обстоятельство указывает на более сложный механизм генерации СВЧ-сигнала рассеяния назад, наблюдаемого на W7-X [12, 13].

Возможный механизм генерации как стоксовой, так и антистоксовой полос в спектре СВЧ-сигнала рассеяния был предложен нами ранее в краткой статье [12], где были представлены результаты экспериментальных наблюдений на стеллараторе W7-X. В этих экспериментах был подробно измерен немонотонный профиль плотности плазмы в магнитном острове и, кроме того, наблюдалось доминирование стоксовой полосы в частотном спектре рассеянного сигнала. В настоящей статье представлена подробная теория этого явления, дано объяснение появления тонкой частотной структуры спектров рассеяния. Они интерпретируются как результат нелинейного взаимодействия различных дочерних волн, возбуждаемых в результате низкопороговой ПРН-волны накачки, ведущей к возбуждению только одной запертой ВГ-волны, и насыщения первичной неустойчивости в результате каскада вторичных распадов запертых в плазме дочерних волн. Предложенная модель позволяет объяснить и воспроизвести спектр аномального СВЧ-излучения обнаруженного на W7-X и его радиационную температуру.

2. ПРН-ВОЛНЫ НАКАЧКИ И ЕЕ НАСЫЩЕНИЕ

В неоднородной плазме параметрическая распадная неустойчивость происходит в узком пространственном слое в окрестности точки, где вы-

полнены распадные условия для частот и волновых векторов волны накачки (f_0 и \mathbf{k}_0) и дочерних волн (f_s, \mathbf{k}_s и f^E, \mathbf{q}^E соответственно) [6]

$$f_0 = f_s + f^E, \quad \mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_s + \mathbf{q}^E \quad (1)$$

Известно, что возбуждение низкопороговой абсолютной ПРН СВЧ-волны возможно, если хотя бы одна из дочерних волн удерживается (локализована) в области параметрического распада [5, 6]. Как показывают результаты экспериментов, низкопороговый параметрический распад СВЧ-волны накачки происходит в любом локальном максимуме профиля плотности (в центре плазменного шнура, в магнитном острове или в блоках на периферии плазмы, формирующихся при развитии ELM) [11], где возможна локализация одной из дочерних волн вдоль направления неоднородности.

Локализация продольных волн оказывается возможной и в находящемся на периферии разряда стационарном магнитном острове в стеллараторе W7-X, где также наблюдается немонотонный профиль плотности плазмы [12]. Для типичных условий экспериментов на этой установке могут быть локализованы как ВГ-волны [4–6], так и ионные Бернштейновские (ИБ) волны [15–17]. На рис. 1 приведены дисперсионные кривые, являющиеся решением дисперсионного уравнения для продольных волн [6] и соответствующие двум собственным модам $n = 147$, $f_n^E = 65.554$ ГГц и $m = 37$, $f_m^E = 66.52$ ГГц ВГ-волны, которые изображены пунктирной и штрих-пунктирной линиями, а также собственной моде $p = 7$, $f_p^I = 966$ МГц для нескольких значений частоты ИБ-волны, показанной сплошной линией. Нижний индекс у частот отвечает номеру собственной моды, верхний индекс E или I соответствует ВГ-или ИБ-волне. Частоты пяти локализованных ИБ-волн, дисперсионные кривые которых изображены на этом рисунке, смещены примерно на ионную циклотронную частоту одна относительно другой и находятся вблизи частоты 0.9 ГГц. Локальный максимум плотности этого профиля соответствует О-точке магнитного острова. Магнитное поле на оси разряда, температура электронов и ионов в магнитном острове соответствуют условиям ЭЦРН-экспериментов в стеллараторе W7-X: $B_0 = 2.52$ Т, $T_e = 40$ эВ, $T_i = 40$ эВ. Наличие таких локализованных колебаний, существующих в плазме на уровне тепловых шумов и без дополнительного ЭЦРН, играет ключевую роль в объяснении спектров аномального рассеяния волны накачки.

Учитывая малость длины области нелинейного взаимодействия по сравнению с характерным масштабом неоднородности плотности и магнит-

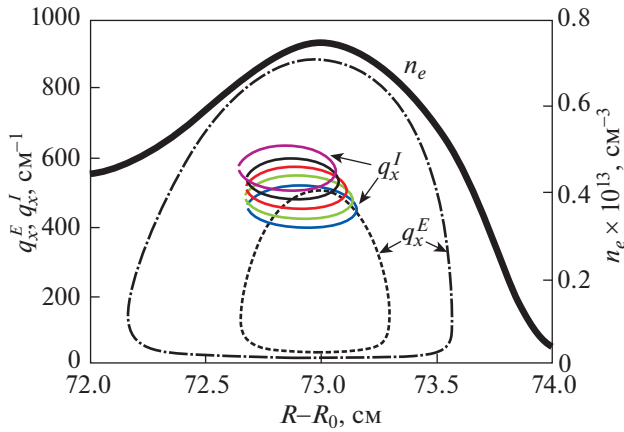


Рис. 1. Дисперсионные кривые, соответствующие двум модам $m = 37$ и $n = 147$ верхнегибридной (ВГ) волны (пунктирная и штрихпунктирная линии) и собственной моде $p = 7$ ионной бернштейновской (ИБ) волны (сплошные линии), соответствующей разным частотам. Частоты ИБ-волн смещены одна относительно другой на ионную циклотронную (ИЦ) частоту и находятся в диапазоне 0.9 ГГц. Толстая сплошная линия – профиль плотности плазмы в магнитном острове W7-X [12]. Магнитное поле на оси разряда, температура электронов и ионов в магнитном острове имеют значения: $B_0 = 2.52$ Т, $T_{e,i} = 40$ эВ.

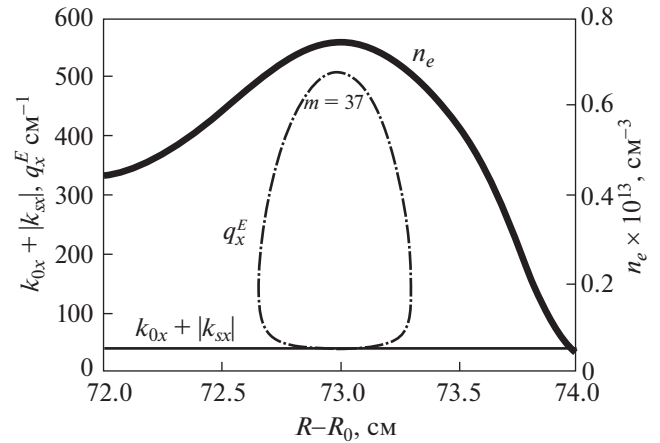


Рис. 2. Волновое число дочерней волны ВГ с частотой $f_m^E = 66.52$ ГГц – штрихпунктирная линия. Сумма волновых чисел СВЧ-волны накачки необыкновенной поляризации ($f_0 = 140$ ГГц) и дочерней необыкновенной СВЧ-волны с частотой $f_s = f_0 - f_m^E = 73.38$ ГГц, – т.е. $k_{0x} + |k_{sx}|$, – тонкая сплошная линия. Профиль плотности плазмы – толстая сплошная линия. Параметры – те же, что и на рисунке 1. В окрестности точки, где кривые пересекаются, выполнены распадные условия $q_{mx}^E = k_{0x} + |k_{sx}|$.

ного поля, для описания ПРН воспользуемся декартовой системой координат (x, y, z) , где координата x направлена внутрь плазмы вдоль направления распространения СВЧ-пучка накачки и неоднородности плазмы, координата z – вдоль магнитной силовой линии, и начало координат совпадает с локальным максимумом профиля ВГ-резонанса. При прохождении мощного пучка волн накачки необыкновенной поляризации через магнитный остров возможен низкопороговый параметрический распад, сопровождающийся возбуждением локализованной ВГ-волны, фазовая скорость которой направлена внутрь плазменного шнура, и необыкновенной волны, распространяющейся наружу к границе плазмы [6]. Локальное значение волновых векторов обеих необыкновенных волн дается следующим выражением $k_{0, sx} = k_x(\omega_{0, s})$, где $k_x(\omega) = \omega/c\sqrt{\epsilon - g^2/\epsilon}$, $g_{0, s} = g(\omega_{0, s})$ и $\epsilon_{0, s} = \epsilon(\omega_{0, s})$ – перпендикулярные компоненты тензора диэлектрической проницаемости холодной плазмы. На рис. 2 пунктиром показано волновое число дочерней ВГ-волны $q_{mx}^E = q_x^E(\omega_m)$, $m = 37$, $f_m^E = 66.52$ ГГц, явный вид которого можно найти в [6], и тонкой сплошной линией – сумма волновых чисел волны накачки и второй дочерней необыкновенной волны $k_{0x} + |k_{sx}|$. В точке касания этих кривых выполнено распадное условие для волновых чисел взаи-

модействующих волн $q_{mx}^E = k_{0x} + |k_{sx}|$. При мощности СВЧ-пучка накачки, превышающей пороговое значение, в окрестности этой точки возбуждается ПРН. В данном случае, при выбранных параметрах и профиле плотности, порог неустойчивости равен $P_0^{th} \approx 270$ кВт, что находится в разумном согласии с экспериментальным значением [12]. Первичная неустойчивость насыщается в результате вторичной неустойчивости первичной ВГ-волны, которая имеет возможность происходить в нескольких каналах одновременно. Как было показано в работе [17], наиболее низким порогом возбуждения обладают вторичные распады, в ходе которых возбуждаются две локализованные вторичные волны – ВГ- и ИБ-волны. Во вторичных распадах в качестве вторичных волн участвуют все собственные ВГ- и ИБ-моды, для которых выполнено резонансное распадное условие. В результате в каждом из каналов вторичной неустойчивости возбуждаются собственные моды ВГ- и ИБ-волн, фазовые скорости которых направлены в противоположных направлениях вдоль направления неоднородности. Одновременно с участием этих же собственных ВГ- и ИБ-мод может происходить и второй распад, отличие которого от первого – изменение направления фазовых скоростей дочерних волн (как ВГ-волны, так ИБ-волны). Таким образом, в результате этих двух распадов возбуждаются две ИБ-волны, соответствующие одной и той же соб-

ственной моде, но имеющие противоположно направленные фазовые скорости. В качестве примера на рис. 3 сплошной линией изображено волновое число q_{px}^I собственной моды ИБ-волны $p = 7$, $f_p^I = 0.966$ ГГц, которое является численным решением дисперсионного уравнения для продольных волн [6], а пунктирной и штрихпунктирной линиями – сумма $|q_{nx}^E| + q_{mx}^E$ и разность $|q_{nx}^E| - q_{mx}^E$ волновых чисел вторичной и первичной ВГ-мод $n = 147$ и $m = 37$. В точках пересечения пунктирной и штрихпунктирной линий со сплошной кривой выполняются распадные резонансные условия для вторичных распадов. В окрестности точек пересечения сплошной $|q_{px}^I|$ и штриховой $|q_{nx}^E| + q_{mx}^E$ линий в результате вторичного распада возбуждается ВГ-волна с фазовой скоростью, направленной наружу плазменного шнура, и ИБ-волна с фазовой скоростью – внутрь плазменного шнура. В окрестности точек пе-

ресечения сплошной, $|q_{px}^I|$, и штрихпунктирной, $|q_{nx}^E| - q_{mx}^E$, линий в результате распада возбуждается ВГ-волна с фазовой скоростью – внутрь плазмы, и ИБ-волна с фазовой скоростью, направленной наружу. Дальнейший распад вторичных ВГ-волн в случае экспериментально измеренного профиля плотности не представляется возможным, поскольку в результате его могут возбуждаться только нелокализованные ВГ-волны. Порог такого распада по амплитуде ВГ-волны много выше, чем порог вторичного распада, в силу чего мы будем им пренебрегать. Поскольку в условиях эксперимента на W7-X возможен только один каскад вторичной неустойчивости, эффект истощения волны накачки в результате ПРН оказывается мал [6]. Ограничиваясь только двумя вторичными распадами, которые ведут к возбуждению ВГ- и ИБ-волн, распространяющихся внутрь и наружу плазмы, пренебрегая истощением волны накачки и следуя [17], мы можем получить уравнения, описывающие каскад распадов и эволюцию амплитуд дочерних волн

$$\begin{cases} \frac{\partial a_m}{\partial t} - i\Lambda_{my} \frac{\partial^2 a_m}{\partial y^2} - i\Lambda_{mz} \frac{\partial^2 a_m}{\partial z^2} = \gamma_{\text{prim}} \exp\left(-\frac{y^2 + z^2}{w^2}\right) a_m - i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-) a_n^+ b_p^- - i\gamma_{\text{sec}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_r^- b_s^+ - v_m a_m \\ \frac{\partial a_n^+}{\partial t} + U_{ny} \frac{\partial a_n^+}{\partial y} - i\Lambda_{ny} \frac{\partial^2 a_n^+}{\partial y^2} - i\Lambda_{nz} \frac{\partial^2 a_n^+}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-) a_m b_p^- - v_n a_n^+ \\ \frac{\partial b_p^-}{\partial t} - V_{py} \frac{\partial b_p^-}{\partial y} - i\Lambda_{py} \frac{\partial^2 b_p^-}{\partial y^2} - i\Lambda_{pz} \frac{\partial^2 b_p^-}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-) a_m a_n^{+*} - v_p b_p^- \\ \frac{\partial a_r^-}{\partial t} - U_{ry} \frac{\partial a_r^-}{\partial y} + i\Lambda_{ry} \frac{\partial^2 a_r^-}{\partial y^2} + i\Lambda_{rz} \frac{\partial^2 a_r^-}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_m b_s^{+*} - v_r a_r^- \\ \frac{\partial b_s^+}{\partial t} + V_{sy} \frac{\partial b_s^+}{\partial y} + i\Lambda_{sy} \frac{\partial^2 b_s^+}{\partial y^2} + i\Lambda_{sz} \frac{\partial^2 b_s^+}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_m a_r^- - v_s b_s^+ \end{cases} \quad (2)$$

где коэффициент γ_{prim} описывает первичную неустойчивость; коэффициенты $\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-)$ и $\gamma_{\text{sec}}(\omega_r^-, \omega_s^+)$ описывают вторичные неустойчивости; величина коэффициента $\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-)$ определяется эффективностью нелинейной связи первичной волны с вторичными ВГ- и ИБ-волнами на частотах ω_n^+ и ω_p^- соответственно; безразмерные амплитуды собственных мод принадлежат соответственно: a_m – первичной ВГ-волне, b_p^- и b_s^+ – вторичным ИБ-волнам на частотах ω_p^- и ω_s^+ , обеспечивающих их локализацию, a_n^+ , a_r^- – вторичным ВГ-волнам на частотах ω_n^+ и ω_r^- , удовлетворяющих

распадным условиям $\omega_m = \omega_n^+ + \omega_p^- = \omega_r^- + \omega_s^+$. Эти амплитуды описывают распределение ВГ- и ИБ-волн в плоскости, перпендикулярной координате x . Квадрат модулей этих амплитуд – это число соответствующих плазмонов N_m, N_n^+, N_r^-, N_p^- и N_s^+ . Конвективный вынос вторичных волн, который описывается скоростями $U_{n,ry}, V_{p,sy}$, в отличие от первичной неустойчивости не может быть полностью подавлен, поскольку обеспечить одновременное выполнение распадных условий для частот $\omega_m = \omega_n^+ + \omega_p^- = \omega_r^- + \omega_s^+$ и компонент волновых векторов трех собственных мод с фиксированными частотами возможно только при конечной величине y -компоненты волнового вектора $q_{px}^I(q_y) = q_{nx}^E(q_y) \pm q_{mx}^E$ и $q_{sx}^I(q_y) = q_{rx}^E(q_y) \pm q_{mx}^E$.

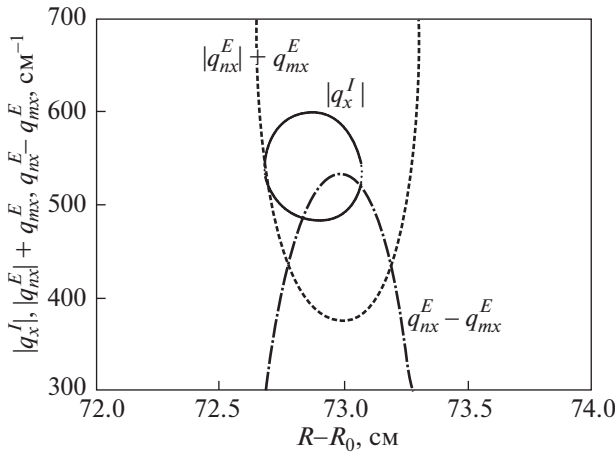


Рис. 3. Пунктирная и штрихпунктирная линии – сумма $(|q_{nx}^E| + q_{mx}^E)$ и разность $(|q_{nx}^E| - q_{mx}^E)$ волновых чисел вторичной и первичной ВГ-мод $n = 147$, $f_n^E = 65.554$ ГГц и $m = 37$, $f_m^E = 66.52$ ГГц. Сплошная линия – волновое число $p = 7$ ИБ-моды ($f_p^I = 0.966$ ГГц).

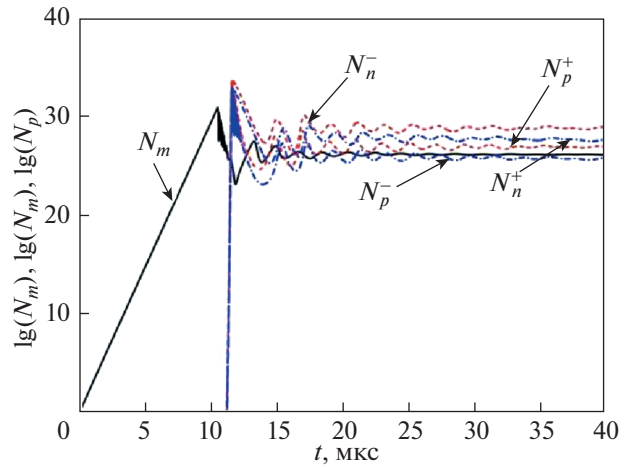


Рис. 4. Эволюция числа первичных ВГ- (N_m , сплошная линия) и вторичных ВГ- и ИБ-волн (N_n^\pm , N_p^\pm , пунктир и штрихпунктир) в пучке волн накачки.

Кроме того, все взаимодействующие волны испытывают дифракцию на магнитной поверхности, которая описывается коэффициентами $\Lambda_{my,z}$, $\Lambda_{ny,z}$, $\Lambda_{ry,z}$, $\Lambda_{py,z}$ и $\Lambda_{sy,z}$. В системе уравнений одновременно с конвективными членами удержаны члены, описывающие дифракцию вторичных волн в y -направлении, поскольку в каждом конкретном распаде возможно доминирование дифракции над конвекцией, т.е. выполнение неравенств $\Lambda_{n,ry}/w \gg U_{n,ry}$ и $\Lambda_{p,sy}/w \gg V_{p,sy}$, где w – диаметр пучка накачки СВЧ-волн. Нижний индекс у величин, характеризующих динамику соответствующего плазмона, содержит номер моды и указывает на направление “ y ” или “ z ”. Явный вид этих величин можно найти в [6]. Верхний индекс у различных величин указывает, что они относятся к вторичным волнам, фазовые скорости которых направлены внутрь (+) и наружу (–) плазменного шнура. Число плазмонов, умноженное на собственную частоту и коэффициент $T_e(x_{\max})/(\pi w^2)$, дает двумерную плотность энергии соответствующих плазмонов. Координата x_{\max} определяет положение локального максимума плотности, $v_{m,n,p,r,s} \approx v_{ei}(T_e)$ – частота столкновений, $q_{p,sx}(x_{\max})$ – локальное значение волнового числа ИБ-волны. В системе уравнений (2) предполагается суммирование по номерам собственных вторичных мод, которые могут принимать участие во вторичных распадах. Детальный вывод системы уравнений (2) и ее коэффициентов можно найти в работе [17]. Далее, решим систему

уравнений (2) численно в двумерном “боксе” $2z_B \times 2z_B$ с периодическими граничными условиями. Согласно результатам работы [17], решение уравнений (2) в этом случае является промежуточной асимптотикой, справедливой для таких времен выхода неустойчивости в режим насыщения, которые много меньше, чем время циркуляции дочерних волн в двумерном “боксе”. Будем считать начальный уровень всех дочерних волн тепловым и предполагать их начальное однородное распределение. Кроме того, предположим, что диаметр СВЧ-пучка накачки равен $w = 2.5$ см, мощность пучка накачки – $P_0 = 500$ кВт, и коэффициенты в системе (2) – постоянные величины. Для иллюстрации, мы рассмотрим модельный случай. А именно, мы учтем два распада с участием одной и той же собственной модой $p = s = 7$ и частотой $f_p^I = 0.966$ ГГц, соответствующей двум низкочастотным продольным волнам с противоположным направлением фазовых скоростей вдоль координаты x . Результаты численного решения представлены на рис. 4, где в полулогарифмическом масштабе показана эволюция числа первичных ВГ-плазмонов (N_m , сплошная линия) и вторичных ВГ- и ИБ-плазмонов (N_n^\pm , пунктирная линия и N_p^\pm , штрихпунктирная линия) внутри пучка накачки, т.е. в области распада конечного размера. Поскольку основной целью работы является интерпретация экспериментальных данных, за подробным анализом и сравнением результатов численного решения с аналитической асимптотикой и оценками мы можем отослать читателей к работе [17].

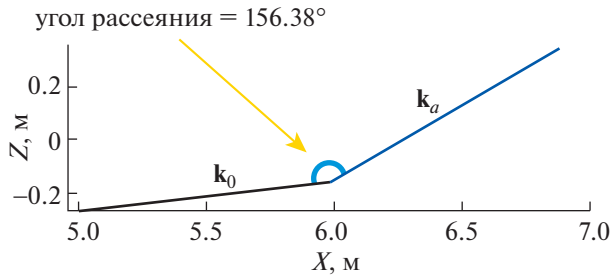


Рис. 5. Принципиальная схема измерения аномального рассеяния в стационарном магнитном острове на периферии плазменного шнура [12]. Волновые вектора \mathbf{k}_0 и \mathbf{k}_a отвечают необыкновенным волнам на частоте СВЧ-излучения гиротрона f_0 и рассеянного сигнала f_a , принимаемого антенной коллективной томсоновской диагностики.

3. СЛИЯНИЕ ДОЧЕРНИХ ВОЛН, ПРИВОДЯЩЕЕ К ИЗЛУЧЕНИЮ С ДВУМЯ ЧАСТОТНЫМИ БОКОВЫМИ ПОЛОСАМИ, СИММЕТРИЧНЫМИ ВОКРУГ ЧАСТОТЫ ВОЛНЫ НАКАЧКИ

Принципиальная схема измерения аномального рассеяния в стационарном магнитном острове на периферии шнура приведена на рис. 5. Волновые вектора \mathbf{k}_0 и \mathbf{k}_a отвечают необыкновенным волнам на частоте гиротрона f_0 и на частоте рассеянного сигнала f_a , принимаемого антенной коллективной томсоновской диагностики [12]. К генерации аномально рассеянного излучения могут привести несколько физических процессов. Так трехволновое взаимодействие первичной необыкновенной волны и вторичной ВГ-волны, которые обе распространяются к границе шнура, может приводить к возбуждению распространяющейся наружу необыкновенной волны на частоте $f_a = f_0 - f_p^I$. Эта волна может быть зарегистрирована приемной антенной и отвечает стоксовой части спектра. Дисперсионные кривые, изображенные на рис. 6, иллюстрируют этот процесс. Однако подобное трехволновое взаимодействие не может привести к генерации рассеянного сигнала в антистоксовой части спектра из-за невозможности удовлетворить соответствующим условиям слияния. К генерации этой компоненты рассеяния приводит четырехволновое взаимодействие, т.е. слияние первичной необыкновенной волны и первичной ВГ-волны со вторичной ИБ-волной, которая имеет фазовую скорость, направленную наружу. При этом возбуждается необыкновенная волна на частоте $f_a = f_0 + f_p^I$, распространяющаяся из области распада к границе плазмы и отвечающая антистоксовой части спектра. Дисперсионные кривые на рис. 7 иллюстрируют возможность этого четырехволнового взаимодействия, в результате которого возможна ге-

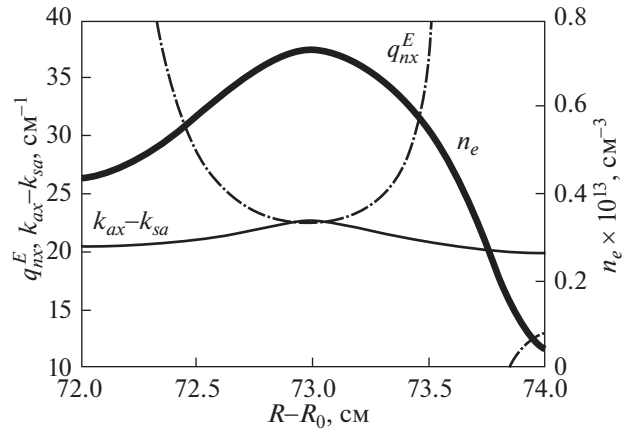


Рис. 6. Дисперсионные кривые иллюстрируют возможность трехволнового взаимодействия, в результате которого возбуждаются необыкновенные волны с частотой $f_0 - f_p^I$.

нерация необыкновенной волны с частотой, отстроенной от частоты гиротрона в “синюю” сторону. Согласно работе [18], амплитуда рассеянного сигнала на частоте f_a , регистрируемого приемной антенной, определяется выражением

$$A_s(\omega_a) = \frac{1}{4} \int_V \mathbf{j}(\omega_a, \mathbf{r}) \mathbf{E}^+(\omega_a, \mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (3)$$

где интегрирование проводится по всему объему плазмы, $\mathbf{j}(\omega_a, \mathbf{r})$ — нелинейная плотность тока, описывающая генерацию волны на частоте $f_a = f_0 \pm f_p^I$, $\mathbf{E}^+(\omega_a, \mathbf{r})$ — поле СВЧ-пучка, который приемная антенна может генерировать на частоте принимаемого сигнала при работе в режиме излучения. Выражение для амплитуды $A_s(\omega_a)$ свя-

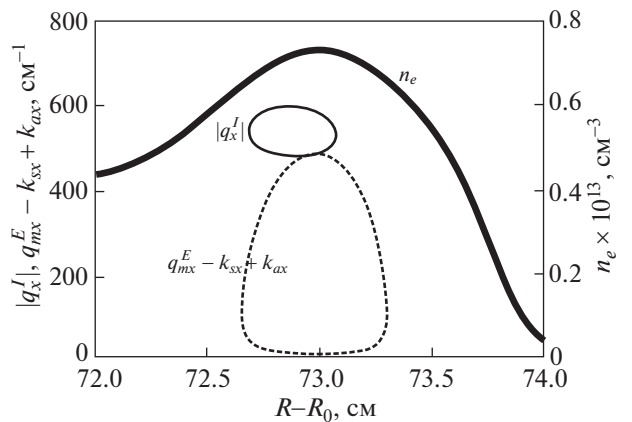


Рис. 7. Дисперсионные кривые иллюстрируют возможность четырехволнового взаимодействия, в результате которого возбуждаются волны с частотами $f_0 + f_p^I$.

зывает эффективность вклада данной точки плазмы в генерацию сигнала, принимаемого антенной, со способностью этой же антенны, которая работает в режиме излучения, “осветить” эту точку в плазме с инвертированным внешним магнитным полем [18]. Таким образом, выражение (3) для амплитуды регистрируемого сигнала является интегральной формой представления теоремы взаимности. Для сигнала из стоксовой части спектра $\mathbf{j}(\omega_a)$ из подынтегрального выражения в (3) – это нелинейная плотность тока второго порядка, которая описывает слияние вторичной ВГ-волны, распространяющейся наружу (N_n^-) и описываемой потенциалом ϕ_n^E , и первичной необыкновенной волны E_s , также распространяющейся наружу. Свертка $\mathbf{j}(\omega_a)$ с вектором поляризации конечной волны \mathbf{e}_a^* приводит к следующему скалярному выражению $\mathbf{e}_a^* \cdot \mathbf{j}^{(2)}(\omega_a) = \sigma_a^{(2)} E_s / B(x_{\max}) (\partial \phi_n^E / \partial x)$. Амплитуда первичной необыкновенной волны может быть выражена через амплитуды ВГ-волны и волны накачки [19]

$$E_s = -\sqrt{\frac{2P_0}{cw^2 B(x_{\max})^2}} \frac{a_m(y, z)}{\sqrt{n_{sx}(x)}} \times \exp\left(-\frac{y^2}{2w^2} - \frac{z^2}{2w^2} + i \int_x^{\infty} k_{0x}(\zeta) d\zeta\right) + i\omega_s t \times \sigma_s^{(2)} \sqrt{\frac{T_e}{w^3}} \int_x^{\infty} \frac{d\xi}{c} \frac{\phi_m^E(\xi)}{\sqrt{n_{sx}(\xi)} n_{0x}(\xi)} \frac{q_{mx}^E(\xi)}{\sqrt{\omega_m^E D_{m\omega}^E}} \times \exp\left(-i \int_x^{\xi} d\zeta (k_{0x}(\zeta) + k_{sx}(\zeta))\right) + \text{c.c.} \quad (4)$$

Нелинейные проводимости второго порядка по амплитуде взаимодействующих волн $\sigma_a^{(2)}$ и $\sigma_s^{(2)}$ получены в работах [19, 20]. Их явные выражения будут приведены ниже. В итоге, амплитуда сигнала (3) для стоксовой полосы частот может быть представлена в следующем виде:

$$A_s^S = Q_{\perp}^S L_x^S \sqrt{P_0}, \quad (5)$$

где P_0 – мощность греющего пучка на частоте f_0 ,

$$L_x^S = \frac{1}{\sqrt{\omega_n^E D_{n\omega}^E} \sqrt{\omega_m^E D_{m\omega}^E}} \int dx \frac{q_{nx}^E(x) \phi_n^E(x)}{\sqrt{n_{sx}(x)} n_{ax}(x)} \times \exp\left(i \int_x^{\infty} (k_{0x}(\zeta) + k_{ax}(\zeta)) d\zeta\right) \times \int_x^{\infty} d\xi \frac{q_{mx}^E(\xi) \phi_m^E(\xi)}{\sqrt{n_{sx}(\xi)} n_{0x}(\xi)} \exp\left(-i \int_x^{\xi} d\zeta (k_{0x}(\zeta) + k_{sx}(\zeta))\right) \quad (6)$$

– размер области генерации сигнала на частоте $f_a = f_0 - f_p^I$ в направлении координаты x ,

$$Q_{\perp}^S = \frac{\sigma_a^{(2)} \sigma_s^{(2)} T_e (x_{\max})}{c^2 w^2 B(x_{\max})^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz dy}{w_a w} \exp(ik_{ay} y) \times \exp\left(-\frac{y^2}{2w^2} - \frac{y^2}{2w_a^2} - \frac{z^2}{2w^2} - \frac{z^2}{2w_a^2}\right) a_m(y, z) a_n^-(y, z) \quad (7)$$

– коэффициент, который характеризует размер “пятна” в плоскости перпендикулярной координате x , где происходит возбуждение необыкновенной волны на частоте $f_a = f_0 - f_p^I$; w_a – ширина пучка антенны, $k_{ay} = \omega_a / c \sin \theta$, $\theta = \pi - \theta_s$, θ_s – угол рассеяния. В выражении (7) мы использовали новые обозначения: $\sigma_s^{(2)} = \omega_s \times \frac{\omega_{pe}^2 |\omega_{ce}| \Omega_s^3}{(\omega_0^2 - \omega_{ce}^2)(\omega_s^2 - \omega_{ce}^2)(\omega_m^2 - \omega_{ce}^2)}$, $\sigma_a^{(2)} = \omega_a \times \frac{\omega_{pe}^2 |\omega_{ce}| \Omega_a^3}{(\omega_a^2 - \omega_{ce}^2)(\omega_s^2 - \omega_{ce}^2)(\omega_n^2 - \omega_{ce}^2)}$, ω_{ce} и ω_{pe} – ЭЦР и электронная плазменная частоты, $n_{0x} = ck_x(\omega_0) / \omega_0$ – коэффициент преломления необыкновенной волны накачки, ϕ_m^E и ϕ_n^E – собственные моды ВГ-волн (явное представление для обеих можно найти в [6]); $D_{n\omega}^E$ и $D_{m\omega}^E$ – первые производные дисперсионных соотношений ВГ-волн по частоте, усредненные по областям их локализации,

$$\Omega_s^3 = n_{0x} \left(\omega_0 \left(\frac{g_s}{\varepsilon_s} \omega_s - |\omega_{ce}| \right) |\omega_{ce}| + \omega_0^2 \left(\frac{g_s}{\varepsilon_s} |\omega_{ce}| - \omega_s \right) + |\omega_{ce}| \left(\frac{g_s}{\varepsilon_s} (\omega_s \omega_m^E - \omega_{ce}^2) + (\omega_s - \omega_m^E) |\omega_{ce}| \right) + n_{sx} \left((\omega_s - \omega_m^E) |\omega_{ce}| \left(\frac{g_s}{\varepsilon_s} \omega_s - |\omega_{ce}| \right) + \omega_0 (\omega_{ce}^2 - \omega_s^2) \right) \right)$$

и

$$\Omega_a^3 = n_{ax} \left(\left(2\omega_n^E \omega_{ce}^2 + \omega_a^2 \omega_s \right) + \frac{g_s}{\varepsilon_s} |\omega_{ce}| \omega_s (\omega_n^E - \omega_s) \right) + n_{sx} \left(\left(2\omega_n^E \omega_{ce}^2 - \omega_s^2 \omega_a \right) + \frac{g_s}{\varepsilon_s} |\omega_{ce}| (\omega_a^2 - \omega_{ce}^2 + \omega_n^E \omega_s + \omega_a \omega_s) \right)$$

Для сигнала из антистоксовой части спектра $\mathbf{j}(\omega_a)$ – это нелинейная плотность тока третьего порядка, которая описывает слияние первичной ВГ-волны, распространяющейся внутрь (N_n^+) и описываемой потенциалом ϕ_m^E , вторичной ИБ-

волны, распространяющейся наружу (N_p^-) и описываемой потенциалом ϕ_p^I , и первичной необыкновенной волны E_s , распространяющейся наружу. Свертка этого вектора с вектором поляризации конечной волны приводит к скалярному выражению $\mathbf{e}_a^* \cdot \mathbf{j}^{(3)}(\omega_a, \mathbf{r}) = \sigma_a^{(3)} E_s^* / B(x_{\max})^2 \partial(\phi_p^{I*} (\partial \phi_m^E / \partial x)) / \partial x$. Подробный вывод проводимости третьего порядка $\sigma_a^{(3)}$ в гидродинамическом приближении приведен в Приложении. Окончательно амплитуда сигнала (3) для антистоксовой полосы частот может быть представлена в следующем виде:

$$A_s^{aS} = Q_{\perp}^{aS} L_x^{aS} \sqrt{P_0}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} L_x^{aS} = & \frac{4}{\sqrt{\omega_p D_{n\omega}^p \omega_m^E D_{m\omega}^E}} \frac{\sqrt{T_e(x_{\max})}}{wB(x_{\max})} \times \\ & \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{q_{mx}^E(x) \phi_m^E(x) q_{px}^I(x) \phi_p^I(x)^*}{\sqrt{n_{sx}(x) n_{ax}(x)}} \times \\ & \times \exp\left(-i \int_x^{(-\infty)} (k_{0x}(\zeta) + k_{ax}(\zeta)) d\zeta\right) \times \\ & \times \int_x^{\infty} d\xi \frac{q_{mx}^E(\xi) \phi_m^E(\xi)^*}{\sqrt{n_{sx}(\xi) n_{0x}(\xi)}} \times \\ & \times \exp\left(i \int_x^{\xi} d\zeta (k_{0x}(\zeta) + k_{sx}(\zeta))\right) \end{aligned} \quad (9)$$

– размер области генерации сигнала на частоте $f_a = f_0 + f_p^I$ в направлении координаты x ,

$$\begin{aligned} Q_{\perp}^{aS} = & \frac{\sigma_a^{(3)} \sigma_s^{(2)} T_e(x_{\max})}{c^2 w^2 B(x_{\max})^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz dy}{w_a w} \times \\ & \times \exp(ik_{ay} y) \exp\left(-\frac{y^2}{2w^2} - \frac{y^2}{2w_a^2} - \frac{z^2}{2w^2} - \frac{z^2}{2w_a^2}\right) \times \\ & \times |a_m(y, z)|^2 |b_p^-(y, z)|^*, \end{aligned} \quad (10)$$

ϕ_m^E и ϕ_p^I – собственные моды ВГ- и ИБ-волн, $D_{m\omega}^E$ и $D_{p\omega}^I$ – первые производные дисперсионных соотношений ВГ- и ИБ-волн по частоте, усредненные по областям их локализации, $n_{sx} = ck_x(\omega_s)/\omega_s$ – коэффициент преломления дочерней необыкновенной волны. В свою очередь мощность сигнала $p_s(\omega_a)$ равна

$$p_s = \sum_p |A_s^j(f_p^E)|^2 = P_0 \sum_p |L_x^j(f_p^E)|^2 |Q_{\perp}^j(f_p^E)|^2, \quad (11)$$

где суммирование проводится по всем частотным вырождениям собственной моды ИБ-волны, для

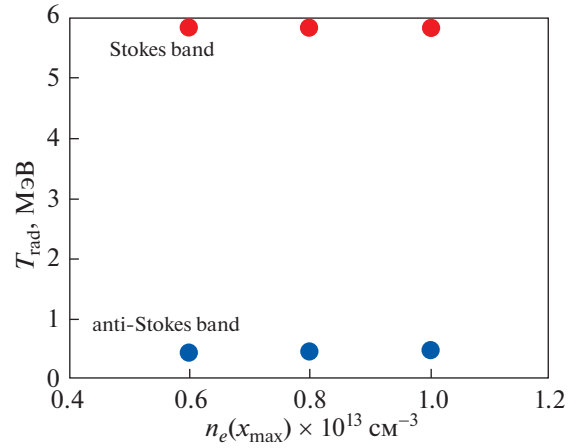


Рис. 8. Зависимость температуры излучения для стоксовой и антистоксовой частотных полос от значения плотности плазмы в локальном максимуме ее немонотонного профиля.

которых возможна нелинейная генерация сигнала на конечной частоте f_a , т.е. по всем спектральным линиям тонкой частотной структуры в полосе Стокса ($j = S$) и антистокса ($j = aS$).

Далее, примем во внимание все возможные вторичные распады, которые могут иметь место для выбранных параметров и профиля плотности (рис. 1). Используя результаты численного решения уравнений (2) и экспериментально измеренную ширину линии в спектре $\Delta\nu \approx 0.15$ ГГц, мы можем оценить радиационную температуру $T_{\text{rad}} = p_s / \Delta\nu$ для стоксовой и антистоксовой частотных полос. На рис. 8 показана зависимость радиационной температуры излучения в этих полосах от значения плотности в магнитном острове. Для выбранных параметров и стоксовой полосы она составляет порядка 6 МэВ. В свою очередь, для антистоксовой полосы радиационная температура составляет порядка 0.4 МэВ. Обе оценки имеют тот же порядок величины, что и экспериментально измеренные, и представленные в работе [12] на рис. 5. Как показывают экспериментальные данные, в той серии экспериментов, которая обсуждается в работе [12], радиационная температура частотной полосы Стокса на порядок и более превосходит радиационную температуру частотной полосы антистокса. Это, по-видимому, связано с тем, что при формировании сигнала в первом случае принимает участие резонансные взаимодействия более низкого порядка, чем во втором случае.

На рис. 9 показана зависимость полосы частот, в которой существуют запертые ИБ-волны, и, соответственно, отстройки от частоты гиротрона частоты сигнала рассеяния как в “красную”, так и в “синюю” стороны от значения плотности в ло-

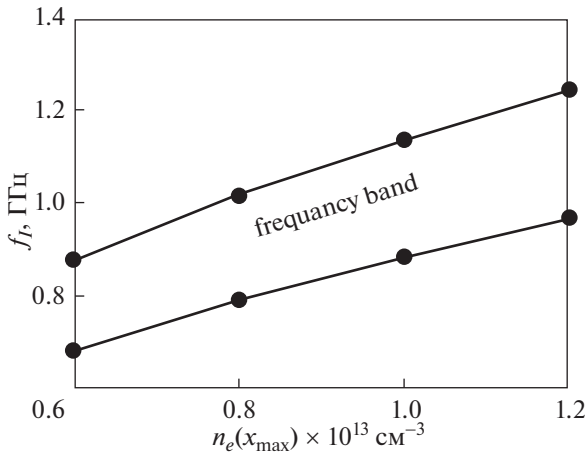


Рис. 9. Зависимость полосы частот, в которой существуют запертые ИБ-волны, от значения плотности плазмы в локальном максимуме ее немонотонного профиля. Зависимость получена для тех же параметров, что и на рис. 1.

кальном максимуме ее немонотонного профиля. Зависимость получена для тех же параметров, что и на рис. 1. Полученное смещение для полосы Стокса и антистокса находится в разумном согласии с экспериментально измеренными смещениями, показанными на рис. 5 работы [12]. Отметим, что экспериментально измеренному числу линий в тонкой структуре стоксовой и антистоксовой компонент спектра аномального рассеяния соответствует и число ИБ-мод, локализованных в магнитном острове.

Отметим, что для параметров плазмы в экспериментах по ЭЦРН в стеллараторе Wendelstein 7-X, приведенных в статье [12], возможна только вторичная неустойчивость первичных дочерних волн, приводящая к возбуждению локализованных ВГ-волн. Поэтому, согласно [6], уровень аномального поглощения волны накачки, который можно оценить в результате численного решения системы уравнений (2), оказывается невелик. Для всего диапазона значений плотности в стационарном магнитном острове он составляет около 2–3%.

Возникает вопрос, существуют ли экспериментальные условия, при которых с точки зрения развиваемой теоретической модели интенсивность стоксовой и антистоксовой линий может сравняться или вторая станет доминировать над первой. Как показывают измерения, выполненные с помощью различных диагностик [7, 21–24], высота локального максимума профиля плотности плазмы в магнитном острове, как правило, изменяется в течение разряда. В следующем разделе мы приводим анализ того, может ли увеличение перепада плотности плазмы в магнитном острове между максимумом и минимумом по срав-

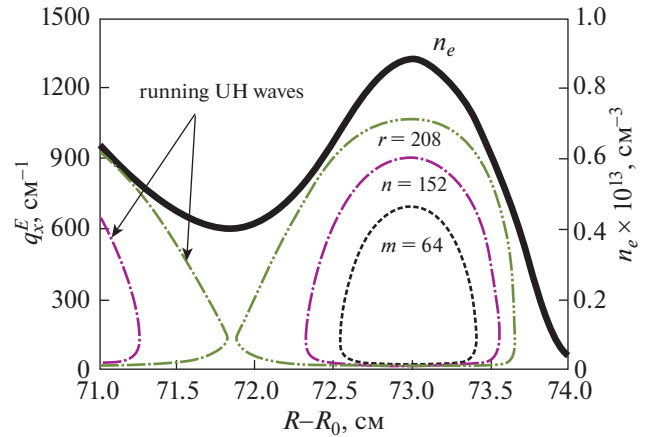


Рис. 10. Дисперсионные кривые, соответствующие модам $m = 64$, $n = 152$ и $r = 208$ ВГ-волны (пунктирная, штрихпунктирная и пунктирная линии). Частоты ИБ-волн смещены одна относительно другой на ИЦ-частоту и находятся в диапазоне 0.9 ГГц. Толстая сплошная линия – профиль плотности плазмы в магнитном острове. Остальные параметры те же, что и на рис. 1.

нению с экспериментально измеренным в [12] значением приводит к изменению сценария насыщения первичной неустойчивости, увеличению уровня аномального поглощения и изменению соотношения между радиационными температурами излучения в измеряемых частотных полосах.

4. ПРН-ВОЛНЫ НАКАЧКИ И ЕЕ НАСЫЩЕНИЕ ПРИ УВЕЛИЧЕНИИ ВЫСОТЫ “ГОРБА” НА ПРОФИЛЕ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ

Далее для анализа неустойчивости будем использовать те же параметры плазмы, что и в предыдущей главе, увеличив, однако, высоту горба на профиле плотности. В этом случае в магнитном острове может быть локализовано 3 собственные моды ВГ-волн, частоты которых отличаются на частоту локализованной ИБ-волны. На рис. 10 приведены дисперсионные кривые, соответствующие собственным модам $r = 208$ ($f_r^E = 65.42$ ГГц), $n = 152$ ($f_n^E = 66.28$ ГГц) и $m = 64$ ($f_m^E = 67.15$ ГГц) ВГ-волны, которые изображены штрихпунктирной-пунктирной, штрихпунктирной и пунктирной линиями. Толстой сплошной линией приведен модифицированный профиль плотности в магнитном острове. Остальные параметры оставлены теми же, что и на рис. 1. Стрелками показаны дисперсионные кривые ВГ-волн вне области локализации. Видно, что область локализации самой высокой из мод $r = 208$, отделе-

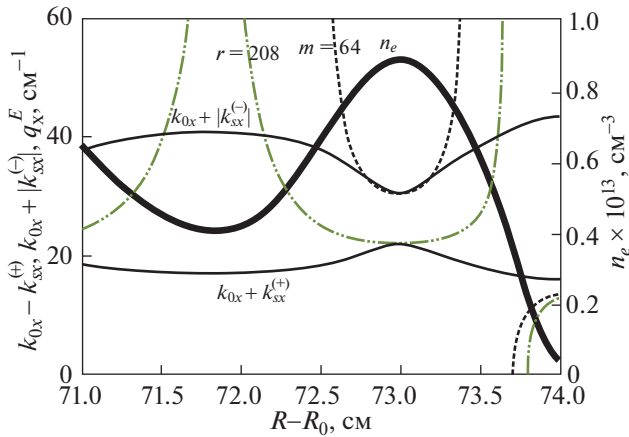


Рис. 11. Волновые числа дочерних ВГ собственных мод $f_m^E = 67.15$ ГГц (пунктирная линия) и $f_r^E = 65.42$ ГГц (штрихпунктирная-пунктирная линия). Сумма волновых чисел волны СВЧ-накачки необыкновенной поляризации и дочерней необыкновенной СВЧ-волны, распространяющейся к границе плазмы $k_{0x} + |k_{sx}^{(-)}|$ – верхняя тонкая сплошная линия. Разность волновых чисел волны накачки необыкновенной поляризации и дочерней необыкновенной волны, распространяющейся внутрь плазмы $k_{0x} - k_{sx}^{(+)}$ – нижняя тонкая сплошная линия. Профиль плотности плазмы – толстая сплошная линия. Использованы те же параметры, как на рис. 10.

на лишь небольшим пространственным промежутком от области распространения. В этом случае в результате туннелирования через область непрозрачности, эта мода будет испытывать радиационные потери [25]. Самая низкая из мод $m = 64$ выбрана таким образом, чтобы первичная неустойчивость, сопровождающаяся возбуждением дочерней необыкновенной волны, распространяющейся к границе плазмы, была самой низкопороговой. На рис. 11 волновое число первичной ВГ-волны $f_m^E = 67.15$ ГГц показано пунктирной линией. Сумма волновых чисел волны накачки необыкновенной поляризации и дочерней необыкновенной волны, распространяющейся к границе плазмы $k_{0x} + |k_{sx}^{(-)}|$, показана верхней тонкой сплошной линией. В окрестности точки касания этих линий выполнены распадные условия для волновых векторов и возможен первичный распад, обладающий минимальным порогом. Кроме того, можно видеть, что одновременно возможен распад волны накачки с возбуждением ВГ-моды на частоте $f_r^E = 65.42$ ГГц и необыкновенной волны, распространяющейся внутрь плазмы $k_{sx}^{(+)}$. На рис. 11 волновое число первичной ВГ-волны $f_r^E = 65.42$ ГГц показано штрихпунктирной линией. Разность волновых чисел волны

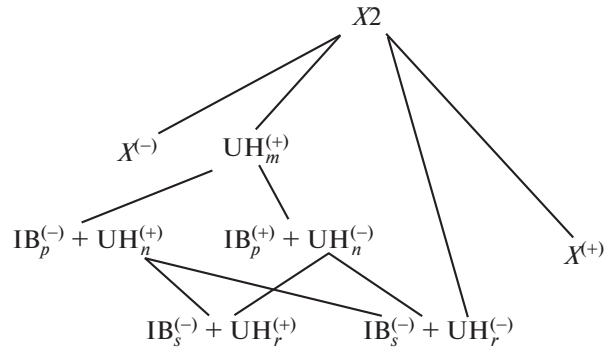


Рис. 12. Схема каскада распадов, при которых возбуждаются собственные моды ВГ-волн, изображенные на рис. 10.

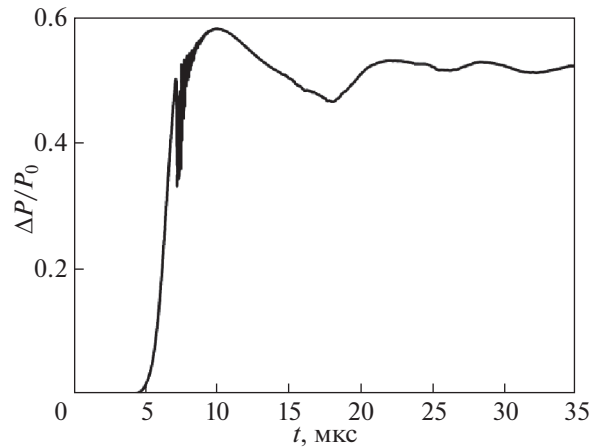


Рис. 13. Эволюция эффективности аномального поглощения волны накачки при переходе неустойчивости к режиму насыщения.

накачки необыкновенной поляризации и дочерней необыкновенной волны, распространяющейся внутрь плазмы $k_{0x} - k_{sx}^{(+)}$, показана тонкой сплошной линией. В окрестности точки касания этих линий возможен первичный распад, также характеризующийся невысоким порогом возбуждения. (Здесь верхние индексы \pm указывают на направление фазовой скорости волны – внутрь (верхний индекс) и наружу (нижний индекс) плазменного шнура.)

Далее, при описании вторичных и третичных неустойчивостей мы пренебрежем наличием набора собственных ИБ-мод и удержим лишь те из них, которые обеспечивают наиболее низкопороговую связь при распаде первичной и вторичной ВГ собственных мод. На рис. 12 показана схема каскада распадов, при которых возбуждаются собственные моды ВГ-волн, изображенные на рис. 10. Система уравнений, описывающая этот каскад последовательных распадов с учетом эф-

фекта истощения накачки и в пренебрежении возможностью существования нескольких локализованных ИБ-волн, может быть получена с помощью процедуры, разработанной в [6]

$$\left\{ \begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial \xi} a_0 = -\gamma_p \frac{T_e}{P_0} \left| a_m^+(y, z) \right|^2 \int_{\xi}^{\infty} d\xi' a_0(\xi') \exp(i\Psi_p(\xi) - i\Psi_p(\xi')) \\
 & -\gamma_p \frac{T_e}{P_0} \left| a_r^-(y, z) \right|^2 \int_{-\infty}^{\xi} d\xi' a_0(\xi') \exp(i\Psi_p(\xi) - i\Psi_p(\xi')) \\
 & \frac{\partial a_m^+}{\partial t} - i\Lambda_{my} \frac{\partial^2 a_m^+}{\partial y^2} - i\Lambda_{mz} \frac{\partial^2 a_m^+}{\partial z^2} = \\
 & = \gamma_p a_m^+ W^-(t, y, z; a_0) \exp\left(-\frac{y^2}{w^2} - \frac{z^2}{w^2}\right) - i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-) a_n^+ b_p^- - i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^-, \omega_p^+) a_n^- b_p^+ - \nu_m a_m \\
 & \frac{\partial a_n^+}{\partial t} + U_{ny} \frac{\partial a_n^+}{\partial y} - i\Lambda_{ny} \frac{\partial^2 a_n^+}{\partial y^2} - i\Lambda_{nz} \frac{\partial^2 a_n^+}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-) a_m^+ b_p^{-*} \\
 & -i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_r^- b_s^+ - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^+, \omega_s^-) a_r^+ b_s^- - \nu_n a_n^+ \\
 & \frac{\partial b_p^-}{\partial t} - V_{py} \frac{\partial b_p^-}{\partial y} - i\Lambda_{py} \frac{\partial^2 b_p^-}{\partial y^2} - i\Lambda_{pz} \frac{\partial^2 b_p^-}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-) a_m^+ a_n^{+*} - \nu_p b_p^- \\
 & \frac{\partial a_n^-}{\partial t} - U_{ny} \frac{\partial a_n^-}{\partial y} + i\Lambda_{ny} \frac{\partial^2 a_n^-}{\partial y^2} + i\Lambda_{nz} \frac{\partial^2 a_n^-}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^-, \omega_p^+) a_m^+ b_p^{+*} \\
 & -i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^+, \omega_s^-) a_r^+ b_s^- - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_r^- b_s^+ - \nu_n a_n^- \\
 & \frac{\partial b_p^+}{\partial t} + V_{py} \frac{\partial b_p^+}{\partial y} + i\Lambda_{py} \frac{\partial^2 b_p^+}{\partial y^2} + i\Lambda_{pz} \frac{\partial^2 b_p^+}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^-, \omega_p^+) a_m^+ a_n^{-*} - \nu_p b_p^+ \\
 & \frac{\partial a_r^+}{\partial t} + U_{ry} \frac{\partial a_r^+}{\partial y} - i\Lambda_{ry} \frac{\partial^2 a_r^+}{\partial y^2} - i\Lambda_{rz} \frac{\partial^2 a_r^+}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^+, \omega_s^-) a_n^+ b_s^{-*} - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^+, \omega_s^-) a_n^- b_s^{+*} - (\nu_r + \nu_{\text{rad}}) a_r^+ \\
 & \frac{\partial b_s^-}{\partial t} - V_{sy} \frac{\partial b_s^-}{\partial y} - i\Lambda_{sy} \frac{\partial^2 b_s^-}{\partial y^2} - i\Lambda_{sz} \frac{\partial^2 b_s^-}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^+, \omega_s^-) a_n^+ a_r^{+*} - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^+, \omega_s^-) a_n^- a_r^{+*} - \nu_s b_s^- \\
 & \frac{\partial a_r^-}{\partial t} - U_{ry} \frac{\partial a_r^-}{\partial y} + i\Lambda_{ry} \frac{\partial^2 a_r^-}{\partial y^2} + i\Lambda_{rz} \frac{\partial^2 a_r^-}{\partial z^2} = \\
 & = \gamma_p a_r^- W^+(t, y, z; a_0) \exp\left(-\frac{y^2}{w^2} - \frac{z^2}{w^2}\right) - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_n^+ b_s^{+*} - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_n^- b_s^{+*} - (\nu_r + \nu_{\text{rad}}) a_r^- \\
 & \frac{\partial b_s^+}{\partial t} + V_{sy} \frac{\partial b_s^+}{\partial y} + i\Lambda_{sy} \frac{\partial^2 b_s^+}{\partial y^2} + i\Lambda_{sz} \frac{\partial^2 b_s^+}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_n^+ a_r^{-*} - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_n^- a_r^{-*} - \nu_s b_s^+.
 \end{aligned} \right. \quad (12)$$

В уравнениях (12) использованы, в основном, те же обозначения, что и в системе уравнений (2). Среди новых обозначений: a_0 — безразмерная амплитуда волны накачки, $\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+)$ — коэффициент, который описывает третичную неустойчивость и величина которого определяется эффективностью нелинейной связи вторичной ВГ-волны на частоте ω_n^+ с третичными собственными модами ВГ- и ИБ-волн на частотах ω_r^- и ω_s^+ , соответственно; ν_{rad} — декремент затухания в ре-

зультате радиационных потерь метастабильной собственной моды r , явное выражение для которого приводится в [25],

$$\begin{aligned}
 W^- &= F(\lambda_p)^{-1} \times \\
 & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\xi}^{\infty} d\xi d\xi' a_0(\xi) a_0^*(\xi') \exp(i\Psi(\xi, \xi')), \\
 W^+ &= F(\lambda_p)^{-1} \times \\
 & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\xi} d\xi d\xi' a_0(\xi) a_0^*(\xi') \exp(i\Psi(\xi, \xi'))
 \end{aligned}$$

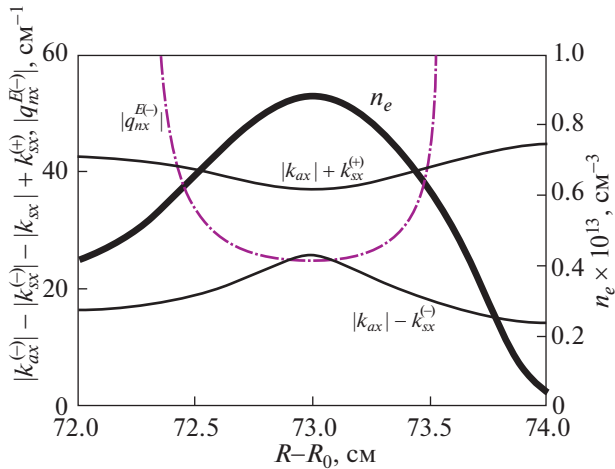


Рис. 14. Волновое число $q_{nx}^{E(-)}$ вторичной ВГ-моды, фазовая скорость которой направлена наружу (штрихпунктирная линия); сумма волнового числа необыкновенной волны на частоте $f_a = f_0 + f_s^I$ и волнового числа первичной необыкновенной СВЧ-волны на частоте $f_0 - f_r^E$, распространяющейся внутрь ($|k_{ax}| + k_{sx}^{(+)}$); разность волнового числа необыкновенной волны на частоте $f_a = f_0 - f_p^I$ и волнового числа первичной необыкновенной волны на частоте $f_0 - f_m^E$, распространяющейся в сторону границы плазмы ($|k_{ax}| - |k_{sx}^{(-)}|$).

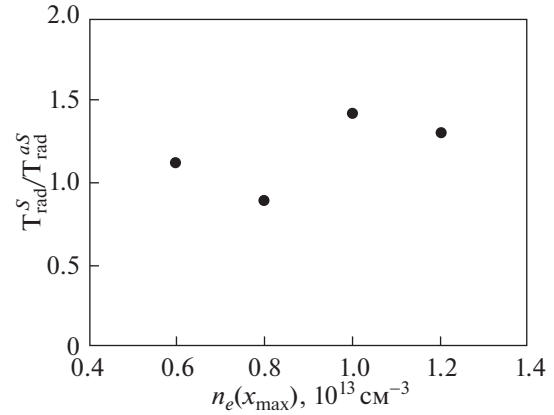


Рис. 15. Зависимость отношения радиационных температур для стоксовой и антистоксовой частотных полос от значения плотности плазмы в локальном максимуме ее немонотонного профиля.

5. СЛИЯНИЕ ДОЧЕРНИХ ВОЛН И АНОМАЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ ПРИ БОЛЬШОМ ПЕРЕПАДЕ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ В ОСТРОВЕ

В случае большого перепада плотности в магнитном острове излучение в обеих частотных полосах формируется в результате трехволнового взаимодействия, приводящему к слиянию вторичной ВГ-моды n и первичных дочерних необыкновенных волн, распространяющихся как наружу, так и внутрь плазменного шнура. В первом случае возбуждается волна на частоте $f_a^S = f_n^E + (f_0 - f_m^E) = f_0 - f_p^I$. Во втором случае частота волны равна $f_a^{aS} = f_n^E + (f_0 - f_r^E) = f_0 + f_s^I$. Рисунок 14 иллюстрирует возможность этих процессов. На нем показано волновое число вторичной ВГ-моды n , фазовая скорость которой направлена наружу (штрихпунктирная линия). Сплошными линиями показаны, во-первых, сумма волнового числа необыкновенной результирующей волны на частоте $f_a = f_0 + f_s^I$ и волнового числа первичной необыкновенной волны на частоте $f_0 - f_r^E$, распространяющейся внутрь плазмы, т.е. $|k_{ax}| + k_{sx}^{(+)}$, во-вторых, разность волнового числа необыкновенной результирующей волны на частоте $f_a = f_0 - f_p^I$ и волнового числа первичной необыкновенной волны на частоте $f_0 - f_m^E$, распространяющейся в сторону границы плазмы, т.е. $|k_{ax}| - |k_{sx}^{(-)}|$. В точках, где пересекаются сплошные линии и штрихпунктирная линия, выполняются резонансные условия. В окрестности этих точек возможно слияние различных дочерних волн и генерация излучения в обеих частотных полосах. Поскольку к генерации излучения при-

– эффективность нелинейного взаимодействия в неоднородной плазме с учетом источника волны накачки, $\Psi(\xi, \xi') = \lambda_p (\xi - \xi') - i\xi^3 + i\xi'^3$, $\lambda_p = \Delta K_p(x_{dp}) l_{dp}$, x_{dp} – координата точки, в которой невязка (отклонение от нулевого значения) резонансного распадного условия для волновых векторов при первичном распаде ΔK_p имеет свой локальный минимум, $l_{dp} = \left| \Delta K_p'' / 6 \right|_{x_{dp}}^{-1/3}$ – размер области нелинейного взаимодействия, ' – производная по координате x ,

$$F(\lambda_p) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\xi}^{\infty} d\xi d\xi' \exp(i\lambda_p (\xi - \xi') - i(\xi^3 - \xi'^3)).$$

Частоты дочерних ВГ-волн, приведенные выше, вторичных ($f_p^{I\pm} = 0.874$ ГГц, $p = 11$) и третичных ($f_s^{I\pm} = 0.857$ ГГц, $s = 14$) ИБ-волн выбраны таким образом, чтобы обеспечить оптимальную связь в каждом нелинейном взаимодействии. На рис. 13 приведена эволюция уровня аномального поглощения при переходе решения системы к стационарному, что соответствует насыщению неустойчивости. Видно, что уровень аномального поглощения оказался значительно выше, чем в случае, рассмотренном в предыдущей главе и примерно равен 50%.

водит слияние одной и той же вторичной собственной моды n ВГ-волны с первичными необыкновенными волнами, то величина радиационной температуры определяется амплитудой последних и размером области нелинейного слияния (см. рис. 14). В свою очередь, амплитуды первичных необыкновенных волн линейно зависят от уровня насыщения соответствующей первичной m или r ВГ-моды (см. выражение (4)). Амплитуда сигнала как для стоксовой, так и антистоксовой полосы частот дается выражением (5). Мощность соответствующего сигнала определяется выражением (11). Используя результаты численного решения системы уравнений (12), а также выражения (5) и (11), можно получить зависимость отношения радиационных температур для стоксовой и антистоксовой частотных полос от значения плотности в локальном максимуме ее немонотонного профиля при фиксированном перепаде плотности плазмы в острове, которая приведена на рис. 15. Поскольку в рассматриваемом случае уровни излучения в обеих частотных полосах определяются выражениями (5), имеющими один порядка малости, они оказываются близки. Следует отметить, что как это видно из рис. 15, согласно теоретическому анализу мощность излучения антистоксовой компоненты спектра может превосходить мощность стоксовой компоненты, в соответствии с отмечавшимися во введении экспериментальными результатами [13].

6. ВЫВОДЫ

В работе построена теория генерации спектров аномального рассеяния при ЭЦР-нагреве неплотной плазмы на второй гармонике резонанса. На основе этой теории предложено количественное объяснение частотных спектров аномального рассеяния, наблюдавшегося при ЭЦР-нагреве плазмы в экспериментах на установке W7-X. Как стоксова, так и антистоксова компоненты СВЧ-сигнала рассеяния интерпретируются как результат возбуждения низкочастотной параметрической распадной неустойчивости (ПРН) при прохождении СВЧ-волны накачки через магнитный остров, в результате которой генерируется запертая в острове верхнегибридная (ВГ) волна и нелокализованная необыкновенная СВЧ-волна. Насыщение ПРН в теории происходит в резуль-

тате каскада вторичных распадов, а генерация рассеянного излучения — за счет нелинейного (трехволнового и четырехволнового) слияния различных дочерних волн. Предложенная модель позволяет объяснить частотные спектры аномального рассеяния, наблюдавшегося в [12], воспроизвести их тонкую структуру и радиационную температуру. Уровень аномального поглощения для условий, опубликованных в работе [12], находится на уровне 2–3%.

Найдены условия, при которых можно ожидать как значительного аномального поглощения волны СВЧ-накачки (порядка 50%), так и выравнивания уровня излучения в стоксовой и антистоксовой частотных полосах, наблюдавшегося в ряде экспериментов [13]. Более того, при этих условиях возможно доминирование антистоксовой частотной компоненты в спектре принимаемого сигнала. Показано, что к таким последствиям приводит увеличение перепада плотности плазмы в магнитном острове, когда становится возможным четное число вторичных распадов и изменяются сценарии насыщения неустойчивости и генерации спектра рассеяния.

Развитие аналитической модели поддержано грантом РНФ 22-12-00010, численное моделирование выполнено в рамках государственного контракта 0040-2019-0023, а код для моделирования насыщения ПРН разработан в рамках государственного контракта 0034-2021-0003.

Авторы благодарны А. Танцетти (A. Tancetti), С. Нильсену (S.K. Nielsen), М. Сенстиусу (M.G. Senstius) за многочисленные обсуждения экспериментальных результатов, инициировавших теоретические расчеты, изложенные в настоящей статье.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выражение для нелинейной плотности тока третьего порядка, который описывает четырехволновое взаимодействие двух продольных ВГ $\varphi_m^E \propto \exp(iq_{mx}^E x - i\omega_m^E t)$ и ИБ $\varphi_p^I \propto \exp(-iq_{px}^I x - i\omega_p^I t)$ волн с двумя необыкновенными $\mathbf{E}_s \propto \exp(-ik_{sx} x - i\omega_s t)$, $\mathbf{E}_a \propto \exp(-ik_{ax} x - i\omega_a t)$, в гидродинамическом приближении имеет вид

$$\mathbf{j}_a = -|e| \left(\begin{aligned} & \left(n^{(1)}(\omega_s) \mathbf{u}^{(2)}(\omega_p^I + \omega_m^E) + n^{(1)}(\omega_p^I) \mathbf{u}^{(2)}(\omega_s + \omega_m^E) + n^{(1)}(\omega_m^E) \mathbf{u}^{(2)}(\omega_s + \omega_p^I) + \right. \\ & \left. + n^{(2)}(\omega_p^I + \omega_m^E) \mathbf{u}^{(1)}(\omega_s) + n^{(2)}(\omega_s + \omega_m^E) \mathbf{u}^{(1)}(\omega_p^I) + n^{(2)}(\omega_s + \omega_p^I) \mathbf{u}^{(1)}(\omega_m^E) + n_0 \mathbf{u}^{(3)}(\omega_a) \right) \end{aligned} \right) \quad (\text{П1})$$

Частоты и волновые числа взаимодействующих волн в (П1) удовлетворяют резонансным условиям: где $\omega_a = \omega_s + \omega_p^I + \omega_m^E$ и $k_{ax} = k_{sx} + q_{px}^I - q_{mx}^E$.

Верхними индексами в скобках указан порядок соответствующей величины по амплитуде волн. Удерживая только члены нулевого порядка по па-

раметру $\omega_{ce}^2/\omega_0^2 \ll 1$ выразим свертку $(\mathbf{j}_a \cdot \mathbf{e}_a^*)$ через произведения осцилляторных скоростей электрона на разных частотах

$$\begin{aligned} (\mathbf{j}_a \cdot \mathbf{e}_a^*) &\simeq |e|n_0 \times \\ &\times \left(\left(\frac{q_{mx}^E + k_a}{\omega_a} - \frac{q_{mx}^E}{\omega_m^E} \right) u_x^{(1)}(\omega_m^E) u_y^{(2)}(\omega_s + \omega_p^I) + \right. \\ &+ \left(\frac{q_{mx}^E + k_a}{\omega_s + \omega_p^I} - \frac{q_{mx}^E}{\omega_a} \right) u_x^{(2)}(\omega_s + \omega_p^I) u_y^{(1)}(\omega_m^E) + \\ &+ \left(\frac{k_{ax} - k_{sx}}{\omega_a} + \frac{k_{sx}}{\omega_s} \right) u_x^{(1)}(\omega_s) u_y^{(2)}(\omega_p^I + \omega_m^E) + \\ &+ \left(\frac{k_{ax} - k_{sx}}{\omega_p^I + \omega_m^E} + \frac{k_{sx}}{\omega_a} \right) u_x^{(2)}(\omega_p^I + \omega_m^E) u_y^{(1)}(\omega_s) + \\ &+ \left. \left(\frac{k_{ax} - q_{px}^I}{\omega_a} + \frac{q_{px}^I}{\omega_p^I} \right) u_x^{(1)}(\omega_p^I) u_y^{(2)}(\omega_0) + \right. \end{aligned} \quad (\Pi 2)$$

$$\left. + \left(\frac{k_{ax} - q_{px}^I}{\omega_s + \omega_m^E} + \frac{q_{px}^I}{\omega_a} \right) u_x^{(2)}(\omega_0) u_y^{(1)}(\omega_p^I) \right),$$

где \mathbf{e}_a – вектор поляризации необыкновенной волны, возбуждающейся в результате слияния трех других волн, $\omega_0 = \omega_m^E + \omega_s$, $u_x^{(1)}(\omega_s) = -\frac{|e|}{m_e} \times \frac{\omega_{ce} + \omega_s g_s / \epsilon_s}{\Delta(\omega_s)} E_s$, $u_y^{(1)}(\omega_s) = -i \frac{|e|}{m_e} \frac{\omega_{ce} g_s / \epsilon_s + \omega_s}{\Delta(\omega_s)} E_s$, $u_x^{(1)}(\omega_p^I) = \frac{|e|}{m_e} \frac{\omega_p^I}{\Delta(\omega_p^I)} q_{px}^I \Phi_p^I$, $u_y^{(1)}(\omega_p^I) = i \frac{|e|}{m_e} \frac{\omega_{ce}}{\Delta(\omega_p^I)} q_{px}^I \Phi_p^I$, $u_x^{(1)}(\omega_m^E) = -\frac{|e|}{m_e} \frac{\omega_p^I}{\Delta(\omega_m^E)} q_{mx}^E \Phi_m^E$, $u_y^{(1)}(\omega_m^E) = -i \frac{|e|}{m_e} \frac{\omega_{ce}}{\Delta(\omega_m^E)} \times q_{mx}^E \Phi_m^E$, $\Delta(\omega) = \omega^2 - \omega_{ce}^2$,

$$u_x^{(2)}(\omega_m^E + \omega_p^I) = \frac{e^2}{m_e^2} \frac{q_{px}^I \omega_m^E (\omega_{ce}^2 + \omega_p^I (\omega_p^I + \omega_m^E)) - q_{mx}^E \omega_p^I (\omega_{ce}^2 + \omega_m^E (\omega_p^I + \omega_m^E))}{\Delta(\omega_m^E + \omega_p^I) \Delta(\omega_m^E) \Delta(\omega_p^I)} q_{mx}^E q_{px}^I \Phi_m^E \Phi_p^I,$$

$$u_y^{(2)}(\omega_m^E + \omega_p^I) = i \frac{e^2}{m_e^2} |\omega_{ce}| \frac{q_{px}^I \omega_m^E (2\omega_p^I + \omega_m^E) - q_{mx}^E \omega_p^I (2\omega_m^E + \omega_p^I)}{\Delta(\omega_m^E + \omega_p^I) \Delta(\omega_m^E) \Delta(\omega_p^I)} q_{mx}^E q_{px}^I \Phi_m^E \Phi_p^I,$$

$$\begin{aligned} u_x^{(2)}(\omega_0) &= \frac{e^2}{m_e^2} \frac{q_{mx}^E \Phi_m^E E_s}{\Delta(\omega_0) \Delta(\omega_m^E) \Delta(\omega_s)} \left(q_{mx}^E (\omega_{ce}^2 + \omega_m^E \omega_0) \left(\omega_{ce} + \omega_s \frac{g_s}{\epsilon_s} \right) - \right. \\ &\left. - k_{sx} \left(\omega_{ce}^2 \omega_m^E \left(\frac{\omega_{ce}}{\omega_s} + \frac{g_s}{\epsilon_s} \right) + \omega_0 \left(\frac{\omega_{ce}^3}{\omega_s} - \omega_s \omega_m^E \frac{g_s}{\epsilon_s} - \omega_{ce} \omega_0 \right) \right) \right), \end{aligned}$$

$$u_y^{(2)}(\omega_0) = i \frac{e^2}{m_e^2} \frac{|\omega_{ce}| q_{mx}^E \Phi_m^E E_s}{\Delta(\omega_0) \Delta(\omega_m^E) \Delta(\omega_s)} \left(q_{mx}^E (\omega_m^E + \omega_0) \left(|\omega_{ce}| + \omega_s \frac{g_s}{\epsilon_s} \right) - k_{sx} \left(\frac{|\omega_{ce}|^3}{\omega_s} + \omega_m^{E2} \frac{g_s}{\epsilon_s} + \frac{|\omega_{ce}| \omega_0}{\omega_s} (\omega_m^E - \omega_s) \right) \right),$$

$$\begin{aligned} u_x^{(2)}(\omega_p^I + \omega_s) &= -\frac{e^2}{m_e^2} \frac{q_{px}^I \Phi_p^I E_s}{\Delta(\omega_p^I + \omega_s) \Delta(\omega_p^I) \Delta(\omega_s)} \left(q_{px}^I (\omega_{ce}^2 + \omega_p^I (\omega_p^I + \omega_s)) \left(\omega_{ce} + \omega_s \frac{g_s}{\epsilon_s} \right) + \right. \\ &\left. + k_{sx} \left(\frac{g_s}{\epsilon_s} (\omega_{ce}^2 \omega_p^I + \omega_p^I \omega_s (\omega_p^I + \omega_s)) + \frac{\omega_{ce}^3}{\omega_s} (2\omega_p^I + \omega_s) + \omega_{ce} (\omega_p^2 - \omega_s^2) \right) \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_x^{(2)}(\omega_p^I + \omega_s) &= -i \frac{e^2}{m_e^2} \frac{|\omega_{ce}| q_{px}^I \Phi_p^I E_s}{\Delta(\omega_p^I + \omega_s) \Delta(\omega_p^I) \Delta(\omega_s)} \left(q_{px}^I (2\omega_p^I + \omega_s) \left(\omega_{ce} + \omega_s \frac{g_s}{\epsilon_s} \right) + \right. \\ &\left. + k_{sx} \left(\frac{\omega_{ce}^3}{\omega_s} + \omega_p^I \frac{g_s}{\epsilon_s} (\omega_p^I + 2\omega_s) + \frac{\omega_{ce}}{\omega_s} (\omega_p^{I2} + 2\omega_p^I \omega_s - \omega_s^2) \right) \right). \end{aligned}$$

В итоге, выражение (П2) можно представить в следующей форме

$$\mathbf{e}_a^* \cdot \mathbf{j}^{(3)}(\omega_a, \mathbf{r}) = \sigma_a^{(3)} \frac{q_{mx}^E \Phi_m^E}{B(x_{\max})} \frac{q_{px}^I \Phi_p^I}{B(x_{\max})} E_s. \quad (\text{П3})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Westerhof E., Nielsen S.K., Oosterbeek J.W., Salewski M., de Baar M.R., Bongers W.A., Bürger A., Henneman B.A., Korsholm S.B., Leipold F., Moseev D., Stejner M., Thoen D.J.* // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 103. P. 125001.
2. *Nielsen S.K., Salewski M., Westerhof E., Bongers W., Korsholm S.B., Leipold F., Oosterbeek J.W., Moseev D., Stejner M.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2013. V. 55. P. 115003.
3. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // *Physics of Plasmas.* 2016. V. 23. P. 082503.
4. *Popov A.Yu., Gusakov E.Z.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2015. V. 57. P. 025022.
5. *Popov A. Yu., Gusakov E.Z.* // *Europhys. Lett.* 2016. V. 116. P. 45002.
6. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // *Phys. Usp.* 2020. V. 63. P. 365.
7. *Kantor M.Yu., Donne A.J.H., Jaspers R., van der Meiden H. and TEXTOR Team* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2009. V. 51. P. 055002.
8. *Senstius M.G., Nielsen S.K. and Vann R.G.L.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2021. V. 63. P. 065018.
9. *Hansen S.K., Jacobsen A.S., Willensdorfer M., Nielsen S.K., Stober J., Höfler K., Maraschek M., Fischer R., Dunne M., the EURO fusion MST team and the ASDEX Upgrade team* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2021. V. 63. P.095002.
10. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu. and Tretinnikov P.V.* // *Nucl. Fusion.* 2019. V. 59. P. 106040.
11. *Hansen S.K., Nielsen S.K., Stober J., Rasmussen J., Stejner M., Hoelzl M., Jensen T. and the ASDEX Upgrade team* // *Nucl. Fusion.* 2020. V. 60. P. 106008.
12. *Tancetti A., Nielsen S.K., Rasmussen J., Gusakov E.Z., Popov A.Y., Moseev D., Stange T., Senstius M.G., Killer C., Vecsei M., Jensen T., Zanini M., Abramovic I., Stejner M., Anda G., Dunai D., Zoletnik S., Laqua H.* // *Nuclear Fusion.* 2022. V. 62. P. 074003.
13. *Tancetti A.* private communication
14. *Arkhipenko V.I., Budnikov V.N., Gusakov E.Z., Pisarev V.A., Simonchik L.V.* // *Plasma Physics and Controlled Fusion.* 1998. V. 40. P. 215–231.
15. *Гусаков Е.З., Попов А.Ю.* // *Письма ЖЭТФ.* 2010. V. 91. P. 724.
16. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 105. P. 115003.
17. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2021. V. 63. P. 125017.
18. *Piliya A.D., Popov A.Yu.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2002. V. 44. P. 467.
19. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // *Nucl. Fusion.* 2020. V. 60. P. 076018.
20. *Гусаков Е.З., Попов А.Ю.* // *Физика плазмы.* 2022. Т. 48. С. 306–316.
21. *Donne A.J.H., van Gorkom J.C., Udintsev V.S., Domier C.W., Krämer-Flecken A., Luhmann Jr. N.C., Schüller F.C.* // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 94. P. 085001.
22. *Vermare L., Clairet F., Heuraux S., Lecler G.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2005. V. 47. P. 1895.
23. *Kornev V.A., Askinazi L.G., Vildzhyunas M.I., Golant V.E., Zhubr N.A., Krikunov S.V., Lebedev S.V., Rozhdestvenskii V.V., Tukachinskii A.S.* // *Plasma Phys. Rep.* 2005. V. 31. P. 803.
24. *Krämer-Flecken A., Han X., Windisch T., Cosfeld J., Drews P., Fuchert G., Geiger J., Grulke O., Killer C., Knieps A., Liang Y., Liu S., Rack M. and the W7-X team et al.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2019. V. 61. P. 054003.
25. *Popov A.Y., Nagovitsin A., Gusakov E.Z.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2022. V. 64. P. 105005.