УДК 550.832:552.5

# РАСПРОСТРАНЕНИЕ УПРУГИХ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В ПОРИСТО-ТРЕЩИНОВАТОЙ СРЕДЕ, НАСЫЩЕННОЙ НЕСМЕШИВАЮЩИМИСЯ ФЛЮИДАМИ

© 2020 г. М. Г. Марков<sup>1, \*, \*\*</sup>, И. А. Маркова<sup>1</sup>, Х. Ф. Ронкийо Харийо (Ronquillo Jarillo Gerardo Felipe)<sup>1</sup>, Е. В. Перваго<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto Mexicano del Petróleo, Eje Central Lázaro Cárdenas 152, CP 07730, México, DF

\**E-mail: mmarkov.spg@mail.ru* \*\**E-mail: mmarkov@imp.mx* Поступила в редакцию 20.11.2018 г. После доработки 14.03.2019 г. Принята к публикации 22.06.2019 г.

Решена задача расчета коэффициентов отражения и прохождения упругой продольной волны при ее падении из пористого полупространства на трещину, заполненную жидкостью. Проведен анализ влияния капиллярных эффектов, возникающих на границе трещины и пористой матрицы, на эти коэффициенты. В приближении однократного рассеяния рассчитано волновое число эффективной продольной волны, распространяющейся в пористо-трещиноватой среде. Показано, что гидродинамические эффекты, связанные с фильтрацией жидкости на границах трещин в поле акустической волны, приводят к значительной частотной дисперсии скорости эффективной продольной волны.

*Ключевые слова:* коэффициент отражения, капиллярный эффект, пористо-трещиноватая среда, частотная дисперсия.

DOI: 10.31857/S0002333720020064

#### введение

Решение задачи о распространении упругих волн в насыщенной пористой среде, содержащей трещины, представляет значительный интерес в связи с проблемами разведочной геофизики и физики горных пород. Хорошо известно [Biot, 1956; Николаевский, 1970; Bourbié, 1987; Plona, 1980; Донцов, 1988], что в насыщенных пористых средах существует два типа продольных волн: "быстрая" и "медленная". Наличие границ в насыщенной пористой среде вызывает эффекты взаимной трансформации этих волн, что ведет к возникновению дополнительного гидродинамического эффекта затухания [Dutta, 1983; Feng, 1983; Gurevich, 1995; Vikhorev, 2005; Denneman, 2002; Müller, 2010]. Преломление гармонических упругих волн на трещине, заполненной флюидом и расположенной в насышенной пористой среде, было рассмотрено в работах [Марков, 1984; Юматов, 1987]. При решении задачи предполагалось, что поры и трещина заполнены одним и тем же флюидом. Между тем, в реальных горных породах, например, породахколлекторах нефти и газа, поры и трещины могут содержать различные флюиды. В этом случае необходимо учитывать влияние капиллярных сил,

возникающих на границах различных несмешивающихся жидкостей.

В работах [Nagy, 1992; 1994] было экспериментально исследовано влияние капиллярных эффектов на свойства поверхностных волн на границе насыщенной пористой среды. В работах [Markov, 2007; Tserkovnyak, 2003; Kong, 2013] была рассмотрена задача определения эффективных параметров насыщенной пористой среды, содержащей включения, отличающиеся по параметрам насыщающего их флюида, с учетом поверхностного натяжения. В работе [Марков, 2009] исследовалось влияние поверхностного натяжения на коэффициенты отражения и преломления упругих волн на границе двух пористых полупространств, насыщенных несмешивающимися флюидами.

В настоящей работе решается задача определения коэффициентов отражения и прохождения упругих волн, распространяющихся в системе пористое полупространство — трещина, заполненная жидкостью — пористое полупространство, с учетом влияния капиллярных сил на границах трещины и насыщенной пористой среды. Расчеты проведены для гармонических волн и акустических импульсов.

 $\rho =$ 

## БАЗОВЫЕ УРАВНЕНИЯ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Рассмотрим простую модель трещины в виде плоско-параллельного слоя толщины  $l_0$ , заполненного жидкостью и расположенного между двумя пористыми полупространствами. Распространение упругих волн внутри трещины будем описывать уравнением (1) для потенциала смещения  $\phi_f$  [Ландау, Лившиц, 1986]:

$$\Delta \varphi_f = \frac{1}{V_f^2} \partial_u \varphi_f, \qquad (1)$$

где:  $V_f$  – скорость продольной волны в жидкости;  $V_f = \sqrt{K_f / \rho_f}$ ;  $K_f$  и  $\rho_f$  – модуль сжатия и плотность жидкости.

Смещение жидкости связано с потенциалом  $\phi_f$  соотношением (2):

$$\mathbf{W} = \nabla \boldsymbol{\varphi}_f. \tag{2}$$

Уравнения, которые описывают распространение упругих волн в насыщенной пористой среде, имеют вид (3) [Biot, 1956; Bourbié, 1987]:

$$(A + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{U}) + N\nabla^{2}\mathbf{U} + Q\nabla(\nabla \cdot \mathbf{V}) =$$
  
=  $\rho_{11}\ddot{\mathbf{U}} + \rho_{12}\ddot{\mathbf{V}} + b(\dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{V}}),$   
 $Q\nabla(\nabla \cdot \mathbf{U}) + R\nabla(\nabla \cdot \mathbf{V}) =$   
=  $\rho_{12}\ddot{\mathbf{U}} + \rho_{22}\ddot{\mathbf{V}} - b(\dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{V}}),$  (3)

где: U и V – векторы смещений скелета и флюида в порах;  $\rho_{11}$  – эффективная плотность упругого скелета;  $\rho_{22}$  – эффективная плотность флюида;  $\rho_{12}$  – присоединенная плотность флюида (коэффициент массовой связи между твердым скелетом и флюидом по терминологии М.А. Био [Biot, 1956]); точка над векторами означает первую производную по времени, а две точки – вторую, соответственно. Коэффициент *b* характеризует трение, возникающее при движении жидкости отно-

сительно скелета,  $b = \frac{\phi^2}{\eta K_{pr}}$ , где:  $\eta$  – динамическая

вязкость флюида;  $\phi$  — пористость;  $K_{pr}$  — коэффициент проницаемости; A, N, Q, R — упругие постоянные теории Био; p — давление в жидкости внутри пор. Упругие постоянные A, N, Q, R рассчитывались с использованием известных соотношений [Сеймов, 1990; Bourbié, 1987]:

$$A = \lambda_s + K_0 a_0^2 S_0 / \phi, \quad N = \mu_s, \quad Q = a_0 K_0 S_0,$$
$$R = \phi K_0 S_0,$$

 $a_0 = 1 - \phi - K_s / K_r$ ,  $S_0 = \phi K_r / (\phi K_r + a_0 K_0)$ , где:  $K_s$  — модуль всестороннего сжатия пористого скелета с пустыми порами;  $K_s = \lambda_s + \frac{2}{3}\mu_s$ ;  $\lambda_s$  и  $\mu_s$  упругие модули Ламе скелета с пустыми порами;

ФИЗИКА ЗЕМЛИ № 3 2020

 $K_r$  — истинный модуль сжимаемости твердой фазы;  $K_0$  — модуль всестороннего сжатия жидкости.

Для решения задачи целесообразно перейти в частотную область и ввести потенциалы продольных ( $\phi_1, \phi_2$ ) и поперечных волн  $\Psi$  соотношением (4):

$$\mathbf{U} = \nabla \varphi_1 + \nabla \varphi_2 + \nabla \times \mathbf{\Psi},$$
  
$$\mathbf{V} = M_1 \nabla \varphi_1 + M_2 \nabla \varphi_2 + M_3 \nabla \times \mathbf{\Psi},$$
 (4)

 $\Psi = \psi \mathbf{e}_{\tau}$ , где  $\mathbf{e}_{\tau}$  – орт, перпендикулярный направлению распространения волны.

$$M_{j} = \frac{\gamma_{12} - \xi_{j}\sigma_{12} + i\gamma}{-\gamma_{22} + \xi_{j}\sigma_{12} + i\gamma}, \quad j = 1, 2,$$

$$M_{3} = \frac{\gamma_{12} + i\gamma}{-\gamma_{22} + i\gamma},$$

$$k_{3}^{2} = \frac{\omega^{2}\rho}{\mu}[\gamma_{11} + \gamma_{12} + i\gamma(M_{3} - 1),$$

$$\gamma_{11} = \rho_{11}/\rho, \quad \gamma_{12} = \rho_{12}/\rho, \quad \gamma_{22} = \rho_{22}/\rho,$$

$$\gamma = -b/(\rho\omega),$$

$$\sigma_{11} = (A + 2N)/H, \quad \sigma_{12} = Q/H,$$

$$\sigma_{22} = R/H,$$

$$= \rho_{11} + 2\rho_{12} + \rho_{22}, \quad H = A + 2N + 2Q + R$$

$$\zeta_{j} = k_{j}^{2}H/(\rho\omega).$$

Здесь:  $k_j$ , (j = 1, 2) – волновые числа продольных волн первого и второго рода;  $\omega$  – круговая частота;  $\xi_j$  удовлетворяет квадратному уравнению:

$$(\sigma_{11}\sigma_{12} - \sigma_{12}^2)\xi_j^2 + (\sigma_{11}\gamma_{22} + \sigma_{22}\gamma_{11} - 2\sigma_{12}\gamma_{12} + i\gamma)\xi_j + \gamma_{11}\gamma_{22} - \gamma_{12}^2 - i\gamma = 0.$$

Введенные таким образом потенциалы удовлетворяют уравнениям Гельмгольца, детали вычислений приведены, например, в монографиях [Bourbié, 1987; Сеймов, 1990].

В дальнейшем будем предполагать для простоты, что верхнее и нижнее полупространства имеют одинаковые свойства.

На границе трещины и пористых полупространств должны выполняться следующие условия [Deresiewicz, 1963; Bourbié, 1987; Gurevich, 1999]:

$$\tau_{nn} - s = p_f, \quad s = -p_f/\phi,$$
  

$$\tau_{n\tau} = 0, \quad (1 - \phi) \ \dot{U}_n + \phi \dot{V}_n = \dot{W}_n,$$
(5)

которые выражают непрерывность нормальных компонент тензоров напряжений и давлений, отсутствие тангенциальных напряжений и непрерывность нормальной компоненты вектора потока жидкости через границу.

$$\tau_{ij} = \delta_{ij}A\nabla \cdot \mathbf{U} + 2Ne_{ij} + \delta_{ij}Q\nabla \cdot \mathbf{V};$$
  

$$s = -\phi p = Q\nabla \cdot \mathbf{U} + R\nabla \cdot \mathbf{V};$$
  

$$e_{ij} = (\partial U_i / \partial x_j + \partial U_j / \partial x_i)/2,$$
(6)

где:  $\tau_{ij}$  — тензор напряжений в упругом скелете; p — давление жидкости в порах;  $p_f$  — давление в жидкости внутри трещины.

В случае, когда в трещине и в порах находятся разные флюиды, условие непрерывности давления должно быть модифицировано с учетом дополнительного капиллярного давления [Ландау, Лившиц, 1986].

На макроскопическом уровне влияние капиллярного давления может быть описано с помощью уравнения (7) [Nagy, 1995]:

$$p_c = \phi \cdot T \frac{\Sigma}{K_{pr}} (\mathbf{U} - \mathbf{V}) \mathbf{n}, \qquad (7)$$

где:  $\Sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения; T — эмпирическая константа, зависящая от формы пор; **n** — единичный вектор нормали к поверхности. Для системы цилиндрических капилляров кругового сечения T = 1; для реальных пористых материалов T < 1. В экспериментальной работе [Nagy, 1994] получены значения для параметра T в диапазоне 0.52—0.0027.

Условие (7) вводит скачок давления на границе и было получено первоначально для простой модели цилиндрического капилляра, содержащего две жидкости, одна из которых целиком занимает его верхнюю, а вторая — нижнюю часть. При выводе предполагалось, что поверхностное натяжение действует нормально к поверхности раздела жидкостей и препятствует изменению ее формы.

В случае полностью закрытых на границе поровых каналов (например, при наличии на границе проницаемой мембраны или тонких пленок (поверхностно-активных веществ)) вместо непрерывности давлений имеем равенство скоростей в скелете и жидкости (closed interface):  $U_n = V_n$  [Bourbié, 1987]. Формально эта ситуация соответствует пределу  $\Sigma \to \infty$ .

Рассмотрим для определенности задачу о преломлении на трещине толщиной  $l_0$  продольной волны 1 или 2 рода. Задача о преломлении поперечной волны решается аналогично. Пусть из верхнего полупространства на границу раздела падает плоская волна с потенциалом смещения единичной амплитуды (плоскость падения совмещена с плоскостью *xz*). Потенциал падающей волны запишем в виде [Бреховских, 1973]:

$$\varphi_j^{(0)} = \exp[i(\xi x - \alpha_j^{(1)} z - \omega t)], \quad j = 1, 2.$$
(8)

Кроме падающей волны в верхнем полупространстве (z > 0) присутствуют отраженные волны с потенциалами:

$$\varphi_{j}^{(2)} = R_{j} \exp[i(\xi x - \alpha_{j}^{(1)}z - \omega t)], \quad j = 1, 2,$$

$$\psi^{(2)} = R_{3} \exp[i(\xi x - \beta^{(2)}z - \omega t).$$
(9)

В полупространстве  $z < -l_0$  имеются преломленные волны с потенциалами:

В формулах (8)–(10)  $\alpha_j$  и  $\beta$ –*z*-компоненты волновых векторов продольных и поперечных волн;  $\xi$ –*x*-компонента волнового вектора;  $R_n$  и  $T_n$ – неизвестные комплексные коэффициенты отражения и прохождения соответственно.

Потенциал смещения в жидкости внутри трещины может быть представлен в виде (11):

$$\varphi_f = a_f \exp[i(\xi x + \alpha_f z - \omega t)] + + b_f \exp[i(\xi x - \alpha_f z - \omega t)],$$
(11)

где:  $a_f, b_f$  – неизвестные постоянные;  $\alpha_f - z$ -компонента волнового вектора.

После подстановки выражений (8)–(11) в систему граничных условий (5)–(7), записанных для верхней и нижней границ трещины (слоя), получаем систему линейных уравнений для определения комплексных амплитуд отраженных и уходящих от трещины волн. Эта система решалась численно.

Найдем волновое число эффективной продольной волны первого рода, распространяющейся в пористо-трещиноватой среде. Задача определения поля упругой продольной волны, прошедшей через систему из *N*-трещин, может быть решена матричным методом [Бакулин, 1998], однако проще воспользоваться приближением однократного рассеяния [Klem-Musatov, 1966; Юматов, 1987]. Такая теория имеет достаточно ограниченную область применения, однако дает простую расчетную модель, которая позволяет оценить эффекты трещиноватости и влияние граничных условий на параметры эффективной продольной волны. Подробное обсуждение более полных моделей теории многократного рассеяния, которые справедливы в широком частотном диапазоне при различных соотношениях между толщиной пластов и длиной волны приведено, например, в монографии [Shapiro, Hubral, 1999].

Будем предполагать, что трещины — достаточно тонкие, так что  $|k_1 \cdot l_0| \le 1$ , и можно пренебречь рассеянием назад, пренебрегая тем самым членами порядка  $|k_1 \cdot l_0|^2$ .

Для достаточно малой плотности трещин медленная продольная волна успевает поглотиться на расстоянии между трещинами. В этом случае для волны, распространяющейся в пористо-трещиноватой среде с эффективными свойствами



**Рис. 1.** Частотные зависимости модулей коэффициентов отражения (а) и прохождения (б) упругой продольной волны первого рода. Результаты приведены для нормального падения при различных граничных условиях: полностью закрытая для перетоков граница (I); открытая граница без учета поверхностного натяжения (2); открытая граница, расчеты с учетом поверхностного натяжения, (3) – параметр T = 0.1; (4) – параметр T = 0.2.

нормально к поверхности трещин, можно записать равенство:

$$\exp\left[i\left(k_{\rm eff}L - \omega t\right)\right] = |T_1|^N \exp\left[i\left(k_1L - \omega t\right)\right], \quad (12)$$

где:  $k_{\rm eff}$  — волновое число эффективной продольной волны; L — дистанция, на которой расположены N-трещины;  $k_1$  — волновое число продольной волны первого рода (быстрой волны) в матрице. Логарифмируя выражение (12) и выделяя вещественную и мнимую части, получаем:

ФИЗИКА ЗЕМЛИ № 3 2020

$$\Delta t_{\rm eff} = \Delta t_1 + \frac{N}{l\omega} \arg(T_1), \quad \alpha_{\rm eff} = k_1'' - \frac{N}{l} \ln(T_1), \quad (13)$$

где:  $k_1''$  — коэффициент затухания продольной волны первого рода;  $\Delta t_{\rm eff}$  — интервальное время (фазовая медленность) эффективной продольной волны;  $\alpha_{\rm eff}$  — ее коэффициент поглощения.

Полученная модель отличается от модели с упругой непроницаемой матрицей только значениями коэффициента прохождения продольной волны первого рода.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Приведем результаты расчетов для следующих параметров горной породы: пористость матрицы равна 0.2; скорость продольной и поперечной волн в материале упругого скелета  $V_p = 5250$  м/с,  $V_s = 3090$  м/с; плотность скелета равна 2650 кг/м<sup>3</sup>; поры заполнены жидкостью с плотностью 950 кг/м<sup>3</sup>; скорость продольной волны в этой жидкости равна 1400 м/с; коэффициент проницаемости, если это не оговорено особо, равен 100 mD (10<sup>-13</sup> m<sup>2</sup>); раскрытие трещин  $l_0 = 10^{-4}$  m; внутри трещин находится жидкость с плотностью 1000 кг/м<sup>3</sup>; скорость продольной волны в этой жидкости равна 1500 м/с, присоединеная плотность жидкости  $\rho_{12} = 0$ .

Расчеты упругих постоянных *A*, *N*, *Q*, *R* проводились с использованием известных соотношений [Bourbié, 1987] теории Био, которые позволяют вычислить эти постоянные с использованием данных об упругих параметрах сухого скелета. Расчеты упругих модулей сухого скелета (с пустыми порами) были проведены с использованием самосогласованного ЕМА-метода.

На рис. 1 приведены частотные зависимости модулей коэффициентов отражения и прохождения упругой продольной волны первого рода. Результаты приведены для нормального падения при различных граничных условиях.

В случае "закрытой" для гидродинамических перетоков границы (closed interface) коэффициенты отражения и прохождения практически не зависят от частоты в диапазоне частот, соответствующих измерениям в геоакустике. Наличие гидродинамических перетоков (open interface) ведет к значительной частотной дисперсии этих величин. Эффекты, связанные с влиянием поверхностного натяжения, значительно влияют на значения коэффициентов отражения и прохождения в области низких частот, соответствующих сейсмическим измерениям. Действительно, влияние поверхностного натяжения при углах падения, близких к нормальному, определяется безразмерным па-



Рис. 2. Зависимости вещественных и мнимых частей коэффициента отражения продольной волны 1 рода от угла падения. Частота падающей волны равна 100 Гц. Результаты приведены при различных граничных условиях: 1 - полностью открытая для перетоков граница; 2 - закрытая граница; 3 и 4 - расчеты с учетом поверхностного натяжения, параметр T = 0.1 и 0.2 соответственно.

раметром  $\delta = \frac{\phi T \Sigma}{K_{pr} \beta k_1}$  [Tserkovnyak, 2003; Марков, 2009], который убывает с ростом частоты, и вол-

нового числа  $k_1$  соответственно.

На рис. 2 и рис. 3 приведены зависимости вещественных и мнимых частей коэффициентов отражения и прохождения через трещину от угла падения. Угол измерялся относительно нормали к поверхности трещины; частота падающей волны равна 100 Гц; коэффициент поверхностного натяжения  $\Sigma = 0.05$  N/m. Влияние граничных условий на вещественные части коэффициентов отражения и прохождения мало (рис. 2a, рис. 3a).



Рис. 3. Зависимости вещественных и мнимых частей коэффициента прохождения продольной волны 1 рода сквозь трещину от угла падения. Частота падающей волны равна 100 Гц. Результаты приведены при различных граничных условиях: 1 - полностью открытая для перетоков граница; 2 - закрытая граница; 3 и 4 - расчеты с учетом поверхностного натяжения, параметр T = 0.1 и 0.2 соответственно.

Кривые, полученные для предельных случаев полностью открытой и закрытой границ, практически совпадают. В то же время, наличие гидродинамических перетоков на границе ведет к появлению фазового сдвига (мнимой части) у коэффициентов отражения и прохождения (рис. 2в, рис. 3в). Величина фазового сдвига увеличивается с ростом интенсивности гидродинамических перетоков на границе, и она максимальна при полностью открытых на границе поровых каналах (рис. 2в, рис. 3в).

На рис. 4 представлены синтетические сейсмограммы для отраженной от трещины волны.



**Рис. 4.** Синтетические сейсмограммы для отраженной от трещины волны. В качестве выходного параметра представлено акустическое давление *P*. Результаты приведены для открытой границы без учета поверхностного натяжения (*I*); и с учетом поверхностного натяжения,  $\Sigma = 0.01$  N/m (*2*),  $\Sigma = 0.07$  N/m (*3*).

Результаты приведены для открытой границы с учетом и без учета поверхностного натяжения.

Форма падающего импульса описывалась выражением:

$$u_z(t) = At^2 \sin(\omega_0 t) e^{-at}, \qquad (14)$$

где: A – нормировочный коэффициент;  $\omega_0 = 2\pi f_0$  – частота, соответствующая максимуму модуля спектра сигнала; a – временной коэффициент затухания сигнала,  $a = \omega_0 / \sqrt{3}$ .

Расчеты приведены для поля давления отраженной волны для случая нормального падения;  $f_0 = 10 \ \Gamma_{II}$ ; T = 0.1. Проведенные расчеты показали, что амплитуда отраженной волны существенно зависит от поверхностного натяжения между двумя жидкостями.

На рис. 5 приведены результаты расчетов интервального времени и затухания эффективной продольной волны, распространяющейся нормально к поверхности трещин, расположенных в пористой породе. Графики, представленные на рисунках, получены для линейной плотности трещин  $n = N/L = 10 \text{ m}^{-1}$ . Интервальное время продольной волны в среде с эффективными свойствами очень сильно зависит от частоты. причем дисперсия возрастает с уменьшением частоты, особенно для полностью открытых на границе поровых каналов. Дисперсия уменьшается с уменьшением проницаемости матрицы. Такое явление физически легко объяснимо: при наличии открытых поровых каналов в области низких частот большая часть энергии падающей "быст-

ФИЗИКА ЗЕМЛИ № 3 2020



**Рис. 5.** Частотные зависимости интервального времени (а) и затухания (б) эффективной продольной волны, распространяющейся нормально к поверхности трещин, расположенных в пористой породе. Результаты представлены для разных условий на границе трещин – пористая порода и разных проницаемостей породы: (*1*) соответсвует полностью закрытой для перетоков границе, коэффициент проницаемости равен  $10^{-14}$  m<sup>2</sup> (10 mD); (*2*) – расчеты для открытой для перетоков границы, коэффициент проницаемости равен  $10^{-13}$  m<sup>2</sup> (100 mD), расчет без учета поверхностного натяжения; (*3*) – расчеты для открытой для перетоков границы, коэффициент проницаемости равен  $10^{-13}$  m<sup>2</sup>, расчет с учетом поверхностного натяжения; (*4*) – расчеты для открытой для перетоков границаемости равен  $10^{-14}$  m<sup>2</sup> (10 mD), расчет без учета поверхностных (*5*) – расчеты для открытой для перетоков границаемости равен  $10^{-14}$  m<sup>2</sup> (10 mD), расчет без учета поверхностного натяжения; (*3*) – расчеты для открытой для перетоков граница в церетоков границы, коэффициент проницаемости равен 10<sup>-14</sup> m<sup>2</sup> (10 mD), расчет без учета поверхностного натяжения; (*4*) – расчеты для открытой для перетоков границаемости равен 10<sup>-14</sup> m<sup>2</sup> (10 mD), расчет без учета поверхностного натяжения; (*5*) – расчеты для открытой для перетоков границы, коэффициент проницаемости равен 10<sup>-14</sup> m<sup>2</sup> (10 mD), расчет без учета поверхностного натяжения; (*5*) – расчеты для открытой для перетоков границы, коэффициент проницаемости равен 10<sup>-14</sup> m<sup>2</sup> (10 mD), расчет без учета поверхностного натяжения; (*5*) – расчеты для открытой для перетоков границы, коэффициент проницаемости равен 10<sup>-14</sup> m<sup>2</sup> (10 mD), расчет без учета поверхностного натяжения; (*5*) – расчеты для открытой для перетоков границы, коэффициент проницаемости равен 10<sup>-14</sup> m<sup>2</sup>, расчет с учетом поверхностного натяжения, параметр *T* = 0.1,  $\Sigma$  = 0.05 N/m.

рой" продольной волны трансформируется в продольную волну второго рода, которая быстро затухает вблизи границ трещин, и фактически процесс при этом соответствует фильтрации жидкости в поры, а не распространению акустической волны.

С тем же механизмом связано и сильное затухание эффективной продольной волны, которое превышает на несколько порядков затухание продольной волны в пористой матрице (рис. 5в). Наличие поверхностного натяжения на границе трещины с пористой матрицей существенно снижает эффект, поскольку в этом случае возникает дополнительное сопротивление гидродинамическим перетокам на границе. В случае полностью "закрытых" границ фильтрационные перетоки из пор в трещины отсутствуют, и частотная дисперсия практически не наблюдается. В этом случае для расчетов эффективных параметров может быть использована простая модель однофазной вязкоупругой матрицы.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе приведено решение задачи о преломлении упругих волн на трещине, заполненной жидкостью и расположенной в насыщенной подвижным флюидом пористой среде. Рассмотрен случай, когда трещина и пористая матрица содержат разные флюиды. В этом случае на границе трещины с пористой матрицей возникает дополнительное давление, связанное с наличием капиллярных сил. Показано, что влияние капиллярных эффектов на параметры отраженных и преломленных на трещине упругих волн может быть существенным в области низких частот, соответствующих сейсмическим измерениям.

В рамках теории однократного рассеяния рассчитано волновое число продольной волны в среде с эффективными свойствами, распространяющейся в насыщенной пористой среде с трещинами. Показано, что в такой среде влияние гидродинамических эффектов на скорость (интервальное время) и затухание эффективной продольной волны очень велико в области частот, до сотен герц, и существенно зависит от условий гидродинамического контакта на границах пористой матрицы и трещин. Задачей дальнейших исследований является, в первую очередь, обобщение полученных результатов для более реалистичных моделей трещин.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Бакулин А.В., Молотков Л.А. Эффективные сейсмические модели трещиноватых и пористых сред. СПб.: изд-во С.-Петерб. Ун-та. 1998. 144 с.

*Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука. 1973. 416 с.

Донцов В.Е., Кузнецов В.В., Накоряков В.Е. Распространение волн давления в пористой среде, насыщенной жидкостью // ПМТФ. 1988. № 1. С. 120–130.

*Ландау Л.Д., Лившиц И.М.* Гидродинамика. М.: Наука. 1986. 736 с.

*Марков М.Г.* Отражение упругих волн на границе раздела жидкостей в пористых средах // Физика Земли. 2009. № 9. С. 41–47.

*Марков М.Г., Юматов А.Ю.* О взаимодействии плоских упругих волн с трещиной, заполненой жидкостью, в пористой среде // Прикладная Механика. 1984. Т. 20. № 8. С. 116-119.

Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.Ф. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра. 1970. 232 с.

*Сеймов В.М., Трофимчук А.Е., Савицкий О.А.* Колебания и волны в слоистых средах. Киев: Наук. думка. 1990. 224 с.

*Юматов А.Ю., Марков М.Г.* Распространение упругой продольной волны в пористо-трещиноватой среде // Геология и Геофизика. 1987. Т. 23. № 3. С. 198–104.

Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid – saturated porous solid // J. Acoust. Soc. Am. 1956. V. 28.  $N^{\circ}$  2. P. 168–191.

*Bourbié T., Coussy O., Zinzner B.* Acoustics of porous media. Houston, Gulf Publishing Co. 1987. 334 p.

Denneman A.I.M., Drijkoningen G.G., Smeulders D.M.J., Wapenaar K. Reflection and transmission of waves at a fluid/porous medium interface // Geophysics. 2002. V. 67. P. 282–291.

*Deresiewicz H., Scalak R.* On uniqueness in dynamic poroelasticity // Bull. Seism. Soc. Amer. 1963. V. 53. № 4. P. 783–788.

*Dutta N.C., Odé H.* Seismic reflection for a gas-water contact // Geophysics. 1983. V. 48. P. 148-159.

*Feng S., Johnson D.L.* High-frequency acoustic properties of a fluid/porous solid interface. I. New surface mode // J. Acoust. Soc. Am. 1983. V. 74. P. 906–914.

*Gurevich B., Lopatnikov S.* Velocity and attenuation of elastic waves in finely layered porous rocks // Geophysical J. International. 1995. V. 121. Iss. 3. P. 933–947.

https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1995.tb06449.x

*Gurevich B., Schoenberg M.* Interface conditions for Biot's equations of poroelasticity // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 105. No 5. P. 2585–2589.

*Klem-Musatov K.D.* Some aspects of the propagation of elastic waves in a fissured medium // Soviet Mining. 1966. V. 2. P. 500–505.

https://doi.org/10.1007/BF02497641

*Kong L., Gurevich B., Müller T., Wang Y., Yang H.* Effect of fracture fill on seismic attenuation and dispersion in fractured porous rocks // Geophys. J. Int. 2013. V. 195(3). P. 1679–1688. https://doi.org/10.1093/gji/ggt354

*Markov M., Levin V.* The role of the surface tension on the elastic waves scattering in inhomogeneous poroelastic medium // Waves in Random and Complex Media. 2007. V. 17. No 4. P. 615–626.

https://doi.org/10.1080/17455030701444664

*Müller T., Gurevich B., Lebedev M.* Seismic wave attenuation and dispersion resulting from wave-induced flow in porous rocks – A review // Geophysics. 2010. V. 75. № 5. P. 147–164. https://library.seg.org/doi/10.1190/1.3463417.

*Nagy P.B.* Observation of a new surface mode on a fluid saturated permeable solid // Appl. Phys. Lett. 1992. V. 60. P. 2734–2737.

*Nagy P.B., Blano G.* Experimental measurements of surface stiffness on water-saturated porous solids // J. Acoust. Soc. Am. 1994. V. 95. P. 828–835.

*Nagy P.B., Nayfeh A.H.* Generalized formula for the surface stiffness of fluid-saturated porous media containing parallel channels // Appl. Phys. Lett. 1995. V. 67. P. 1827–1829.

*Plona T.J.* Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies // Appl. Phys. Lett. 1980. V. 36. No 4. P. 256–261.

Shapiro S.A., Hubral P. Elastic waves in random media. Springer. 1999. 191 p.

*Tserkovnyak Ya., Johnson D.L.* Capillary forces in the acoustics of patchy-saturated porous media // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 114. P. 2596–2606.

*Vikhorev A.A., Ammelman M., Chesnokov E.M.* Reflection of elastic waves in the layered Biot medium. Proc. of the 3rd Biot conf. on poromechanics. Norman, Oklahoma, 2005. P. 267–274.

## Propagation of Elastic *P*-Waves in a Porous-Fractured Medium Saturated with Immiscible Fluids

M. G. Markov<sup>a, \*, \*\*</sup>, I. A. Markova<sup>a</sup>, G. F. Ronquillo Jarillo<sup>a</sup>, and E. V. Pervago<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Instituto Mexicano del Petróleo, Eje Central Lázaro Cárdenas 152, CP 07730, México, DF \*e-mail: mmarkov.spg@mail.ru \*\*e-mail: mmarkov@imp.mx

The problem of calculating the reflection and transmission coefficients of elastic *P*-wave incident from a porous half-space onto a crack filled with a liquid is solved. The influence of the capillary effects arising at the interface between a crack and a porous matrix on these coefficients is analyzed. In the first-order (single) scattering approximation, the wave number of the effective *P*-wave propagating in a porous-fractured medium is calculated. It is shown that the hydrodynamic effects associated with fluid filtration at cracks' boundaries in the field of an acoustic wave lead to the significant frequency dispersion of the effective *P*-wave velocity.

Keywords: reflection coefficient, capillary effect, porous-fractured medium, frequency dispersion