

## ОБ ОДНОЙ ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ОКЕАНИЧЕСКОГО ГРАВИМЕТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА

© 2020 г. Е. А. Спиридонов\*

*Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта, РАН, г. Москва, Россия*

*\*E-mail: sp287@mail.ru.*

Поступила в редакцию 15.08.2019 г.

После доработки 03.12.2019 г.

Принята к публикации 04.12.2019 г.

Данные современных как наземных, так и спутниковых гравиметрических наблюдений играют на современном этапе важную роль при изучении строения Земли, резонансных эффектов, а также поисках полезных ископаемых. В то же время, верные выводы из этих наблюдений можно сделать лишь при правильной обработке и интерпретации данных, позволяющих избежать ложные заключения в перечисленных областях исследований. В диапазоне суточных и полусуточных приливных волн одним из наиболее важных факторов является океанический гравиметрический эффект, который заметно меняет параметры земных приливов даже в регионах максимально удаленных от береговой линии. Основное внимание в работе уделено расчету прямого ньютоновского притяжения водных масс. Показано, что, как с точки зрения физического смысла, так и близости результатов вычислений к наблюдениям, наиболее правильным методом вычисления этого эффекта является взятие прямой производной от потенциала водных масс или, что тоже самое, сложение в точке наблюдения вертикальных составляющих ускорений, создаваемых каждой элементарной площадкой океанической поверхности. Последнее полностью соответствует идеям, высказанным по этому поводу Б.П. Перцевым. Иначе говоря, в работе показано, что правильное выражение для обобщенного гравиметрического фактора, описывающего сумму притяжения и нагрузочного океанического эффекта, имеет вид  $-\frac{1}{2} + 2h' - (n + 1)k'$ , а не  $n + 2h' - (n + 1)k'$  как в подавляющем большинстве работ других авторов ( $h'$  и  $k'$  нагрузочные числа Лява). Высказанная в настоящей работе точка зрения доказывается как теоретически, так и путем сравнения расчетов с наблюдениями на сверхпроводящих гравиметрах сети Глобального геодинамического проекта. В частности, выяснено, что результаты вычислений, произведенных в настоящей работе в два и более раза ближе к данным наблюдений, нежели полученные по наиболее цитируемым методикам других авторов. Сделан вывод о том, что точность расчета океанического гравиметрического эффекта пока не позволяет уточнить резонансную кривую по гравиметрическим данным.

*Ключевые слова:* земные приливы, океанический гравиметрический эффект, нагрузочные амплитудные дельта-факторы.

**DOI:** 10.31857/S0002333720030102

### ВВЕДЕНИЕ

В последние годы изучение земных приливов играет все большую роль в программе геодинамических исследований. Связано это с внедрением новых средств геодезических и астрометрических наблюдений (сверхпроводящих и абсолютных гравиметров нового поколения, радиоинтерферометров со сверхдлинными базами, спутниковой альтиметрии и Глобальных спутниковых навигационных систем (ГЛОНАСС и GPS)). Высокая точность этих средств требует, с одной стороны, точного расчета теоретического гравитационного прилива, а также знания приливных смещений, наклонов и деформаций, а с другой — открывает

новые возможности изучения внутреннего строения Земли, поиска полезных ископаемых, улучшения качества систем координатно-временного и навигационного обеспечения (КВНО), а также теорий прецессии и нутации.

В то же время, эффективное применение результатов современных гравиметрических наблюдений требует адекватной точности обработки и интерпретации этих данных. В области суточных и полусуточных волн ведущая роль здесь принадлежит океаническому гравиметрическому эффекту.

Начало исследований, посвященных расчету влияния океана на данные гравиметрических на-

блюдений, в настоящее время, в основном принято относить к работам Уильяма Эллистона Фаррелла [Farrell, 1970; 1972]. Однако первые удобные для расчета нагрузочных чисел Лява уравнения были получены Михаилом Сергеевичем Молоденским еще в 1961 г. [Молоденский, Крамер, 1961] на основе его работы 1953 г. [Молоденский, 1953]. А в 1966 г. Б.П. Перцев [Перцев, 1966], применив нагрузочные числа Лява, вычисленные Лонгманом [Longman, 1963] до  $n = 40$ , определил нагрузочную и ньютоновскую составляющие океанического гравиметрического эффекта для ряда станций. Нагрузочная часть вычислялась путем разложения высоты прилива по сферическим функциям.

В 1970 г., в своей диссертации, Фаррелл [Farrell, 1970] рассчитал океанический эффект через функции Грина, вычисленные по числам Лява до порядка  $n = 47$ , и подверг критике точность расчетов Перцева, т.е. самого метода разложения высоты прилива по сферическим функциям. Несколько позже он [Farrell, 1972] рассчитал функции Грина для порядка  $n = 10000$ .

В 1976 г. Б.П. Перцев, основываясь на уравнениях М.С. Молоденского, рассчитал нагрузочные числа Лява вплоть до порядка  $n = 70000$  [Перцев, 1976]. В отличие от работ Фаррелла, использующих для вычисления эффекта функции Грина, в этой более поздней работе Б.П. Перцев также применил разложение высоты прилива по сферическим функциям, поставив пункт, для которого вычисляется эффект, в полюс сферы и избегая тем самым разложения по присоединенным полиномам.

К 1987 г. Оливье Фрэнсис и Вероника Дехант [Francis, Dehant, 1987] уточнили работу Фаррелла, пересчитав функции Грина. После этого Оливье Фрэнсис написал программу расчета нагрузочного океанического эффекта *LOAD89* (позже *LOAD97*), вошедшую в общеизвестный пакет Венцеля [Wenzel, 1996] *ETERNA3.30*. Этой программой и ее модификациями в основном до сих пор и пользуются во всем мире.

Что касается многочисленных работ на эту тему Б.П. Перцева [Перцев, 1966; 1967; 1976; 2007; Перцев, Иванова, 1980; 1981; 1994; Pertsev, 1970; 1971; 1977], то в настоящее время ссылки на них встречаются достаточно редко. Также практически не применяется метод, основанный на разложении высоты прилива по сферическим функциям. Этот пробел восполнен в настоящей и предшествующей ей работах [Виноградова, Спиридонов, 2012; Спиридонов, Виноградова 2013; 2014; 2016; 2017, Спиридонов и др., 2014]. В отличие от работ Б.П. Перцева, разложение в этих работах проводится, в том числе, и по присоединенным полиномам Лежандра.

Основное внимание в настоящей работе уделено особенностям расчета океанического гравиметрического эффекта. Здесь фактически реализована давняя идея Б.П. Перцева о том, что этот эффект на суше правильнее вычислять путем непосредственного суммирования вклада от элементарных площадок, расположенных на поверхности мирового океана. Мы перевели соответствующую формулу Б.П. Перцева на язык сферических функций и провели сравнительный анализ полученных результатов с данными наблюдений и работами других авторов. В работе мы показали физическую бессмысленность и неэффективность предложенной Фареллом [Farrell, 1972], а до него Лонгманом [Longman, 1963], общеизвестной формулы, предназначенной для расчета эффекта ньютоновского притяжения водных масс.

В заключение работы мы также обсуждаем возможность корректировки резонансной кривой по современным гравиметрическим данным.

### Основные соотношения

Пусть в некоторой переменной точке  $P'(\theta', \lambda')$  на земной поверхности высота морского прилива равна  $H(\theta', \lambda')$  и создает элементарное приращение масс:

$$dm = \rho_w H(\theta', \lambda') ds, \quad (1)$$

где:  $\rho_w$  — плотность морской воды,  $ds = R^2 \sin \theta' d\theta' d\lambda' = R^2 d\sigma$  — элемент поверхности сферы;  $R$  — радиус сферы и  $d\sigma$  — элемент поверхности сферы единичного радиуса. При этом функция  $H(\theta', \lambda')$  на поверхности сферы представлена в виде разложения по сферическим функциям:

$$H(\theta', \lambda') = \sum_{n=0}^{\infty} Y_n(\theta', \lambda'), \quad (2)$$

где

$$Y_n(\theta', \lambda') = \frac{2n+1}{4\pi} \int H(\theta', \lambda') P(\cos \gamma) d\sigma. \quad (3)$$

Тогда для потенциала в некоторой точке  $P(\theta, \lambda)$ , находящейся на расстоянии  $d$  от точек  $P'(\theta', \lambda')$ , имеем:

$$V(P) = f \int \frac{dm}{d}. \quad (4)$$

В выражениях (3) и (4) интегрирование ведется по поверхности сферы единичного радиуса.

Подставляя в (4) выражения (1)–(3), а также известные соотношения:

$$\frac{1}{d} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \gamma) \frac{r^n}{R^{n+1}}, \quad r < R, \quad (5)$$

$$\frac{1}{d} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \gamma) \frac{R^n}{r^{n+1}}, \quad r > R, \quad (6)$$

получаем выражения для потенциала внутри ( $r < R$ ) и снаружи ( $r > R$ ) простого сферического слоя морской воды:

$$V(P) = 4\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} \frac{r^n}{(2n+1)R^{n-1}} Y_n(\theta, \lambda), \quad (7)$$

при  $r < R$

$$V(P) = 4\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} \frac{r^n}{(2n+1)R^{n-1}} Y_n(\theta, \lambda), \quad (8)$$

при  $r < R$ ,

а также непосредственно на его поверхности:

$$V(P_0) = 4\pi f \rho_w R \sum_0^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} Y_n(\theta, \lambda), \quad r = R. \quad (9)$$

Производные по радиусу (нормали к поверхности сферы) от выражений (7) и (8) внутри  $g_i(P_0)$  и вне  $g_e(P_0)$  простого океанического слоя, взятые на ее поверхности ( $r = R$ ), как известно, не равны друг другу:

$$g_i(P_0) = 4\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} \frac{n}{(2n+1)} Y_n(\theta, \lambda), \quad (10)$$

$$g_e(P_0) = -4\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} \frac{n+1}{2n+1} Y_n(\theta, \lambda). \quad (11)$$

Добавляя к (10) и (11) нагрузочный океанический эффект получаем выражения для полных ускорений океанического гравиметрического эффекта непосредственно под и над поверхностью слоя:

$$g_i(P_0) = 4\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} (n + 2h' - (n+1)k') \times \frac{1}{(2n+1)} Y_n(\theta, \lambda), \quad (12)$$

$$g_e(P_0) = 4\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} (-n - 1 + 2h' - (n+1)k') \times \frac{1}{(2n+1)} Y_n(\theta, \lambda). \quad (13)$$

Здесь  $h'$  и  $k'$  – нагрузочные числа Лява соответствующих порядков (индекс  $n$  опущен).

При помощи выражения (12) можно вычислять океанический эффект, например, на борту лежащей на дне моря подводной лодки, а при помощи (13) – непосредственно над поверхностью моря при проведении морских гравиметрических измерений. Однако выражения (12) и (13), строго говоря, неприменимы для вычисления океаниче-

ского гравиметрического эффекта на суше, даже вблизи от береговой линии.

Действительно, (10) и (11) можно представить в виде:

$$g_i(P_0) = -2\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} \frac{1}{2n+1} Y_n(\theta, \lambda) + 2\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} Y_n(\theta, \lambda) = \quad (14)$$

$$= -2\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} \frac{1}{2n+1} Y_n(\theta, \lambda) + 2\pi f \rho_w H,$$

$$g_e(P_0) = -2\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} \frac{1}{2n+1} Y_n(\theta, \lambda) - 2\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} Y_n(\theta, \lambda) = \quad (15)$$

$$= -2\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} \frac{1}{2n+1} Y_n(\theta, \lambda) - 2\pi f \rho_w H.$$

Поскольку на суше высота прилива  $H$  тождественно равна нулю, то для ньютоновского притяжения океанических масс окончательно имеем:

$$\tilde{g}_e(P_0) = -2\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} \frac{1}{2n+1} Y_n(\theta, \lambda), \quad (16)$$

или с учетом нагрузочных членов:

$$\tilde{g}_e(P_0) = 4\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} \left( -\frac{1}{2} + 2h' - (n+1)k' \right) \times \frac{1}{(2n+1)} Y_n(\theta, \lambda). \quad (17)$$

Именно согласно этому выражению производятся расчеты океанического гравиметрического эффекта для пунктов, расположенных на суше, в нашей программе ATLANTIDA3.1\_2017 [Spiridonov et al., 2015; Спиридонов и др., 2017], а формула (16) приведена во всех наших работах для расчета прямого ньютоновского притяжения океанических масс.

В подавляющем числе работ других авторов, начиная с работ Лонгмана [Longman, 1963] и Фарелла [Farell, 1972], это не так. В этих работах реализован алгоритм, основанный на применении функций Грина, т.е. океанический гравиметрический эффект вычисляется по формуле (см., например, [Boy et al., 2003]):

$$\Delta g = \int \Delta(\gamma) H(\theta', \lambda') d\sigma, \quad (18)$$

где

$$\Delta(\gamma) = f \rho_w \sum \delta_n' P_n(\cos \gamma) \quad (19)$$

– функция Грина, а

$$\delta'_n = n + 2h' - (n + 1)k' \quad (20)$$

– обобщенный амплитудный фактор, первое слагаемое которого учитывает ньютоновское притяжение, а последующие два – нагрузочный эффект. Подставляя (19) и (20) в (18) и учитывая (2) и (3), приходим к выражениям (10) и (12), т.е. гравиметрическому океаническому эффекту под слоем морской воды. Надо сказать, что Фарелл [Farell, 1972] применил выражение (20), ссылаясь на Лонгмана [Longman, 1963]. В то же время последний прямо указывает, что выписанные им соотношения предназначены для расчетов под, а не над слоем.

Расчет притяжения по формуле (10) и суммарного океанического гравиметрического эффекта по формуле (12), или, что тоже самое, по формулам (18), (19) с учетом (20), лишено, на наш взгляд, физического смысла. Обобщенный амплитудный фактор (18) должен иметь вид  $-\frac{1}{2} + 2h' - (n + 1)k'$ , а не  $n + 2h' - (n + 1)k'$ .

Применение формулы (10), прежде всего, отсекает возможность вычисления эффекта ньютоновского притяжения для  $n = 0$ . И хотя с необходимостью отбрасывания этого слагаемого согласно подавляющему большинству авторов, мотивируя это необходимостью сохранения постоянной общей массы океана и введения соответствующей массовой коррекции, его отбрасывание приводит к заметному удалению прогнозных значений прилива от наблюдаемых. Этому вопросу уже было уделено внимание в работе [Спиридонов, 2018]. Последствия исключения этого слагаемого также будут рассмотрены в следующем разделе настоящей работы. Введение же поправки за массовую коррекцию, очевидно, в некоторой мере искажает данные приливных океанических моделей, а значения соответствующих интегралов, взятых при  $n = 0$ , в принципе, и не должны быть равны нулю как минимум вследствие конечности размера ячеек сетки данных. Следует отметить, что учет массовой коррекции для нагрузочного эффекта приводит к почти в четыре раза меньшим изменениям, поскольку нагрузочный амплитудный фактор для  $n = 0$   $(2h' - (n + 1)k') / (2n + 1)$  составляет по модулю величину порядка 0.26, в то время как коэффициент при слагаемом, выражающем ньютоновское притяжение в любом из представленных выше вариантов, по модулю равен единице.

С другой стороны, различие между формулами (16) и (10) состоит в том, что в формуле (16) достаточно быстро подавляются высокие пространственные частоты, в то время как при расчете по формуле (10) множитель  $\frac{n}{2n + 1}$  с ростом  $n$  стремится к 1/2, и все выражение стремится к пределу лишь вследствие стремления к постоянной вели-

чине с ростом порядка коэффициентов разложения высоты прилива по сферическим функциям. Это хорошо иллюстрирует рис. 1, на котором представлены зависимости амплитуды и локальной фазы океанического притяжения волны  $M2$  в Вене от порядка разложения высоты океанического прилива по сферическим функциям. Разложение приливной океанической модели FES2012 [Carrere et al., 2012] велось до 1120 порядка. Из рисунка видно, что амплитуды и фазы, рассчитанные по формуле (16), достаточно быстро стремятся к пределу. Здесь коэффициенты высоких порядков достаточно мало влияют на конечный результат. Вблизи  $n = 1120$  амплитуда изменяется в пределах  $5.0 \times 10^{-6}$  мкГал, а фаза – в пределах  $8.3 \times 10^{-4}$  градуса. Те же величины, полученные по формуле (10) заметно осциллируют, особенно на низких порядках. То есть именно низкие пространственные частоты в основном диктуют тот предел, к которому будет стремиться конечный результат. Роль высоких частот существенно меньше. Заметный размах колебаний сохраняется для амплитуды и фазы, рассчитанных по формуле (10), вплоть до самых высоких порядков. Так, вблизи  $n = 1120$  амплитуда меняется на 0.09 мкГал, а фаза – на величину порядка  $30^\circ$ . Понятно, что при работе со столь сильно осциллирующими величинами к не-высокой точности приводит как подход, основанный на применении функций Грина, так на разложении высоты прилива по сферическим функциям. Иными словами, не так важно какой из этих двух подходов мы применяем. Гораздо важнее производить вычисления по правильным формулам.

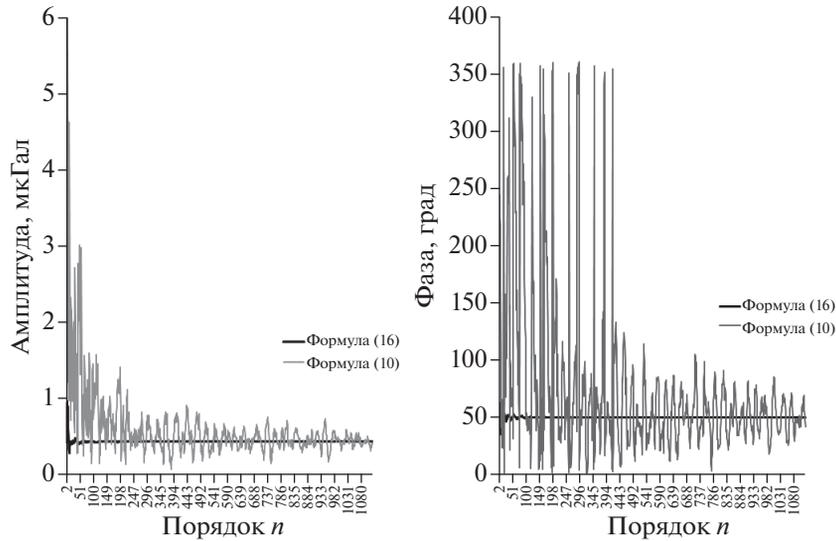
Тем не менее, необходимо отметить, что результаты вычислений суммарного океанического гравиметрического эффекта по формулам (12) и (17) в целом достаточно близки между собой. Однако получаемые различия достаточно критичны с точки зрения точности, предъявляемой к обработке современных гравиметрических наблюдений. Эти различия, а также степень близости получаемых расчетов к результатам анализа гравиметрических наблюдений обсуждаются нами в следующем разделе настоящей работы. Здесь же мы дополнительно остановимся на физическом смысле правой части выражения (16).

Из университетских курсов высшей математики (см., например, [Смирнов, 2010]) известно, что:

$$\tilde{g}_e(P_0) = \frac{1}{2}(g_i + g_e) = -\frac{V(P_0)}{2R} = \frac{\partial V(P_0)}{\partial r}. \quad (21)$$

Входящая в (21) так называемая прямая производная от потенциала в точке на поверхности слоя равна:

$$\frac{\partial V(P_0)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} f \int \frac{dm}{d} = f \int \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{d} \right) dm. \quad (22)$$



**Рис. 1.** Зависимости амплитуды (слева) и локальной фазы (справа) океанического притяжения волны  $M2$  в Вене от порядка разложения высоты океанического прилива (FES2012) по сферическим функциям.

Здесь учтено, что в (21) от  $r$  зависит только функция  $\frac{1}{d}$ .

Принимая во внимание, что:

$$d = 2R \cos(90 - \gamma/2) = 2R \sin \gamma/2,$$

имеем:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{d} \right) = -\frac{1}{d^2} \cos(90 - \gamma/2) = -\frac{1}{2Rd}$$

и

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(P_0)}{\partial r} &= -\frac{f}{2R} \int \frac{dm}{d} = -\frac{f}{4R^2} \int \frac{dm}{\sin \gamma/2} = \\ &= -\frac{f \rho_w}{4} \int \frac{H d \sigma}{\sin \gamma/2} = -f \int \frac{dm}{d^2} \sin \gamma/2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{g}_e(P_0) &= -2\pi f \rho_w \sum_0^{\infty} \frac{1}{2n+1} Y_n(\theta, \lambda) = \\ &= -f \int \frac{dm}{d^2} \sin \gamma/2. \end{aligned} \quad (23)$$

Таким образом, вычисляемое нами по формуле (16) ускорение, связанное с притяжением водными массами объектов на суше, равно прямой производной от потенциала по радиусу (22), которая, в свою очередь, представляет собой не что иное, как сумму вертикальных составляющих ускорений, создаваемых всеми элементарными приливными массами, распределенными по поверхности океана.

Следует отметить, что Б.П. Перцев практически во всех своих работах, посвященных расчету океанического гравиметрического эффекта, рекомендовал рассчитывать составляющую притя-

жения согласно выражению, стоящему здесь в правой части выражения (22). Однако на наш взгляд, это не совсем удобно, поскольку для этого понадобилось бы применять не только разложения синфазной и аутфазной составляющих высоты прилива для всех приливных волн океанических моделей, но и сами котидальные карты этих составляющих. Помимо этого, в некоторой степени возрос бы объем производимых вычислений. В то же время, уже имея разложения котидальных карт по сферическим функциям, легко можно вычислить эффект притяжения водных масс по формуле (16) (она же правая часть формулы (22)), не привлекая к расчету дополнительные данные.

#### Сравнение результатов вычислений океанического гравиметрического эффекта с данными наблюдений

Сравнительный анализ расчета океанического гравиметрического эффекта с данными наблюдений проводился путем сравнения теоретических значений амплитуд и сдвигов фаз приливных волн для Земли с океаном с результатами анализа рядов наблюдений, полученных на 6 европейских станциях сети Глобального геодинамического проекта (GGP): Бэд Хомбург (Bad Homburg), Медисина (Medicina), Мембах (Membach), Мокса (Моха), Страсбург (Strasbourg) и Вена (Vienna). Основные характеристики пунктов и сроки проведения наблюдений показаны в табл. 1. В этой же таблице вслед за названием станции приведены ее широта и долгота в градусах, высота в метрах и название инструмента. Далее указаны сроки начала и окончания наблюдений. Сравнение

**Таблица 1.** Основные характеристики пунктов и сроки проведения наблюдений

Станция	Широта	Долгота	Высота	Инструмент	Начало	Окончание
BAD HOMBURG	50.229	8.611	190	GWR 30_L + GWR C044	13.02.2001	30.01.2013
MEDICINA	44.522	11.645	28	GWR C023	02.01.1998	30.01.2014
MEMBACH (BAELEN)	50.609	6.007	250	GWR C021	04.08.1995	30.12.2011
MOXA	50.646	11.616	455	CD 034 HIGH	02.01.2000	29.06.2012
STRASBOURG	48.622	7.684	185	GWR C026	02.03.1997	30.12.2012
VIENNE (AUTRICHE)	48.249	16.357	193	SUP-GWR C 025	02.08.1995	21.10.2007

**Таблица 2.** Амплитуды (мкГал) и локальные фазы (градусы) океанического ньютоновского притяжения (первый вариант расчета)

	Q1		O1		P1		K1		N2		M2		S2		K2	
	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ
BAD HOMBURG	0.030	212.518	0.092	195.466	0.020	201.420	0.045	187.804	0.130	78.475	0.582	59.987	0.183	33.598	0.051	34.287
MEDICINA	0.026	207.157	0.092	190.208	0.031	177.448	0.085	167.948	0.118	76.020	0.528	58.797	0.169	34.477	0.046	36.196
MEMBACH	0.031	216.453	0.090	197.857	0.015	203.374	0.032	182.105	0.148	82.286	0.665	63.548	0.210	35.846	0.059	36.286
MOXA	0.030	206.179	0.092	191.704	0.024	201.300	0.056	191.753	0.111	73.710	0.490	55.542	0.153	30.358	0.042	31.051
STRASBOURG	0.030	217.102	0.094	197.915	0.020	194.168	0.048	179.170	0.144	81.206	0.645	62.881	0.204	36.466	0.057	37.549
VIENNE	0.028	197.230	0.095	186.855	0.033	189.688	0.087	182.617	0.096	66.810	0.423	49.874	0.133	26.785	0.036	28.427

**Таблица 3.** Амплитуды (мкГал) и локальные фазы (градусы) океанического ньютоновского притяжения (второй вариант расчета)

	Q1		O1		P1		K1		N2		M2		S2		K2	
	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ
BAD HOMBURG	0.027	225.676	0.078	189.840	0.010	135.207	0.041	144.154	0.126	77.042	0.569	59.145	0.192	35.794	0.056	37.683
MEDICINA	0.023	222.269	0.079	184.234	0.024	141.259	0.084	146.088	0.114	74.561	0.515	57.987	0.179	36.484	0.051	39.062
MEMBACH	0.028	229.277	0.076	192.074	0.009	110.757	0.037	127.312	0.144	80.988	0.653	62.782	0.218	37.889	0.064	39.527
MOXA	0.026	219.328	0.079	185.978	0.011	154.532	0.046	157.072	0.107	72.062	0.478	54.580	0.163	32.799	0.048	34.723
STRASBOURG	0.028	230.520	0.080	192.703	0.012	130.826	0.048	139.880	0.140	79.934	0.632	62.143	0.213	38.402	0.062	40.509
VIENNE	0.024	210.999	0.081	181.283	0.021	161.018	0.076	161.250	0.092	65.007	0.410	48.873	0.143	29.175	0.042	31.704

проводилось по 8 основным приливным волнам: Q1, O1, P1, K1, N2, M2, S2 и K2.

Для расчета прилива в неупругой вращающейся самогравитирующей Земле с океаном была применена программа прогноза параметров земных приливов ATLANTIDA3.1\_2017 [Spiridonov et al., 2015; Спиридонов и др., 2017]. Амплитудные дельта-факторы приливных волн для этой программы были определены в работах [Спиридонов, 2016; 2017], а нагрузочные дельта-факторы, применяемые при расчете океанического нагрузочного эффекта, приведены в работе [Спиридонов, Виноградова, 2017]. Версию программы для Windows можно скачать на сайте ИФЗ РАН, пройдя по ссылке: <http://www.ifz.ru/applied/prognoz-parametrov-zemnykh-prilivov-atlantida31-2017/>

Прежде всего, в табл. 2 и табл. 3 приведены рассчитанные при помощи нашей программы амплитуды (мкГал) и локальные фазы (градусы) океанического ньютоновского притяжения. Расчеты были проведены по данным океанической

приливной модели FES2012 [Carrère et al., 2012]. В табл. 2 значения получены по формуле (16) (первый вариант расчета), а в табл. 3 приведены те же значения, но с отбрасыванием первого слагаемого суммы  $n = 0$  (второй вариант расчета), т.е. с массовой коррекцией.

Из таблиц видно, что большие амплитуды океанического притяжения в основном свойственны полусуточным волнам. Наибольшая амплитуда (в среднем по 6 станциям – порядка 0.55 мкГал) наблюдается для волны M2 (табл. 2). Это так и для суммарного гравиметрического эффекта, состоящего из нагрузки и рассматриваемого здесь притяжения в самых различных точках земного шара, включая приполярные области, где статический прилив волны M2 стремится к нулю, а океанический, в то же время, остается весьма заметен. Наибольшие амплитуды притяжения для этой волны наблюдаются в Мембахе (0.665 мкГал) и Страсбурге (0.645 мкГал). Почти в три раза меньше амплитуда волны S2 (порядка 0.18 мкГал), и в

**Таблица 4.** Амплитуды (мкГал) и локальные фазы (градусы) океанического гравиметрического эффекта (сумма нагрузочного эффекта и первого варианта расчета ньютоновского притяжения)

	Q1		O1		P1		K1		N2		M2		S2		K2	
	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ
BAD HOMBURG	0.050	203.954	0.143	151.750	0.053	59.471	0.189	61.086	0.321	76.915	1.479	57.696	0.477	27.737	0.136	27.953
MEDICINA	0.042	195.974	0.164	145.224	0.080	89.726	0.256	89.703	0.272	72.965	1.240	53.071	0.393	21.817	0.108	21.536
MEMBACH	0.050	203.375	0.137	148.247	0.061	58.482	0.220	62.016	0.366	81.707	1.707	62.817	0.558	31.924	0.160	31.670
MOXA	0.049	198.084	0.144	149.313	0.043	59.429	0.156	60.041	0.267	71.637	1.221	52.484	0.393	23.127	0.112	23.341
STRASBOURG	0.052	212.215	0.149	158.087	0.058	65.081	0.202	65.388	0.361	79.892	1.667	60.682	0.536	30.688	0.151	31.317
VIENNE	0.044	189.798	0.140	150.192	0.034	90.080	0.120	84.697	0.225	64.118	1.026	45.747	0.330	17.512	0.092	18.186

**Таблица 5.** Амплитуды (мкГал) и локальные фазы (градусы) океанического гравиметрического эффекта (сумма нагрузочного эффекта и второго варианта расчета ньютоновского притяжения)

	Q1		O1		P1		K1		N2		M2		S2		K2	
	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ
BAD HOMBURG	0.046	210.956	0.139	145.397	0.071	57.142	0.220	62.285	0.317	76.324	1.466	57.350	0.485	28.703	0.141	29.543
MEDICINA	0.038	203.811	0.160	139.608	0.094	82.261	0.285	87.143	0.268	72.296	1.228	52.672	0.401	22.982	0.113	23.537
MEMBACH	0.045	210.080	0.134	141.468	0.079	57.218	0.251	63.279	0.363	81.186	1.695	62.518	0.566	32.766	0.165	33.069
MOXA	0.044	205.010	0.139	142.985	0.061	55.837	0.188	61.117	0.263	70.936	1.209	52.072	0.401	24.267	0.117	25.198
STRASBOURG	0.048	219.455	0.143	152.114	0.075	61.793	0.234	66.058	0.357	79.380	1.655	60.384	0.544	31.534	0.156	32.701
VIENNE	0.039	197.221	0.135	143.886	0.048	73.899	0.150	79.872	0.221	63.317	1.013	45.289	0.339	18.768	0.098	20.177

**Таблица 6.** Амплитуды (мкГал) и локальные фазы (градусы) океанического гравиметрического эффекта [Bos, Scherneck, 2013]

	Q1		O1		P1		K1		N2		M2		S2		K2	
	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ	A	φ
BAD HOMBURG	0.045	211.789	0.140	143.389	0.075	56.989	0.230	62.389	0.321	76.078	1.486	56.978	0.492	28.478	0.143	28.478
MEDICINA	0.037	205.955	0.158	138.355	0.095	80.355	0.286	85.955	0.271	72.210	1.244	52.710	0.409	23.510	0.115	24.310
MEMBACH	0.045	211.393	0.136	139.393	0.084	57.093	0.262	63.293	0.367	80.886	1.716	62.086	0.573	32.586	0.168	32.986
MOXA	0.043	205.484	0.140	141.084	0.064	55.584	0.196	61.184	0.266	70.768	1.225	51.868	0.407	24.168	0.119	25.168
STRASBOURG	0.048	220.516	0.142	150.216	0.080	61.416	0.243	66.016	0.360	79.232	1.669	60.132	0.549	31.432	0.158	32.732
VIENNE	0.038	197.543	0.134	142.343	0.050	72.443	0.155	78.843	0.223	63.186	1.025	45.086	0.343	18.686	0.099	20.086

четыре раза – волны  $K2$  (0.12 мкГал). Среди суточных волн выделяется волна  $O1$  (0.09 мкГал).

Из сравнения значений табл. 2 и табл. 3 видно, что при переходе от первого варианта расчета ко второму варианту амплитуды эффекта притяжения водных масс меняются незначительно (порой на сотые доли микрогалла), в то время как изменения фаз могут достигать единиц и даже десятков градусов. Наиболее заметные изменения амплитуд наблюдаются для волн  $M2$  и  $O1$ . Они достигают 0.013–0.014 мкГал на всех 6 станциях. В то же время различия фаз для волны  $O1$  почти в пять раз больше, чем для волны  $M2$ , для которой они заключены, как правило, в пределах  $1^\circ$ . Таким образом, амплитуды и фазы океанического притяжения, рассчитанные по двум рассматриваемым вариантам, заметно отличаются друг от друга, и, как следствие, приводят к различным результатам при сравнении прогноза с данными наблюдений.

В табл. 4, табл. 5 и табл. 6 приведены три варианта расчета суммарного океанического гравиметрического эффекта, т.е. сумм ньютоновского притяжения и нагрузочного эффекта. В табл. 4 и табл. 5 ньютоновское притяжение соответствует только что рассмотренным двум вариантам его расчета, а при получении данных табл. 6 этот эффект вычислялся по формуле (10). Таблица 6 содержит амплитуды и фазы, рассчитанные Шерником и Боссом [Bos, Scherneck, 2013] также для океанической модели FES2012 [Carrere et al., 2012], и взятые нами с широко известного сайта Ocean Tide Loading Provider (<http://holt.oso.chalmers.se/loading/>). В наших расчетах (табл. 4 и табл. 5) при вычислении нагрузочного эффекта применены нагрузочные дельта-факторы, опубликованные в работе [Спирidonов, Виноградова, 2017], в табл. 6 для этой цели применены амплитудные нагрузочные факторы Фарелла [Farrell, 1972].

Из сравнения табл. 4, табл. 5 и табл. 6 прежде всего видно, что амплитуды и фазы, представленные

**Таблица 7.** Амплитуды статического прилива (мкГал)

	<i>Q1</i>	<i>O1</i>	<i>P1</i>	<i>K1</i>	<i>N2</i>	<i>M2</i>	<i>S2</i>	<i>K2</i>
BAD HOMBURG	5.85007	30.55467	14.21702	42.97180	5.88808	30.75354	14.30816	3.88947
MEDICINA	5.94608	31.05612	14.45035	43.67705	7.31146	38.18789	17.76702	4.82971
MEMBACH	5.83536	30.47784	14.18127	42.86375	5.79448	30.26470	14.08073	3.82764
MOXA	5.83388	30.47007	14.17766	42.85283	5.78538	30.21716	14.05861	3.82163
STRASBOURG	5.90086	30.81993	14.34045	43.34486	6.28617	32.83280	15.27554	4.15243
VIENNE	5.91000	30.86766	14.36266	43.41199	6.37904	33.31785	15.50122	4.21378

**Таблица 8.** Амплитудные дельта-факторы для неупругой вращающейся эллипсоидальной Земли без океана [Spiridonov, 2017]

	<i>Q1</i>	<i>O1</i>	<i>P1</i>	<i>K1</i>	<i>M2</i>
BAD HOMBURG	1.15392	1.15391	1.14865	1.13394	1.16169
MEDICINA	1.15387	1.15387	1.14871	1.13428	1.16160
MEMBACH	1.15392	1.15392	1.14865	1.13392	1.16169
MOXA	1.15392	1.15392	1.14865	1.13392	1.16169
STRASBOURG	1.15391	1.15390	1.14867	1.13403	1.16166
VIENNE	1.15390	1.15390	1.14867	1.13406	1.16166

**Таблица 9.** Амплитудные дельта-факторы для неупругой вращающейся эллипсоидальной Земли без океана (Модель DDW/NH [Dehant, 1999])

	<i>Q1</i>	<i>O1</i>	<i>P1</i>	<i>K1</i>	<i>M2</i>
BAD HOMBURG	1.15431	1.15430	1.14908	1.13449	1.16199
MEDICINA	1.15427	1.15426	1.14912	1.13474	1.16193
MEMBACH	1.15432	1.15430	1.14908	1.13448	1.16200
MOXA	1.15432	1.15430	1.14908	1.13448	1.16200
STRASBOURG	1.15430	1.15429	1.14909	1.13456	1.16197
VIENNE	1.15430	1.15428	1.14909	1.13458	1.16197

ные в табл. 5, по всем станциям и волнам, за исключением, пожалуй, волны *M2*, существенно ближе к значениям амплитуд и фаз табл. 6, нежели их значения из табл. 4. Это является следствием введения при расчете данных табл. 5 массовой коррекции, которая также вводилась в расчетах Шерника и Босса.

По значениям амплитуд и фаз океанического гравиметрического эффекта (табл. 4, табл. 5 и табл. 6), а также значениям амплитуд приливных волн статического прилива (табл. 7) и амплитудным дельта-факторам для неупругой вращающейся эллипсоидальной Земли без океана (табл. 8 и табл. 9), можно рассчитать прогнозные амплитудные дельта-факторы и сдвиги фаз для Земли с океаном. Они могут быть вычислены по следующим формулам:

$$\delta_p = \sqrt{(A\delta_E + A_{oc} \cos \varphi_{oc})^2 + (A_{oc} \sin \varphi_{oc})^2} / A, \quad (24)$$

$$\Delta\varphi_p = \arctg(A_{oc} \sin \varphi_{oc} / (A\delta_E + A_{oc} \cos \varphi_{oc})) \times 180/\pi. \quad (25)$$

Здесь: *A* – амплитуда статического прилива данной волны;  $\delta_E$  – амплитудный дельта-фактор для неупругой вращающейся эллипсоидальной Земли без океана; *A<sub>oc</sub>* и  $\varphi_{oc}$  – амплитуда и локальная фаза океанического гравиметрического эффекта. Океанический гравиметрический эффект состоит, в свою очередь, из нагрузочного эффекта и исследуемого здесь эффекта притяжения. Значения величин (24) и (25) печатаются нашей программой ATLANTIDA3.1\_2017 в последних двух столбцах последней таблицы выходного файла с расширением PRN. Мы применяли значения  $\delta_E$ , вычисленные в нашей работе [Спиридонов, 2017] и широко известной работе [Dehant et al., 1999]. Значения амплитудных факторов из работы [Dehant et al., 1999] в среднем по волнам и станциям на 0.04% выше наших значений. При этом наибольшие

**Таблица 10.** Наблюдаемые амплитудные дельта-факторы и сдвиги фаз

	Q1		O1		P1		K1		N2		M2		S2		K2	
	$\delta$	$\Delta\varphi$														
BAD HOMBURG	1.14787	-0.230	1.15011	0.106	1.15084	0.201	1.13797	0.250	1.17597	2.645	1.18869	1.975	1.18975	0.536	1.19161	0.794
MEDICINA	1.14773	-0.137	1.14879	0.137	1.1475	0.256	1.13497	0.348	1.1728	1.707	1.18081	1.250	1.17914	0.138	1.18152	0.431
MEMBACH	1.14688	-0.209	1.14936	0.107	1.14967	0.227	1.13725	0.280	1.17245	3.065	1.18787	2.442	1.19277	0.769	1.19465	1.040
MOXA	1.14638	-0.164	1.14876	0.124	1.14927	0.173	1.13628	0.226	1.1754	2.152	1.18555	1.583	1.18417	0.343	1.18602	0.579
STRASBOURG	1.14716	-0.268	1.14887	0.086	1.14971	0.219	1.13696	0.271	1.1736	2.797	1.18704	2.156	1.18927	0.647	1.19131	0.909
VIENNE	1.14749	-0.107	1.14979	0.116	1.14873	0.150	1.13574	0.198	1.17818	1.539	1.18345	1.078	1.18071	0.109	1.18219	0.334

**Таблица 11.** Прогнозные амплитудные дельта-факторы и сдвиги фаз (первый вариант расчета ньютоновского притяжения)

	Q1		O1		P1		K1		N2		M2		S2		K2	
	$\delta$	$\Delta\varphi$														
BAD HOMBURG	1.14613	-0.173	1.14978	0.111	1.15054	0.159	1.13607	0.194	1.17523	2.589	1.18808	1.960	1.19133	0.747	1.19262	0.786
MEDICINA	1.14701	-0.098	1.14954	0.150	1.14875	0.276	1.13433	0.296	1.17302	1.735	1.18139	1.259	1.18219	0.399	1.18237	0.397
MEMBACH	1.14606	-0.170	1.15011	0.118	1.15090	0.182	1.13633	0.228	1.17248	3.059	1.18852	2.420	1.19550	1.004	1.19753	1.052
MOXA	1.14598	-0.130	1.14987	0.120	1.15018	0.129	1.13574	0.159	1.17703	2.130	1.18674	1.548	1.18747	0.530	1.18857	0.558
STRASBOURG	1.14648	-0.234	1.14943	0.090	1.15037	0.182	1.13598	0.213	1.17311	2.764	1.18734	2.137	1.19196	0.861	1.19292	0.909
VIENNE	1.14662	-0.063	1.14996	0.113	1.14867	0.117	1.13432	0.139	1.17745	1.541	1.18335	1.068	1.18201	0.311	1.18250	0.331

различия наблюдаются для волны K1 (0.05%), а наименьшие (порядка 0.03%) – для полусуточных волн.

В табл. 10 приведены значения наблюдаемых амплитудных факторов и сдвигов фаз, полученные из анализа длинных рядов гравиметрических наблюдений, краткая характеристика которых дана в табл. 1. В табл. 11 представлены их прогнозные (теоретические) значения, вычисленные по формулам (24) и (25) при помощи нашей программы ATLANTIDA3.1\_2017 для первого из двух обсуждаемых выше вариантов расчета эффекта ньютоновского притяжения океана.

Из сравнения табл. 10 и табл. 11 видно, что более чем 60% приведенных в ней значений амплитудных факторов отличаются друг от друга на сотые доли процента. Что касается разностей фаз, то для всех волн, кроме волны S2, они составляют сотые доли градуса. В среднем по 8 волнам наименьшие отличия наблюдаются в Вене, а наибольшие в Бэд Хомбурге.

Более подробное сравнение с данными наблюдений мы проведем по значениям амплитуд разностных (прогноз минус наблюдения) векторов. Их амплитуды  $A_{dif}$  и фазы  $\varphi_{dif}$  вычисляются согласно следующим выражениям:

$$A_{dif} = A\sqrt{(\delta_o \cos \varphi_o - \delta_p \cos \varphi_p)^2 + (\delta_o \sin \varphi_o - \delta_p \sin \varphi_p)^2}, \quad (26)$$

$$\varphi_{dif} = \arctg[(\delta_o \sin \varphi_o - \delta_p \sin \varphi_p)/(\delta_o \cos \varphi_o - \delta_p \cos \varphi_p)], \quad (27)$$

где:  $A$  – амплитуды статического прилива из табл. 7,  $\delta_o$ ,  $\varphi_o$  и  $\delta_p$ ,  $\varphi_p$  – наблюдаемые (табл. 10) и прогнозные (табл. 11) амплитудные факторы и сдвиги фаз для Земли с океаном.

Рассматриваемые далее значения амплитуд разностных векторов (в мкГал) показаны в табл. 12–табл. 15. В табл. 16–табл. 19 даны отношения (в %) амплитуд разностных векторов (табл. 12–табл. 15) к наблюдаемым амплитудам приливных волн. Последние можно получить путем перемножения амплитуд статического прилива (табл. 7) на наблюдаемые амплитудные факторы (табл. 10). В табл. 12, табл. 16 представлены амплитуды для первого варианта расчета ньютоновского

притяжения океанического эффекта, а в табл. 13, табл. 17 – для второго (с массовой коррекцией). В табл. 14, табл. 18 и табл. 15, табл. 19 соответственно даны амплитуды разностных векторов, полученные по результатам расчета океанического эффекта Шерника в совокупности с нашей теорией приливов, а также теорией Вероник Дехант.

Наибольшие амплитуды разностных векторов как в абсолютной (до 0.1 мкГал), так и в относительной мере (до 0.5–0.6%) по всем 6 станциям и вариантам расчета соответствуют волне S2. Это, очевидно, связано с метеорологическими причинами, т.е. недостаточном учете при анализе дан-

**Таблица 12.** Амплитуды (мкГал) разностных векторов (первый вариант расчета ньютоновского притяжения)

	$Q1$	$O1$	$P1$	$K1$	$N2$	$M2$	$S2$	$K2$
BAD HOMBURG	0.012	0.011	0.013	0.095	0.008	0.021	0.067	0.004
MEDICINA	0.006	0.025	0.019	0.053	0.005	0.023	0.110	0.005
MEMBACH	0.007	0.024	0.022	0.059	0.001	0.024	0.079	0.011
MOXA	0.005	0.034	0.018	0.061	0.010	0.042	0.072	0.010
STRASBOURG	0.006	0.017	0.014	0.066	0.005	0.016	0.079	0.007
VIENNE	0.007	0.005	0.009	0.080	0.005	0.007	0.068	0.001

**Таблица 13.** Амплитуды (мкГал) разностных векторов (второй вариант расчета ньютоновского притяжения)

	$Q1$	$O1$	$P1$	$K1$	$N2$	$M2$	$S2$	$K2$
BAD HOMBURG	0.005	0.014	0.008	0.073	0.011	0.030	0.078	0.008
MEDICINA	0.002	0.040	0.036	0.022	0.003	0.023	0.121	0.008
MEMBACH	0.003	0.039	0.029	0.032	0.006	0.036	0.090	0.015
MOXA	0.004	0.047	0.025	0.029	0.013	0.051	0.083	0.013
STRASBOURG	0.003	0.032	0.021	0.037	0.009	0.030	0.090	0.011
VIENNE	0.001	0.020	0.013	0.052	0.006	0.022	0.079	0.007

ных влияния дальней зоны поля атмосферного давления.

Наибольший интерес среди полусуточных волн представляет волна  $M2$ . С одной стороны амплитуда и фаза этой волны наиболее достоверно определяются при анализе, а с другой, как уже было сказано выше, именно для этой волны наблюдаются наибольшие амплитуды океанического эффекта, и, поэтому, именно по амплитудам разностных векторов этой волны можно наиболее определенно судить о точности вычисления океанического гравиметрического эффекта.

Амплитуды разностных векторов, полученные при помощи нашей программы ATLANTI-DA3.1\_2017 (первый вариант расчета ньютоновского притяжения, формула (16)), лежат в пределах от 0.007 мкГал (Вена) до 0.42 мкГал (Мокса), при среднем значении по всем станциям 0.022 мкГал (табл. 12). В относительной мере это соответствует диапазону от 0.02 до 0.12% при среднем значении по 6 станциям, равном 0.06%.

После перехода ко второму варианту расчета, т.е. отбрасыванию в (16) слагаемого с  $n = 0$ , значения амплитуд разностных векторов волны  $M2$  заметно увеличиваются на всех станциях, кроме Мокса (табл. 13 и табл. 17). Наименьшая амплитуда наблюдается по-прежнему в Вене, но она уже почти в три раза больше и составляет 0.022 мкГал или 0.06% от амплитуды волны. Наибольшая амплитуда в Моксе (0.051 мкГал или 0.14%). В среднем по 6 станциям удаление теории от наблюдений составляет 0.032 мкГал или 0.085%. Таким образом, введение массовой коррекции приводит

в среднем к ухудшению результатов для волны  $M2$  почти в полтора раза.

К сравнимым с предыдущими результатам приводит расчет океанического притяжения по формуле (10) вместо формулы (16) с учетом массовой коррекции. В табл. 14 и табл. 18 показаны результаты подобных расчетов, полученные нами с уже упомянутого выше сайта Шерника. При этом при расчете прилива для Земли без океана мы по-прежнему применяли данные нашей приливной теории [Спиридонов, 2017]. По сравнению с предыдущим вариантом расчета средняя амплитуда разностных векторов по 6 станциям символически увеличивается до 0.033 мкГал. Значение в Вене немного падает (до 0.016 мкГал или 0.04%), а в Моксе нарастает (до 0.056 или 0.15%).

Различия наших исходных расчетов (табл. 12) и расчетов Шерника (табл. 14) для волны  $M2$  также хорошо видны на векторной диаграмме, представленной на рис. 2. На этом рисунке цифрой 1, следующей после сокращенного названия станции, отмечены концы разностных векторов, соответствующих нашим расчетам, а цифрой 2 – расчетам Шерника. Начало координат соответствует наблюдениям. Из рисунка видно, что наши результаты лучше соответствуют наблюдениям для всех станций, кроме Бэд Хомбург. Наиболее заметен выигрыш в Мембахе и Страсбурге (в два раза), а также в Вене (в три раза).

После замены нашей приливной модели [Спиридонов, 2017] моделью из широко известной работы [Dehant et al., 1999], т.е. замены амплитудных факторов для Земли без океана из табл. 8 на таковые из табл. 9 и сохранении расчета океани-

**Таблица 14.** Амплитуды (мкГал) разностных векторов [Bos, Scherneck, 2013]

	$Q1$	$O1$	$P1$	$K1$	$N2$	$M2$	$S2$	$K2$
BAD HOMBURG	0.004	0.019	0.011	0.067	0.008	0.014	0.082	0.011
MEDICINA	0.003	0.044	0.039	0.018	0.005	0.031	0.129	0.010
MEMBACH	0.003	0.043	0.032	0.025	0.006	0.046	0.095	0.018
MOXA	0.005	0.050	0.028	0.021	0.014	0.056	0.087	0.016
STRASBOURG	0.003	0.036	0.025	0.030	0.006	0.032	0.094	0.013
VIENNE	0.002	0.023	0.015	0.046	0.004	0.016	0.081	0.008

**Таблица 15.** Амплитуды (мкГал) разностных векторов [Bos, Scherneck, 2013; Dehant et al., 1999]

	$Q1$	$O1$	$P1$	$K1$	$N2$	$M2$	$S2$	$K2$
BAD HOMBURG	0.003	0.024	0.017	0.043	0.008	0.017	0.084	0.012
MEDICINA	0.006	0.056	0.044	0.019	0.008	0.044	0.132	0.011
MEMBACH	0.005	0.053	0.038	0.004	0.007	0.055	0.098	0.019
MOXA	0.008	0.061	0.034	0.027	0.015	0.064	0.090	0.017
STRASBOURG	0.006	0.047	0.030	0.012	0.007	0.040	0.097	0.014
VIENNE	0.004	0.034	0.021	0.027	0.003	0.022	0.083	0.009

**Таблица 16.** Отношение амплитуд разностных векторов к наблюдаемым амплитудам приливных волн в % (первый вариант расчета ньютоновского притяжения)

	$Q1$	$O1$	$P1$	$K1$	$N2$	$M2$	$S2$	$K2$
BAD HOMBURG	0.18	0.03	0.08	0.19	0.12	0.06	0.39	0.09
MEDICINA	0.09	0.07	0.11	0.11	0.05	0.05	0.52	0.09
MEMBACH	0.10	0.07	0.13	0.12	0.01	0.07	0.47	0.24
MOXA	0.07	0.10	0.11	0.13	0.14	0.12	0.43	0.22
STRASBOURG	0.08	0.05	0.09	0.13	0.07	0.04	0.44	0.13
VIENNE	0.11	0.02	0.06	0.16	0.06	0.02	0.37	0.03

ческого гравиметрического эффекта согласно Шернику, приходим к дополнительному удалению расчетов от наблюдений, которое характеризует в целом отличие наших результатов от результатов, основанных на наиболее цитируемых работах других авторов. Соответствующие амплитуды разностных векторов в абсолютной и относительной мере показаны в табл. 15 и табл. 19, а также векторной диаграмме (рис. 2), где они отмечены цифрой 3. Из указанных таблиц и рисунка видно, что в среднем по 6 станциям удаление прогноза от наблюдений составляет почти 0.040 мкГал или 0.10%, что почти в два раза превышает значения наших расчетов, представленных в табл. 12 и табл. 16.

Таким образом, расчет океанического эффекта волны  $M2$  по более правильной с физической точки зрения формуле (17), вместо формулы (12), без учета массовой коррекции в совокупности с применением более современной приливной теории приводит к почти в 2 раза меньшим отклоне-

ниям расчетов от наблюдений. В то же время, амплитуды разностных векторов именно этой волны наилучшим образом характеризуют ошибки, связанные с несовершенством применяемых океанических моделей. Для одной из наиболее современных океанических моделей FES2012 относительная погрешность расчета по приведенным выше данным составляет порядка 0.06% от амплитуды волны.

Наибольший интерес среди представленных в табл. 12–табл. 19 суточных волн представляет волна  $O1$ . Эта волна на широте рассматриваемых станций имеет амплитуду, сопоставимую с амплитудой волны  $M2$  (табл. 7) и хорошо выделяется по данным анализа. Помимо этого, для этой волны хорошо заметен океанический гравиметрический эффект, амплитуда которого, в свою очередь, сопоставима с амплитудой эффекта волны  $K1$ . В отличие от волн  $K1$  и  $P1$  амплитуда волны  $O1$  в меньшей степени подвержена влиянию ошибок расчета резонансных эффектов.

**Таблица 17.** Отношение амплитуд разностных векторов к наблюдаемым амплитудам приливных волн в % (второй вариант расчета ньютоновского притяжения)

	$Q1$	$O1$	$P1$	$K1$	$N2$	$M2$	$S2$	$K2$
BAD HOMBURG	0.08	0.04	0.05	0.15	0.17	0.08	0.46	0.18
MEDICINA	0.03	0.11	0.22	0.04	0.04	0.05	0.58	0.13
MEMBACH	0.04	0.11	0.17	0.07	0.08	0.10	0.53	0.32
MOXA	0.06	0.13	0.16	0.06	0.20	0.14	0.50	0.30
STRASBOURG	0.04	0.09	0.13	0.08	0.12	0.08	0.50	0.22
VIENNE	0.02	0.06	0.08	0.11	0.08	0.06	0.43	0.14

**Таблица 18.** Отношение амплитуд разностных векторов к наблюдаемым амплитудам приливных волн в % [Bos, Scherneck, 2013]

	$Q1$	$O1$	$P1$	$K1$	$N2$	$M2$	$S2$	$K2$
BAD HOMBURG	0.06	0.05	0.07	0.14	0.11	0.04	0.48	0.23
MEDICINA	0.05	0.12	0.23	0.04	0.06	0.07	0.62	0.17
MEMBACH	0.04	0.12	0.20	0.05	0.08	0.13	0.57	0.39
MOXA	0.08	0.14	0.17	0.04	0.20	0.15	0.52	0.35
STRASBOURG	0.05	0.10	0.15	0.06	0.09	0.08	0.52	0.25
VIENNE	0.03	0.07	0.09	0.09	0.05	0.04	0.44	0.17

**Таблица 19.** Отношение амплитуд разностных векторов к наблюдаемым амплитудам приливных волн в % [Bos, Scherneck, 2013; Dehant et al., 1999]

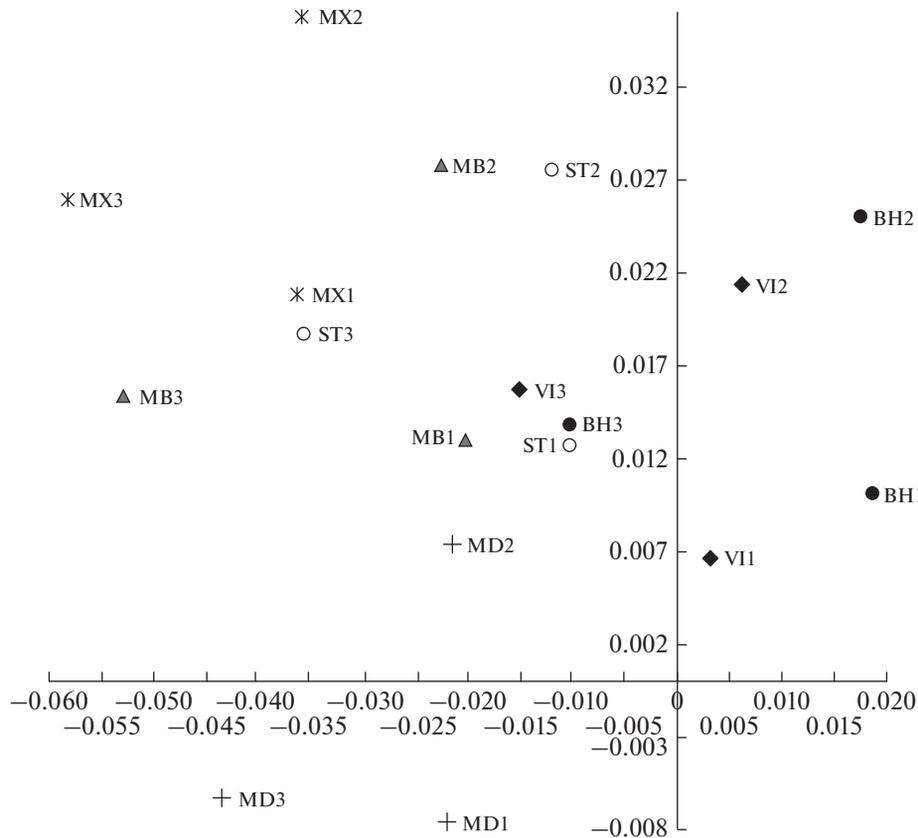
	$Q1$	$O1$	$P1$	$K1$	$N2$	$M2$	$S2$	$K2$
BAD HOMBURG	0.05	0.07	0.10	0.09	0.12	0.05	0.49	0.25
MEDICINA	0.08	0.16	0.27	0.04	0.09	0.10	0.63	0.20
MEMBACH	0.08	0.15	0.23	0.01	0.11	0.15	0.58	0.41
MOXA	0.11	0.17	0.21	0.05	0.23	0.18	0.54	0.37
STRASBOURG	0.08	0.13	0.18	0.02	0.09	0.10	0.53	0.28
VIENNE	0.06	0.10	0.13	0.06	0.04	0.06	0.45	0.19

По данным наших расчетов (табл. 12 и табл. 16) средняя по 6 станциям амплитуда разностного вектора  $O1$  составляет 0.019 мкГал или порядка 0.06% от амплитуды этой волны. Последнее значение полностью повторяет результат для волны  $M2$ . На векторной диаграмме (рис. 3) концы обсуждаемых здесь разностных векторов волны  $O1$  отмечены цифрой 1, следующей за сокращенным названием станции. Наименьшая амплитуда разностного вектора наблюдается в Вене (0.005 мкГал или 0.02%), а наибольшая в Моксе (0.034 мкГал или 0.10%).

После замены наших результатов расчета океанического гравиметрического эффекта на результаты Шерника при сохранении нашей приливной модели (табл. 8) получаем значения амплитуд разностных векторов волны  $O1$ , представленные в табл. 14 и табл. 18. Эти результаты близки к таковым из табл. 13 и табл. 17. Применение расчета Шерника удаляет результаты расчетов от наблюде-

ний в среднем по 6 станциям почти в 1.8 раза (на 0.036 мкГал или 0.10%), превышая на 0.3% соответствующий показатель по волне  $M2$ . При этом рост амплитуд разностных векторов наблюдается на всех 6 станциях без исключения. Наименьшее значение амплитуды разностного вектора наблюдается в Бэд Хомбурге (0.019 мкГал или 0.05%), а наибольшее в Моксе (0.050 мкГал или 0.14%). Концы рассчитанных в данном варианте разностных векторов представлены на рис. 3 и пронумерованы цифрой 2, следующей после сокращенного названия станции.

После замены в предыдущем варианте расчета нашей приливной модели на модель Дехант при сохранении методики расчета океанического гравиметрического эффекта Шерника получаем амплитуды разностных векторов волны  $O1$ , показанные в табл. 15 и табл. 19. Амплитуда среднего по 6 станциям разностного вектора увеличивается здесь до 0.046 мкГал или 0.13%,



**Рис. 2.** Разностные векторы (мкГал). Волна *M2*. (BD – Бэд Хомбург, MD – Медисина, MB – Мембах, MX – Мокса, ST – Страсбург, VI – Вена;) 1 – океанический эффект ATLANTIDA\_3.1\_2017, приливная теория [Спиридонов, 2017]; 2 – океанический эффект [Bos, Scherneck, 2013], приливная теория [Спиридонов, 2017]; 3 – океанический эффект [Bos, Scherneck, 2013], приливная теория DDW/NH [Dehant, 1999].

что в 2.3–2.4 раза больше, чем в наших расчетах. Наименьшая амплитуда разностного вектора опять же наблюдается в Бэд Хомбурге (0.024 мкГал или 0.07%), а наибольшая – в Моксе (0.061 мкГал или 0.17%). На рис. 3 концы соответствующих разностных векторов отмечены цифрой 3.

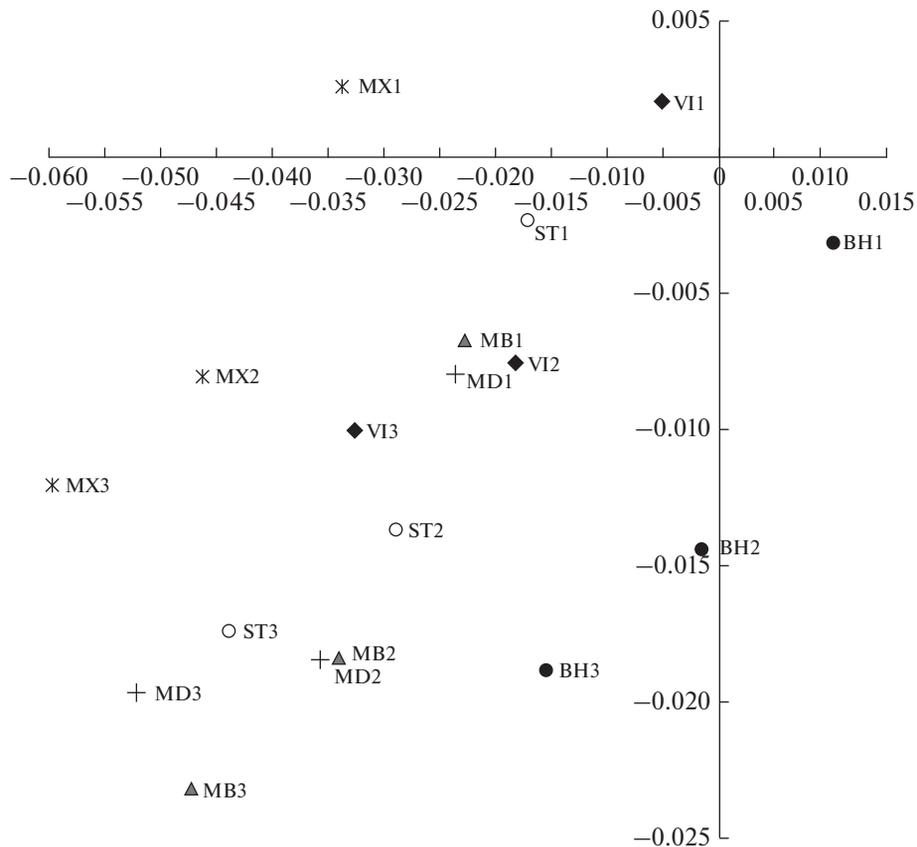
Таким образом, применение формулы (17) для расчета океанического гравиметрического эффекта совместно с приливной теорией Дехант приводит для волны *O1*, как и для волны *M2*, более чем к двухкратному удалению расчетов от данных наблюдений, по сравнению с результатами, полученными в ходе расчета океанического эффекта по формуле (12) и применения нашей приливной модели.

Рассмотрим теперь кратко возможности корректировки резонансной кривой по полученным нами данным. Это особенно актуально для волны *K1*, для которой в табл. 12 получены достаточно большие отклонения теории от наблюдений.

В табл. 20 представлены наблюдаемые амплитуды и фазы суточных приливных волн для Земли без океана. Они получены путем вычитания из

данных наблюдений вычисленного нами океанического гравиметрического эффекта (табл. 4).

Прежде всего, обращает на себя внимание достаточно большие отличия полученных сдвигов фаз приливных волн от нуля. Показанные в табл. 20 сдвиги фаз заметно превосходят их значения, которые можно было бы объяснить диссипацией. Так, по оценкам С.М. Молоденского [Молоденский, 1984] диссипация способна приводить к сдвигам фаз порядка  $0.01^\circ$ , а согласно оценке Дехант [Dehant, Zschau, 1989] – к сдвигу всего в  $0.005^\circ$ . Таким образом, заметное отличие полученных сдвигов фаз от нуля существенно затрудняет непротиворечивое внесение исправлений в ход резонансной кривой, тем более что эти сдвиги имеют порой разные знаки. Допустим, однако, что указанные сдвиги фаз будут в будущем практически полностью скомпенсированы, например, применением более совершенной океанической модели, либо повторным уточнением результатов анализа рядов наблюдений, без сколь либо существенного изменения амплитуд четырех рассматриваемых суточных приливных волн.



**Рис. 3.** Разностные векторы (мкГал). Волна *O1*. (BD – Бэд Хомбург, MD – Медисина, MB – Мембах, MX – Мокса, ST – Страсбург, VI – Вена;) 1 – океанический эффект ATLANTIDA\_3.1\_2017, приливная теория [Спиридонов, 2017]; 2 – океанический эффект [Bos, Scherneck, 2013], приливная теория [Спиридонов, 2017]; 3 - океанический эффект [Bos, Scherneck, 2013], приливная теория DDW/NH [Dehant, 1999].

В результате сделанного выше, достаточно произвольного, допущения после деления представленных в табл. 20 наблюдаемых амплитуд на теоретические, которые можно получить путем перемножения данных табл. 7 и табл. 8, получаем

коэффициенты, представленные в табл. 21. Из таблицы видно, что среднеквадратические отклонения этих коэффициентов, взятые по 6 станциям, сопоставимы с отклонениями их средних по 6 станциям значений от единицы. Таким обра-

**Таблица 20.** Наблюдаемые амплитуды и фазы суточных приливных волн для Земли без океана

	<i>Q1</i>		<i>O1</i>		<i>P1</i>		<i>K1</i>	
	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$
BAD HOMBURG	6.76057	-0.057	35.26614	-0.005	16.33403	0.041	48.80756	0.057
MEDICINA	6.86466	-0.040	35.81056	-0.013	16.58076	-0.021	49.56866	0.052
MEMBACH	6.73812	-0.039	35.14545	-0.011	16.27131	0.044	48.64177	0.052
MOXA	6.73420	-0.034	35.12556	0.004	16.27155	0.043	48.61333	0.067
STRASBOURG	6.81296	-0.033	35.54528	-0.004	16.46233	0.037	49.19547	0.058
VIENNE	6.82482	-0.043	35.61173	0.004	16.49834	0.032	49.29213	0.059
Mean		-0.041		-0.004		0.029		0.057

**Таблица 21.** Результаты деления наблюдаемых амплитуд приливных волн для Земли без океана на их теоретические значения

	$Q_1$	$O_1$	$P_1$	$K_1$
BAD HOMBURG	1.0014894	1.0002497	1.0002236	1.0016441
MEDICINA	1.0005324	0.9993255	0.9988853	1.0005381
MEMBACH	1.0006798	0.9993307	0.9988944	1.0007758
MOXA	1.0003522	0.9990198	0.9991641	1.0004455
STRASBOURG	1.0005719	0.9994986	0.9993863	1.0008361
VIENNE	1.0007725	0.9998184	1.0000234	1.0012253
Mean	1.0007	0.9995	0.9994	1.0009
Sigma	0.0004	0.0005	0.0006	0.0005

зом, мы не можем выбрать для любой из анализируемых 4 волн такое значение коэффициента, которое привело бы к значимому приближению прогноза к наблюдениям по всем 6 станциям. Отсюда следует вывод о том, что неточности океанических моделей, даже при правильном расчете океанического гравиметрического эффекта в глубине материка и применении результатов анализа длинных рядов таких высокоточных инструментов, как сверхпроводящие гравиметры, пока еще не позволяют делать экспериментальные заключения об особенностях хода резонансной кривой. Здесь необходима еще большая работа как по уточнению океанических приливных моделей, так и методов анализа гравиметрических данных.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По представленным в настоящей работе результатам можно сделать следующие выводы.

Расчет океанического гравиметрического эффекта по принятой в работах других авторов формуле (12) заметно удаляет результаты вычислений от данных наблюдений по сравнению с результатами, полученными в настоящей работе по формуле (17). Основной причиной этого является различие в подходах к расчету эффекта прямого ньютоновского притяжения водных масс. Вычисление этого эффекта по общепринятой формуле (10), приводит к увеличению длин разностных векторов, характеризующих удаление расчетов от наблюдений, почти в полтора раза по сравнению с расчетами того же эффекта по формуле (16). Это связано как с отбрасыванием при вычислении по формуле (10) слагаемого нулевого порядка, так и фактически с работой с функцией сильно осциллирующей с ростом порядка. Формула же (16) реализует идею Б.П. Перцева, согласно которой для правильного вычисления океанического притяжения на суше необходимо производить прямое

суммирование вертикальных составляющих ускорения от всех элементарных площадок, расположенных на поверхности океана. Отличие нашей формулы (16) от выражений, применяемых Б.П. Перцевым, состоит только в переводе вычислений на язык сферических функций, что гораздо удобней на практике.

Вычисление прилива согласно теории В. Де-хант [Dehant et al., 1999] взамен теории [Спирidonов, 2017] приводит к дополнительному удалению расчетов от данных наблюдений на 50%. Таким образом, определенные в настоящей работе теоретические значения амплитуд и фаз приливных волн для Земли с океаном приводят более чем к двукратному приближению теории к наблюдениям по сравнению с соответствующими их значениями, полученными по методикам, изложенным в наиболее цитируемых в настоящее время литературных источниках.

Показано, что экспериментальное уточнение резонансных зависимостей для суточных волн по данным гравиметрических наблюдений возможно только после дополнительного уточнения океанических приливных моделей.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа посвящается светлой памяти Бориса Петровича Перцева, замечательного человека и выдающегося ученого.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИФЗ РАН.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Виноградова О.Ю., Спиридонов Е.А. Сравнительный анализ океанических поправок в ускорение силы тя-

- жести, рассчитанных по моделям PREM и IASP91 // Физика Земли. 2012. № 1–2. С. 74–83.
- Молоденский М.С. Упругие приливы, свободная нутация и некоторые вопросы строения Земли. Тр. Геофизического ин-та АН СССР. 1953. № 19(146). С. 3–52.
- Молоденский М.С., Крамер М.В. Числа Лява для статических земных приливов 2-го и 3-го порядков. Земные приливы и нутация Земли. М.: изд-во АН СССР. 1961. С. 26.
- Молоденский С.М. Приливы, нутация и внутреннее строение Земли. М.: изд-во АН СССР. ИФЗ. 1984. 215 с.
- Перцев Б.П. О влиянии морских приливов на приливные вариации силы тяжести // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1966. № 10. С. 25–29.
- Перцев Б.П. Оценка влияний морских приливов на земные в пунктах, удаленных от океанов. Земные приливы и внутреннее строение Земли. М.: Наука. 1967. С. 10–22.
- Перцев Б.П. Влияние морских приливов ближних зон на земноприливные наблюдения // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1976. № 1. С. 13–22.
- Перцев Б.П., Иванова М.В. Расчет нагрузочных чисел Лява для земной модели 508 Гильберта и Дзивонского. Изучение земных приливов. М.: Наука. 1980. С. 42–47.
- Перцев Б.П., Иванова М.В. Оценка влияния нагонных вод на значения силы тяжести и высоты земной поверхности в прибрежных районах // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1981. № 1. С. 87–91.
- Перцев Б.П., Иванова М.В. Оценка точности вычисления приливных поправок // Физика Земли. 1994. № 5. С. 78–80.
- Перцев Б.П. Приливные поправки к гравиметрическим измерениям // Физика Земли. 2007. № 7. С. 18–25.
- Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. 3. Ч. 2. С.-Пб: “БХВ-Петербург”. 2010. 812 с.
- Спиридонов Е., Виноградова О.Ю. Гравиметрический океанический нагрузочный эффект. Lamdert Acad. Publishing. 2013. 148 с.
- Спиридонов Е.А., Виноградова О.Ю. Сравнение результатов расчета океанического гравиметрического эффекта с данными наблюдений // Физика Земли. 2014. № 1. С. 120–128.
- Спиридонов Е.А., Юшкин В.Д., Храпенко О.А. Приливной анализ и экспериментальный океанический нагрузочный эффект в Мурманске // Геодезия и Картография. 2014. № 12. С. 21–28.
- Спиридонов Е.А., Виноградова О.Ю. Океанический нагрузочный эффект // Изв. ГАО, № 223. Тр. Всероссийской астрометрической конференции “Пулково-2015”, Санкт-Петербург. 2016. С. 143–148.
- Спиридонов Е.А. Амплитудные дельта-факторы второго порядка и их зависимость от широты // Геология и геофизика. 2016. № 4. С. 796–807.
- Спиридонов Е.А. Амплитудные дельта-факторы и сдвиги фаз приливных волн для Земли с океаном // Геофизические процессы и биосфера. 2017. Т. 16. № 2. С. 5–54.
- Спиридонов Е.А., Виноградова О.Ю. Результаты комплексного моделирования океанического гравиметрического эффекта // Сейсмические приборы. 2017. Т. 53. № 1. С. 66–80.
- Спиридонов Е.А., Юшкин В.Д., Виноградова О.Ю., Афанасьева Л.В. Программа прогноза земных приливов ATLANTIDA3.1\_2014: Новая версия // Наука и технологические разработки. 2017. Т. 96. № 4. С. 19–36. [Темат. вып. “Прикладная геофизика: Новые разработки и результаты. Ч. 2. Навигация и космические исследования”]. <https://doi.org/10.21455/std2017.4-2>
- Спиридонов Е.А. Новые методы моделирования параметров земных приливов. Диссертация на соискание ученой степени докт. физ.-мат. наук. М.: ИФЗ РАН. 2018. 231 с.
- Boy J.-P., Llubes M., Hinderer J., Florsch N. A comparison of tidal ocean loading models using superconducting gravimeter data // J. Geophys. Res. 2003. V. 108(B4). P. 2193. <https://doi.org/10.1029/2002JB002050>
- Bos M.S., Scherneck H.-G. Computation of Green’s functions for ocean tide loading. In G. Xu (ed.): Sciences of Geodesy - ii. Springer Berlin Heidelberg. 2013. P. 1–52.
- Carrère L., Lyard F., Cancet M., Guillot A., Roblou L. FES2012: A new global tidal model taking advantage of nearly 20 years of altimetry, Proceedings of meeting “20 Years of Altimetry”. Venice. 2012.
- Dehant V., Zschau J. The effect of mantle inelasticity or tidal gravity: A comparison between the spherical and the elliptical Earth model // Geophys. J. 1989. V. 97. P. 549–555.
- Dehant V., Defraigne P., Wahr J.M. Tides for a convective Earth // J. Geophys. Res. 1999. V. 104. № B1. P. 1035–1058.
- Farrell W.E. Gravity Tides. Ph. D. dissertation. Univ. of California, San Diego. 1970.
- Farrell W.E. Deformation of the Earth by Surface Loads // Reviews of Geophysics and Space Physics. 1972. V. 10. P. 761–797.
- Francis O., Dehant V. Recomputation of the Green’s functions for tidal loading estimations. // BIM. 1987. № 100. P. 6962–6986.
- Longman I.M. A Green’s function for determining the deformation of the earth under surface mass loads, 2. Computations and numerical results // J. Geophys. Res. 1963. V. 68. P. 485.
- Pertsev B.P. The effect of ocean tides upon Earth-tide observations // Communs Observ. Roy. Belgique. A9. 1970.
- Pertsev B.P. Estimation des Influences des Marees Oceaniques sur les Maree // Marees Terrestres, Bulletin d’Information. 1971. P. 3084–3099.
- Pertsev B.P. M2 ocean-tide corrections to tidal gravity observations in Western Europe // Ann. Geophys. 1977. V. 33. P. 63–65.
- Spiridonov E., Vinogradova O., Boyarskiy E., Afanasyeva L. ATLANTIDA3.1\_2014 for Windows: A Software for Tidal Prediction // Bull. Inf. Marées Terrestres. Feb. 2015. № 149. P. 12062–12082.
- Wenzel H.G. The Nanogal Software: Earth Tide Data Processing Package Eterna 3.30 // Bull. D’Inf. Maree Terr. 1996. V. 124. P. 9425–9439.

## On One Peculiarity in the Calculation of the Oceanic Gravimetric Effect

E. A. Spiridonov\*

*Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, 123242 Russia*

*\*e-mail: sp287@mail.ru*

The data of modern ground-based and satellite gravimetric observations currently play an important role in studying the structure of the Earth and the resonance effects as well as in mineral prospecting. At the same time, correct conclusions from these observations can only be made with the correct processing and interpretation of the data which makes it possible to avoid misleading inferences in these research areas. In the range of diurnal and semidiurnal tidal waves, one of the most important factors is the oceanic gravimetric effect which substantially affects the parameters of the Earth's solid tides even in the regions that are most distant from the coastline. The main attention in this paper is focused on the calculation of the direct Newtonian attraction of water masses. It is shown that from the standpoint of both the physics and the closeness of the calculation results to the observations, the most correct method for calculating this effect is to take the direct derivative of the potential of water masses or, which is the same, to sum the vertical components of accelerations created by each elementary site of the ocean surface at the observation point. The latter is fully consistent with the ideas suggested on the subject by B.P. Pertsev. In other words, in this work it is shown that the correct formula for the generalized gravimetric factor describing the sum of the attraction and the oceanic loading effect is  $-\frac{1}{2} + 2h' - (n+1)k'$  rather than  $n + 2h' - (n+1)k'$  which is assumed in the vast majority of works of other authors (here,  $h'$  and  $k'$  are the load Love numbers). The standpoint presented in this paper is proved both theoretically and by the comparison of the calculations with the observations by superconducting gravimeters of the Global Geodynamic Project network. In particular, it is found out that the results of the calculations conducted in this paper are at least double as close to the observational data as those obtained by the most extensively cited methods of the other authors. It is concluded that the calculation accuracy of the oceanic gravimetric effect is as of now insufficient for refining the resonance curve from the gravimetric data.

*Keywords:* Earth's tides, oceanic gravimetric effect, loading amplitude delta factors