

УДК 550.343.6

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВТОРНЫХ ТОЛЧКОВ В УСЛОВИЯХ ТЕХНОГЕННОЙ СЕЙСМИЧНОСТИ

© 2021 г. С. В. Баранов¹, *, А. Ю. Моторин², **, П. Н. Шебалин³, ***

¹Кольский филиал ФГБУН ФИЦ “Единая геофизическая служба РАН”, г. Апатиты, Россия

²Кировский филиал АО “Апатит”, г. Кировск, Россия

³ФГБУН Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН, г. Москва, Россия

*E-mail: bars.vl@gmail.com

**E-mail: AYuMotorin@phosagro.ru

***E-mail: p.n.shebalin@gmail.com

Поступила в редакцию 19.11.2020 г.

После доработки 19.01.2021 г.

Принята к публикации 25.01.2021 г.

Исследованы особенности пространственного распределения повторных сейсмических событий в условиях добычи полезных ископаемых в тектонически нагруженных массивах горных пород (на примере сейсмичности Хибин). Показано, что распределение расстояний от событий-триггеров до инициированных ими толчков в среднем подчиняется степенному распределению, параметр которого не зависит от магнитуды события триггера. Получена модель максимальных расстояний от гипоцентра события-триггера, на которых ожидаются повторные толчки с заданной вероятностью. Показано соответствие модели реальным данным. На основе анализа диаграммы ошибок обоснованы рекомендации по использованию данной модели на практике.

Ключевые слова: техногенная сейсмичность, повторные толчки, степенное распределение, область повторных толчков, диаграмма ошибок.

DOI: 10.31857/S0002333721040025

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа является продолжением исследований авторов в области пространственно-временных закономерностей сейсмической активности в районах добычи полезных ископаемых. В процессе разработки этой темы мы подтвердили ранее установленный нами закон продуктивности [Баранов, Шебалин, 2020; Shebalin, et al., 2020] для условий техногенной сейсмичности, показав, что число повторных толчков, инициированных более ранним событием (продуктивность), подчиняется экспоненциальному распределению [Баранов и др., 2020]. При этом единственный параметр экспоненциального распределения не зависит от магнитуды события-триггера.

В настоящей работе на примере сейсмичности Хибинского массива будет показано, что расстояния от повторных толчков до инициирующих их сейсмических событий-триггеров подчиняются степенному распределению. Этот вывод согласуется с известными результатами, полученными ранее для афтершоков тектонических землетрясений районов Калифорнии и Японии [Нус, Main, 2003; Felzer, Brodsky, 2006; Richards-Dinger

et al., 2010]. Отметим, что последние две работы являются отражением известной дискуссии о способности динамического переноса напряжений вызывать афтершоки.

Авторы работы [Felzer, Brodsky, 2006] сделали вывод, что наблюдаемое степенное распределение расстояний от афтершоков до их основных толчков согласуется с тем, что вероятность возникновения афтершоков практически пропорциональна амплитуде сейсмических волн. Там же авторы показали, что это распределение плохо согласуется с моделями типа *rate-state*, которые описывают движения по разлому с трением, зависящим от изменения статического напряжения, скорости и состояния [Dieterich, 1994; Scholz, 1998]. Учитывая эту особенность, а также, что изменения статических напряжений для более удаленных афтершоков незначительны, авторы предположили, что афтершоки могут быть инициированы динамическим переносом напряжений от основного толчка. Позднее авторы работы [Richards-Dinger et al., 2010], используя алгоритм работы [Felzer, Brodsky, 2006] для выделения основных толчков и афтершоков, показали, что степенное спадание числа повторных толчков по

расстоянию имеет место и для афтершоков, произошедших до прихода сейсмической волны от основного толчка, что в случае динамического переноса напряжений нарушает причинность. Таким образом, степенное спадание числа афтершоков по расстоянию не указывает на то, что динамический перенос напряжений вызывает вторичные толчки.

По нашему мнению, также нет основания полагать, что степенной характер пространственного распределения повторных толчков указывает на их инициирование динамическим переносом напряжений от основного толчка, поскольку такое же распределение имеет место и для расстояний между парами землетрясений (без выделения основных толчков и афтершоков) на глобальном и региональном уровнях (см., например, [Kagan, Knopoff, 1980; Kagan 2007] и ссылки там же), отражая фрактальную геометрию сейсмичности. Отметим, что в лабораторных экспериментах по разрушению Ошимского гранита также получена фрактальная структура распределения трещин. [Hirata et al., 1987].

Актуальность настоящего исследования определяется тем, что оно подтверждает, что степенное распределение расстояний от основных толчков до их афтершоков, установленное для тектонической сейсмичности с $M \geq 2$, также справедливо и для слабой техногенной сейсмичности ($0 \leq M \leq 3.3$, $10^4 \leq E \leq 8.7 \times 10^9$ Дж). Это свидетельствует в пользу универсальности степенного характера пространственного распределения повторных толчков. Вместе с тем, чтобы принять справедливость степенного распределения на всех энергетических масштабах (подобно законам Гутенберга–Рихтера и Омори–Утсу) необходимы лабораторные исследования, аналогичные описанным в работах [Hirata et al., 1987; Смирнов и др., 2019; 2020; Смирнов, Пономарев, 2020].

Добыча полезных ископаемых в тектонически нагруженных массивах горных пород приводит к возникновению техногенной сейсмичности (см., например, [Адушкин, 2013; 2016; Козырев и др., 2018; Адушкин и др., 2020]). В этом случае под воздействием горного давления в подземных выработках действующих рудников происходит нарушение сплошности массива, в том числе и в их приконтурной части, что проявляется в динамических формах в виде шелушения и стреляния пород, динамического заколообразования, микроударов и горных ударов и техногенных землетрясений [Козырев и др., 2016]. Как и в случае тектонической сейсмичности, техногенные землетрясения могут инициировать повторные толчки (афтершоки) [Plenkens et al., 2010; Woodward, Wesseloo, 2015; Козырев и др., 2018; Баранов и др., 2019а; 2020]. После такого землетрясения необходимо быстро принимать решение о приостановке

работ, выводе из опасной зоны людей и техники. В этой связи исследования, направленные на изучение пространственно-временных закономерностей постсейсмических процессов в районах добычи полезных ископаемых, имеют выраженную практическую направленность.

В качестве приложения закона продуктивности техногенной сейсмичности, установленного ранее, а также выявленного в настоящем исследовании степенного характера пространственного распределения повторных толчков, аналитически получена модель, позволяющая с заданной вероятностью оценивать размер зоны, где ожидаются повторные толчки. Подчеркнем, этот результат имеет важное значение для обеспечения безопасности горных работ.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И ВЫДЕЛЕНИЕ ИНИЦИИРОВАННЫХ СОБЫТИЙ

Как и в работе [Баранов и др., 2020], в настоящем исследовании использован каталог сейсмических событий, зарегистрированных сетью сейсмического мониторинга КФ АО “Апатит” [Корчак и др., 2014] за период с 1996 по август 2020 гг. (рис. 1). В настоящее время сеть состоит из 50 трехкомпонентных сейсмических датчиков, расположенных на Кировском и Расвумчоррском рудниках с частотой дискретизации входных сигналов 1000 Гц. Мониторинговая сеть позволяет определять положение гипоцентров сейсмических событий с энергией $E \geq 10^4$ Дж с точностью до 25 м в районе уверенной регистрации. Для событий меньших энергий точность определения гипоцентров ниже, например, гипоцентры событий с $E = 10^3$ Дж определяются с точностью до 100 м в районе уверенной регистрации и до 25 м в зоне повышенной точности.

При обработке данных сети сейсмического мониторинга КФ АО “Апатит” рассчитывается энергия события E , Дж. В статье пересчет энергии в магнитуду выполнялся по формуле Т.Г. Раутиан [Раутиан, 1960] $\lg E(\text{Дж}) = 1.8M + 4.0$.

Начиная с 1996 г., энергия представительной регистрации сети $E_c = 10^4$ Дж, что соответствует представительной магнитуде $M_c = 0$. Используемый каталог содержит сведения о 71883 сейсмических событиях с $0 \leq M \leq 3.3$. Такая представительность и точность расчета положения гипоцентров до 25 м позволяет проводить исследования для очень слабой сейсмичности, что заполняет разрыв между лабораторными экспериментами и натурными наблюдениями. Это является дополнительной проверкой универсальности закономерностей, выявленных как в результате лабораторных исследований, так и в результате анализа глобальных и региональных каталогов тектонических землетрясений.

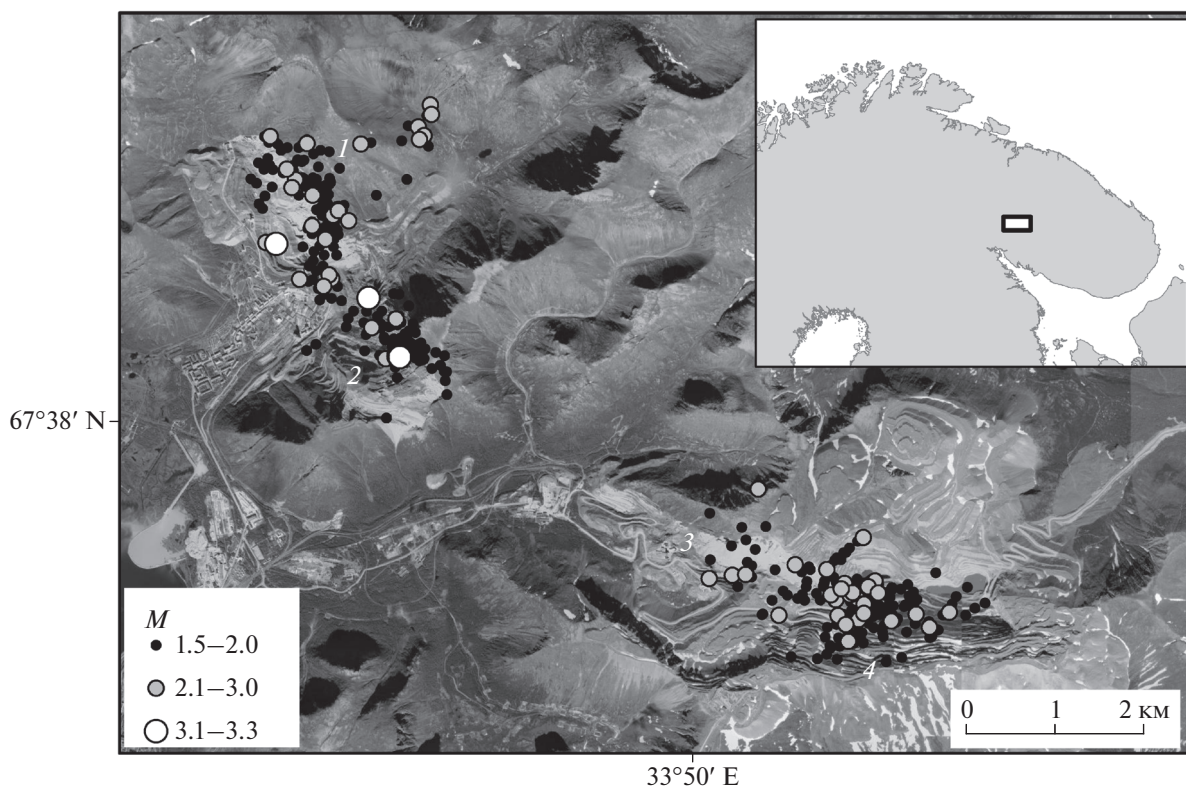


Рис. 1. Эпицентры сейсмических событий с $1.5 \leq M \leq 3.3$, зарегистрированные в Хибинском массиве с 1996 по август 2020 гг. на фоне рельефа. Прямоугольником на врезке отмечено местоположение района исследований. Цифрами обозначены месторождения: 1 – Кукисвумчорское, 2 – Юкспорское (отрабатывает Кировский рудник); 3 – Апатитовый Цирк (Расвумчорский рудник); 4 – Плато Расвумчорр (до 2014 г. Центральный, в настоящее время – Восточный рудник).

Выделение событий-триггеров и инициированных ими толчков осуществлялось методом ближайшего соседа [Zaliapin, Ben-Zion, 2016], основанным на использовании функции близости в области пространства–времени–магнитуды [Baiesi, Paczuski, 2004], которая зависит от параметров сейсмического режима: наклона графика повторяемости b , фрактальной размерности гипоцентров землетрясений d_f . Суть метода заключается в том, что для каждого события из каталога кроме первого находится его “предок”, определяемый по минимуму значений функции близости, рассчитанных по всем предыдущим событиям. Если минимальное значение функции близости меньше некоторого порогового значения η_0 , то “предок” объявляется триггером анализируемого события. В противном случае связь между этими событиями отвергается. Здесь мы рассматриваем только верхний уровень иерархии, когда триггер и инициированные им толчки составляют одну серию. Если какой-то из инициированных толчков сам является триггером, то он формирует другую серию. События, не имеющие триггеров, считаются фоновыми независимо от того, инициируют они повторные толчки или нет. Для выбора значения

η_0 были предложены различные способы (см., например, [Bayliss et al., 2019; Баранов, Шебалин, 2019; Shebalin et al., 2020]). Здесь мы воспользуемся модельно-независимым методом [Shebalin et al., 2020], который в условиях техногенной сейсмичности является более предпочтительным [Баранов и др., 2020].

Применение метода ближайшего соседа к сейсмичности Хибинской ПТС подробно рассмотрено нами ранее в работе [Баранов и др., 2019а; 2020]. Там же были получены следующие оценки параметров: $b = 1.25$, $d_f = 1.55$, $\lg \eta_0 = -6.25$.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЙ ОТ ПОВТОРНЫХ ТОЛЧКОВ ДО ИХ ТРИГГЕРОВ

Для сейсмических событий-триггеров с $M_m \geq 1.5$ мы построим распределение расстояний до инициированных ими толчков с магнитудой $M \geq M_m - 1.5$. Согласно работам [Huc, Main, 2003; Felzer, Brodsky, 2006; Richards-Dinger et al., 2010], расстояния от основных толчков до их афтершоков r ,

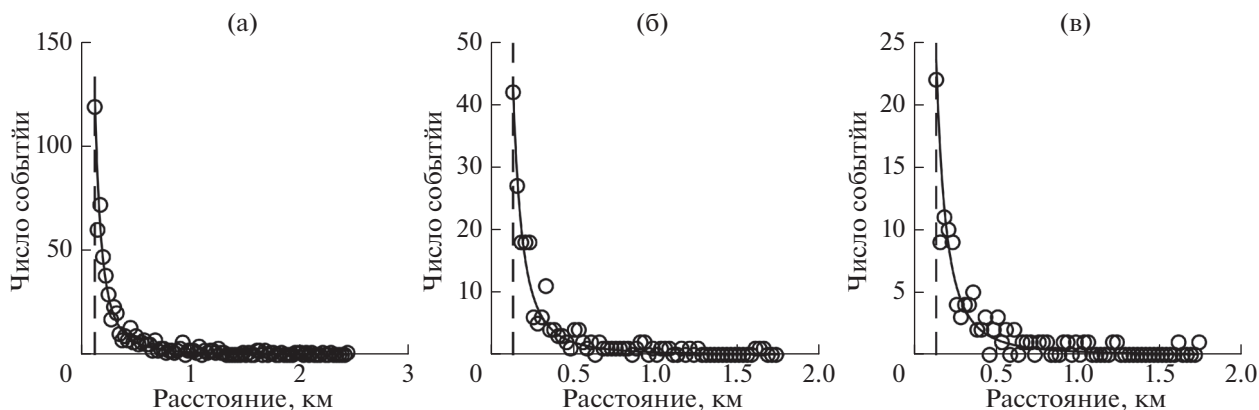


Рис. 2. Распределение эпицентральных расстояний от событий-триггеров с различными магнитудами M_m до инициированных ими толчков с магнитудой $M \geq M_m - 1.5$. Кружки – фактические значения; сплошная линия – аппроксимация степенным распределением (2) $n = 2.28 \pm \sigma$; пунктирная прямая соответствует значению r_0 , начиная с которого расстояния подчиняются степенному распределению; (а) – $M_m \geq 1.5$, $\sigma = 0.06$, $r_0 = 0.134$ км; (б) – $M_m \geq 1.8$, $\sigma = 0.10$, $r_0 = 0.130$ км; (в) – $M_m \geq 2.1$, $\sigma = 0.124$, $r_0 = 0.137$ км (значения r_0 превышают точность определения гипоцентров равную 0.03 км).

начиная с некоторого значения r_0 , подчиняются степенному распределению:

$$F_r(x) = P(r < x) = 1 - \left(\frac{x}{r_0}\right)^{1-n}, \quad x \geq r_0, \quad (1)$$

плотность которого имеет вид:

$$f_r(x) = (n-1)r_0^{n-1}x^{-n}, \quad x \geq r_0. \quad (2)$$

Здесь n – параметр распределения, характеризующий наклон графика в логарифмическом масштабе по обеим осям.

Оказалось, что для сейсмичности Хибинского массива расстояния от эпицентров событий-триггеров до инициированных ими толчков, начиная со значения $r_0 = 0.13$ км, также подчиняются степенному распределению (рис. 2) с параметром $n = 2.28$ для различных диапазонов магнитуд M_m событий-триггеров. Стандартные ошибки σ (для параметра n) и значения r_0 приведены в подписи к рис. 2, а характеристики серий – в табл. 1. Оценка

выполнялась методом максимального правдоподобия по работе [Clauset et al., 2009]. Более того, как и в случае работы [Felzer, Brodsky, 2006], значение параметра n не зависит от магнитуды основного толчка.

Аналогичный результат справедлив и для расстояний по глубине от событий-триггеров до инициированных ими толчков (рис. 3). В этом случае расстояние в формулах (1) и (2), начиная с которого выполняется степенное распределение, обозначим через h_0 . Значения параметра n , стандартные ошибки σ и значения h_0 приведены в подписи к рис. 3, а характеристики серий – в табл. 1. Отметим, что для расстояний по глубине разброс значений параметра n для различных магнитуд больше, чем при эпицентральных расстояниях. Это связано с большими погрешностями в определении глубин в сравнении с погрешностями определения эпицентров и, возможно, с неоднородностями поля напряжений по глубине, увеличивающими вероятность проявлений горного

Таблица 1. Характеристики серий инициированных толчков с магнитудами $M \geq M_m - 1.5$ для различных диапазонов магнитуд событий-триггеров M_m

Магнитуда триггера	N_s	N	r_0 , км	$N(r < r_0)$	h_0 , км	$N(h < h_0)$
$M_m \geq 1.5$	447	1407	0.134	868	0.06	822
$M_m \geq 1.8$	122	366	0.130	187	0.08	207
$M_m \geq 2.1$	61	196	0.137	91	0.08	105

Примечание: N_s – число серий, инициированных триггерами с магнитудой M_m ; N – число инициированных толчков в сериях; r_0 , км – значение расстояния, начиная с которого распределение эпицентральных расстояний от событий-триггеров до инициированных толчков подчиняется степенному распределению (1); $N(r < r_0)$ – число инициированных толчков с эпицентрными расстояниями до их триггеров меньше r_0 ; h_0 – значение расстояния, начиная с которого распределение расстояний по глубине от событий-триггеров до инициированных толчков подчиняется степенному распределению (1); $N(h < h_0)$ – число инициированных толчков с расстояниями по глубине до их триггеров меньше h_0 .

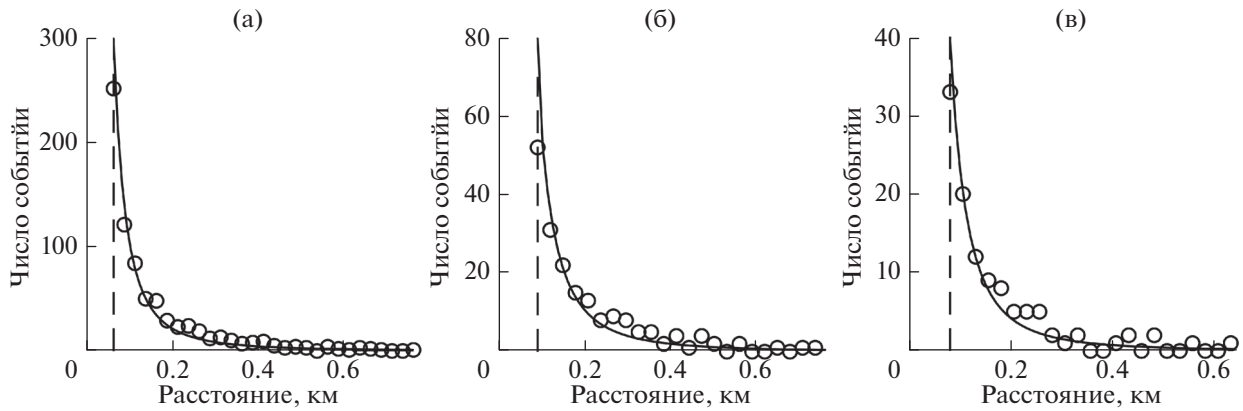


Рис. 3. Распределение расстояний по глубине от событий-триггеров с различными магнитудами M_m до инициированных ими толчков с магнитудой $M \geq M_m - 1.5$. Кружки – фактические значения; сплошная линия – аппроксимация степенным распределением (2) с параметром n ; пунктирная прямая соответствует значению h_0 , начиная с которого расстояния по глубине подчиняются степенному распределению; (а) – $M_m \geq 1.5$, $n = 2.29$, $\sigma = 0.05$, $h_0 = 0.06$ км; (б) – $M_m \geq 1.8$, $n = 2.42$, $\sigma = 0.11$, $h_0 = 0.08$ км; (в) – $M_m \geq 2.1$, $n = 2.49$, $\sigma = 0.16$, $h_0 = 0.08$ км (значения h_0 превышают точность определения гипоцентров равную 0.03 км).

давления в динамической форме [Козырев и др., 2019], которые могут приводить к вариациям затухания числа инициированных толчков с глубиной (параметр n). В любом случае, интервалы $\pm 3\sigma$ для значений n перекрываются, что свидетельствует о незначимых расхождениях значений этого параметра.

МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЛАСТИ ПОВТОРНЫХ ТОЛЧКОВ

Поскольку параметр степенного распределения n практически не зависит от магнитуды события-триггера, то радиус круга R , где ожидаются инициированные события с магнитудой $M \geq M_m - \Delta M$, определяется числом толчков заданной магнитуды, инициированных триггером (продуктивность триггера).

Событие-триггер может инициировать несколько зависимых от него толчков, составляющих серию. Поскольку мы рассматриваем только один уровень иерархии, то можно предположить, что события в серии независимы между собой. Пусть для каждой серии число инициированных событий с магнитудами $M \geq M_m - \Delta M$ подчиняется распределению Пуассона со средним Λ [Zoller et al., 2013]. В этом случае вероятность того, что все k инициированных толчков произойдут на расстоянии меньше x от триггера, равна $F_r(x)^k$, где $F_r(x)$ распределение (1). Используя формулу полной вероятности, получим распределение максимального эпицентрального расстояния R_{\max} от события-триггера до самого удаленного афтершока в серии:

$$F_\Lambda(x) = P(R_{\max} < x) = \sum_{k=0}^{\infty} F_r(x)^k \frac{\Lambda^k}{k!} e^{-\Lambda} = e^{-\Lambda[1-F_r(x)]}, \quad x \geq r_0. \quad (3)$$

Согласно закону продуктивности землетрясений [Shebalin et al., 2020], подверженному для сейсмичности Хибинского массива [Баранов и др., 2020], число инициированных толчков подчиняется экспоненциальному распределению с плотностью:

$$f_{ex}(\Lambda) = \frac{1}{L} e^{-\Lambda/L}. \quad (4)$$

Здесь оценкой параметра L является среднее число инициированных событий.

Для получения распределения расстояний от повторных толчков до их триггеров по множеству серий объединим (3) и (4) при $x \geq r_0$. Получим функцию распределения:

$$F_a(x) = \int_0^{\infty} F_\Lambda(x) f_{ex}(\Lambda) d\Lambda = \frac{1}{L} \int_0^{\infty} e^{-\Lambda/L} e^{-\Lambda[1-F_r(x)]} d\Lambda = \frac{1}{1 + L[1 - F_r(x)]} \quad (5)$$

и плотность:

$$f_a(x) = \frac{L f_r(x)}{\{1 + L[1 - F_r(x)]\}^2}, \quad (6)$$

где F_r – функция степенного распределения (1), f_r – его плотность (2).

Поскольку расстояния по глубине от повторных толчков до их триггеров также подчиняются степенному распределению (рис. 3), то аналогич-

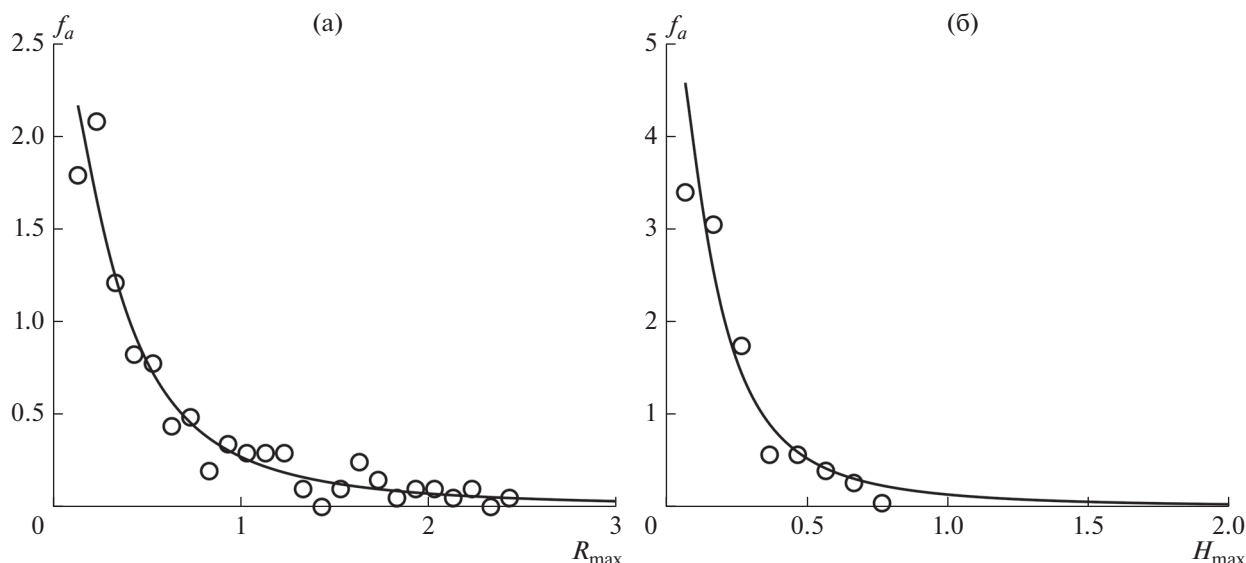


Рис. 4. Плотность вероятности максимальных эпицентральных расстояний R_{\max} , км (а) и расстояний по глубине H_{\max} , км (б) от триггеров с $M_m \geq 1.5$ до инициированных ими толчков с $M \geq M_m - 1.5$. Кружки – фактические данные по 447 сериям; сплошная линия – аппроксимация формулой (6).

ные соотношения справедливы для максимальных расстояний по глубине H_{\max} .

Выражения (5), (6) – модель распределения максимальных расстояний, на которых ожидаются повторные толчки. Соответствие этой модели данным о сейсмичности Хибинского массива показано на рис. 4 (значение параметра $L \approx 3$ взято из работы [Баранов, Шебалин, 2020], эту оценку также можно получить по табл. 1, посчитав отношение колонок N и N_s).

ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

Рассмотрим аспекты применения усредненной модели распределения максимальных расстояний на практике. Непосредственное применение распределения (5) для оценки области повторных толчков с магнитудами $M \geq M_m - \Delta M$ с заданной вероятностью затруднительно, поскольку степенное спадание возникает лишь на некотором, пусть и небольшом, удалении от события-триггера, на котором происходит около половины всех инициированных толчков (табл. 1). Чтобы учесть эту особенность, а также ограниченность зоны горнодобывающей активности мы использовали диаграмму ошибок Молчана [Molchan, 2010], которая представляет собой график зависимости доли пропусков цели v от доли тревоги τ .

При оценке эпицентральных расстояний за пространство Ω , содержащее 100% всех повторных толчков, примем круг радиуса 2.5 км с центром в эпицентре события-триггера. Такое Ω соответствует зоне контроля объединенного Ки-

ровского рудника. Для Расвумчоррского рудника примем такое же пространство Ω . Оценкой эпицентральной области тревоги, где ожидаются повторные толчки, будем считать круг с центром в эпицентре события-триггера и радиусом R_q , рассчитанным для значения вероятности q по обратной функции для распределения (5): $R_q = F_a^{-1}(q)$. (Параметры распределения (5): $n = 2.28$, $r_0 = 0.134$ км (рис. 2а), $L = 3$ [Баранов и др., 2020].) Эту область обозначим как G_q , а ее площадь как S_q . Тогда доля пространства тревоги τ определяется как отношение S_q к площади Ω (обозначим ее как S_Ω), то есть $\tau = S_q/S_\Omega$. Доля пропусков цели v – это доля повторных толчков вне области тревоги G_q .

При оценке по глубине за пространство Ω примем отрезок длиной $H_\Omega = 1$ км с центром в гипоцентре основного толчка, что соответствует зоне контроля по глубине рудников и содержит 100% всех повторных толчков. Тогда оценкой области тревоги по глубине, где ожидаются повторные толчки, будем считать вертикальный отрезок V_q с центром в гипоцентре события-триггера и длиной H_q , рассчитанной для значения вероятности q по обратной функции для распределения F_a (5) для глубины с параметрами $n = 2.29$, $h_0 = 0.06$ км (рис. 3а) и $L = 3$ [Баранов и др., 2020]. В этом случае доля пространства тревоги $\tau = H_q/H_\Omega$. Доля пропусков цели v – это доля повторных толчков, оказавшихся вне отрезка V_q .

Рассмотренная форма области соответствует цилиндру с радиусом R_q и высотой H_q , центр цилиндра совпадает с эпицентром события-тригге-

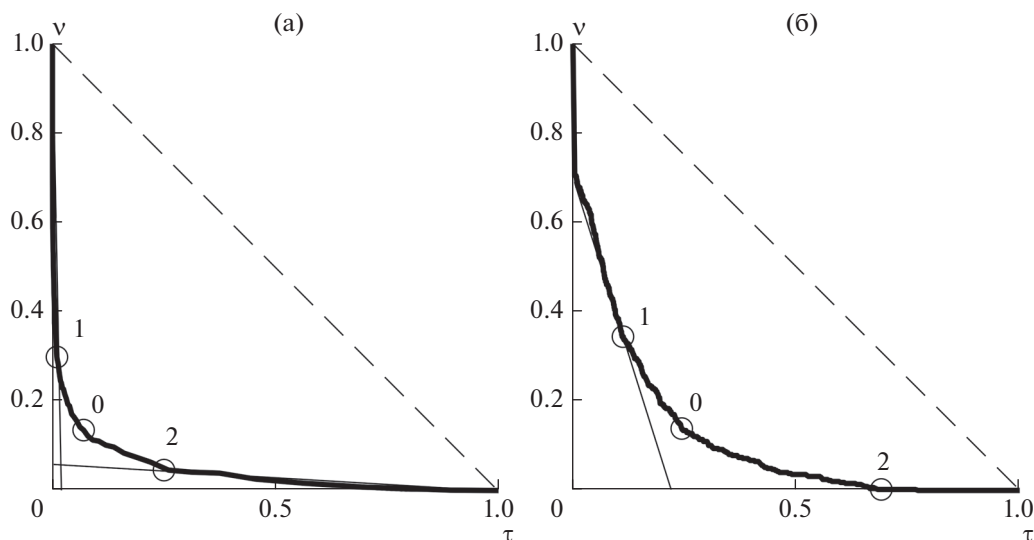


Рис. 5. Диаграмма ошибок для оценки эпицентрального расстояния (а) и расстояния по глубине (б) от события-триггера с $M_m \geq 1.5$ до самого удаленного инициированного толчка с $M \geq M_m - 1.5$; τ – доля пространства тревоги; v – доля пропусков цели. Диагональ (0.1)–(1.0) соответствует случайному прогнозу (пунктирная прямая). Толстая кривая – траектория ошибок. Кружками показаны точки, соответствующие “нейтральной” (0), “мягкой” (1), и “жесткой” (2) стратегиям прогноза (см., основной текст; соответствующие стратегиям значения v и τ приведены в табл. 2). Тонкими прямыми показаны касательные к траектории ошибок в точках 1 и 2 (на панели (б) касательная к точке 2 совпадает с осью абсцисс).

ра. Выбор такой формы области позволяет независимо определять радиус и высоту цилиндра в зависимости от степени важности прогноза.

Зависимость v от τ для различных значений q – траектория ошибок. Диагональ (0; 1) (1; 0) соответствует случайному прогнозу. Чем сильнее траектория ошибок отклоняется от этой диагонали, тем лучше прогноз. Параметр q задает размер области тревоги: чем больше q , тем больше область G_q или V_q . Диаграмма ошибок, построенная для разных значений q по ретроспективному прогнозу области повторных толчков с $M \geq M_m - 1.5$ (рис. 5), отражает компромисс между ошибками двух родов: увеличение q влечет уменьшение вероятности пропуска, но приводит к увеличению области тревоги и наоборот. Скалярный параметр q , таким образом, можно характеризовать как “функцию тревоги” [Zechar, Jordan, 2008; Shebalin et al., 2014].

Выбор значения q должен зависеть от целей прогноза. В некоторых случаях важна низкая вероятность ошибки второго рода, то есть пропуска цели. Например, если сильный афтершок может привести к нежелательным последствиям. В другой ситуации может оказаться необходимым минимизировать размер области, где ожидаются повторные толчки, с целью сокращения расходов на поддержание тревоги. В работе [Баранов, Шебалин, 2017] для формализованного выбора значения параметра q нами был предложен метод трех стратегий. Идея метода заключа-

ется в определении предельных точек на траектории ошибок, соответствующих “нейтральной”, “мягкой” и “жесткой” стратегиям.

Точка, соответствующая “нейтральной” стратегии (точка 0 на рис. 5), определяется исходя из минимума функции потерь $\gamma = v + \tau$, представляющей собой сумму ошибок двух родов. Эта стратегия применяется, когда цены ошибок двух родов примерно одинаковы или неизвестны. Точка, соответствующая “мягкой” стратегии (точка 1 на рис. 5), определяется положением касательной к траектории ошибок, при котором из-за близости траектории к вертикали даже небольшое изменение размера области тревоги за счет уменьшения q приведет к большому росту вероятности пропуска цели. И наконец “жесткой” стратегии соответствует точка (2 на рис. 5), в которой касательная к траектории ошибок характеризуется тем, что увеличение области тревоги не приведет к снижению доли пропусков цели из-за близости траектории к горизонтали. Значения q , v , τ , R_{\max} , H_{\max} , соответствующие “нейтральной”, “мягкой” и “жесткой” стратегиям приведены в табл. 2.

Полученная по совокупности серий модель (5), (6) может использоваться в качестве первого приближения области, где ожидаются повторные толчки, инициированные сейсмическим событием с $M \geq 1.5$, как только оно произошло. Независимость оценок эпицентрального расстояния и оценок по глубине позволяет использовать различные стратегии для выбора радиуса и высоты

Таблица 2. Значения q , τ , ν , R_{\max} и H_{\max} , соответствующие различным стратегиям прогноза (см. основной текст)

Стратегия	q	τ	ν	
Эпицентральные оценки				R_{\max} , км
Нейтральная	0.75	0.08	0.12	0.7
Мягкая	0.56	0.01	0.30	0.25
Жесткая	0.83	0.26	0.05	1.28
Оценки по глубине				H_{\max} , км
Нейтральная	0.66	0.24	0.14	0.24
Мягкая	0.41	0.11	0.35	0.11
Жесткая	0.88	0.69	0.002	0.69

цилиндрической области в зависимости от местоположения основного толчка.

Чтобы улучшить эти оценки для конкретной серии, необходим учет информации о первых афтершоках. При этом построенная здесь модель может использоваться в качестве базовой при тестировании моделей, использующих информацию о первых афтершоках. Пример такого использования базовой модели при оценке магнитуды сильнейшего афтершока и длительности опасного периода приведен в работах [Баранов и др., 2019б; Шебалин, Баранов, 2019].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По данным о сейсмичности Хибинского массива было показано, что расстояния от событий-триггеров до инициированных ими толчков в среднем подчиняются степенному распределению, параметр которого практически не зависит от магнитуды триггера. Установленная закономерность согласуется с выводами, полученными ранее для афтершоков тектонических землетрясений [Нус, Main, 2003; Brodsky, 2006; Richards-Dinger et al., 2010].

Данный результат имеет важное теоретическое значение для статистической сейсмологии, поскольку, во-первых, подтверждает степенное распределение для слабой сейсмичности с магнитудами $0 \leq M \leq 3.3$; во-вторых, дает основания полагать, что при добыче полезных ископаемых в тектонически нагруженных массивах горных пород закономерности, полученные для тектонической сейсмичности, также справедливы.

В исследовании была получена модель максимальных расстояний, на которых ожидаются повторные толчки, основанная на использовании закона продуктивности землетрясений и позволяющая получать оценки сразу после основного толчка. Было показано соответствие этой модели реальным данным. На основе анализа диаграммы ошибок обоснованы рекомендации по использованию данной модели на практике.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа включает результаты выполнения проекта № 19-05-00812, поддержанного РФФИ, а также Минобрнауки России (в рамках государственного задания № 075-01304-20).

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают свою искреннюю благодарность рецензентам за глубокий и содержательный анализ работы, который помог улучшить текст статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Адушкин В.В.* Сейсмичность взрывных работ на территории Европейской Части России // *Физика Земли*. 2013. № 2. С. 110–130.
<https://doi.org/10.7868/S000233371301002X>
- Адушкин В.В.* Тектонические Землетрясения техногенного происхождения // *Физика Земли*. 2016. № 2. С. 22–44.
<https://doi.org/10.7868/S0002333716020010>
- Адушкин В.В., Варыпаев А.В., Кушнир А.Ф., Санина И.А.* Идентификация наведенной сейсмичности в разломной зоне Коробковского месторождения КМА по наблюдениям малоапертурной сейсмической группы // *Докл. РАН. Науки о Земле*. 2020. Т. 493. № 1. С. 78–82.
<https://doi.org/10.31857/S268673972007004X>
- Баранов С.В., Жукова С.А., Шебалин П.Н., Моторин А.Ю.* О независимости сейсмической продуктивности от механизма возмущения среды // *Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-Технический Журнал, специальный выпуск 37)*. 2019а. № 11. С. 333–342.
<https://doi.org/10.25018/0236-1493-2019-11-37-333-342>
- Баранов С.В., Павленко В.А., Шебалин П.Н.* О прогнозировании афтершоковой активности. 4. Оценка максимальной магнитуды последующих афтершоков // *Физика Земли*. 2019б. № 4. С. 15–32.
<https://doi.org/10.31857/S0002-33372019415-32>
- Баранов С.В., Шебалин П.Н.* О прогнозировании афтершоковой активности. 2. Оценка области распространения сильных афтершоков // *Физика Земли*. 2017. № 3. С. 43–61.
<https://doi.org/10.7868/S0002333717020028>

- Баранов С.В., Шебалин П.Н. Закономерности постсейсмических процессов и прогноз опасности сильных афтершоков. М.: РАН. 2019. 218 с.
- Баранов С.В., Жукова С.А., Корчак П.А., Шебалин П.Н. Продуктивность техногенной сейсмичности // Физика Земли. № 3. 2020. С. 40–51.
https://doi.org/10.31857/S0002333720030011
- Козырев А.А., Семенова И.Э., Журавлева О.Г., Пантелеев А.В. Гипотеза происхождения сильного сейсмического события на Расвумчоррском руднике 09.01.2018 // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-Технический Журнал). 2018. № 12. С. 74–83.
https://doi.org/10.25018/0236-1493-2018-12-0-74-83
- Козырев А.А., Семенова И.Э., Рыбин В.В., Панин В.И., Федотова Ю.В. Указания по безопасному ведению горных работ на месторождениях, склонных и опасных по горным ударам (Хибинские апатит-нефелиновые месторождения). Апатиты: ООО “Апатит-Медиа”. 2016. 112 с.
- Корчак П.А., Жукова С.А., Меньшиков П.Ю. Становление и развитие системы мониторинга сейсмических процессов в зоне производственной деятельности АО “Апатит” // Горный журн. 2014. № 10. С. 42–46.
- Козырев А.А., Панин В.И., Семенова И.Э., Рыбин В.В. Геомеханическое обеспечение горных работ на горнодобывающих предприятиях Мурманской области // Горный журн. 2019. № 6. С. 45–50.
- Смирнов В.Б., Карцева Т.И., Пономарев А.В., Патонин А.В., Bernard P., Михайлов В.О., Потанина М.Г. О взаимосвязи параметров Омори и Гутенберга–Рихтера в афтершоковых последовательностях // Физика Земли. 2020. № 5. С. 3–22.
https://doi.org/10.31857/S0002333720050117
- Смирнов В.Б., Пономарев А.В. Физика переходных режимов сейсмичности. М.: РАН. 2020. 412 с.
- Смирнов В.Б., Пономарев А.В., Станчиц С.А., Потанина М.Г., Патонин А.В., Dresen G., Narteau C., Bernard P., Строеганова С.М. Лабораторное моделирование афтершоковых последовательностей: зависимость параметров Омори и Гутенберга–Рихтера от напряжений // Физика Земли. 2019. № 1. С. 149–165.
https://doi.org/10.31857/S0002-333720191149-165
- Шебалин П.Н., Баранов С.В. О прогнозировании афтершоковой активности. 5. Оценка длительности опасного периода // Физика Земли. 2019. № 5. С. 22–37.
https://doi.org/10.31857/S0002-33372019522-37
- Baiesi M., Paczuski M. Scale-free networks of earthquakes and aftershocks // Phys. Rev. E. 2004. V. 69(6). P. 066106-1–066106-8.
https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.066106
- Bayliss K., Naylor M., Main I.G. Probabilistic identification of earthquake clusters using rescaled nearest neighbor distance networks // Geophys. J. Int. 2019. V. 217(1). P. 487–503.
https://doi.org/10.1093/gji/ggz034
- Clauset A., Shalizi C.R., Newman M.E.J. Power-law distributions in empirical data // SIAM Review. 2009. V. 51(4). P. 661–703.
https://doi.org/10.1137/070710111
- Dieterich J.A. Constitutive law for the rate of earthquake production and its application to earthquake clustering // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. P. 2601–2618.
- Felzer K.R., Brodsky E.E. Decay of Aftershock Density with Distance Indicates Triggering by Dynamic Stress // Nature. 2006. V. 441(7094). P. 735–738.
https://doi.org/10.1785/0120030069
- Hirata T., Satoh T., Ito K. Fractal structure of spatial distribution of microfracturing in rock // Geophys. J. Int. 1987. V. 90(2). P. 369–74.
https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1987.tb00732.x
- Huc M., Main I.G. Anomalous Stress Diffusion in Earthquake Triggering: Correlation Length, Time Dependence, and Directionality: Anomalous Stress Diffusion in Earthquake Triggering // J. Geophys. Res.: Solid Earth. 2003. V. 108(B7).
https://doi.org/10.1029/2001JB001645
- Kagan Y.Y. Earthquake spatial distribution: the correlation dimension // Geophys. J. Int. 2007. V. 168 (3). P. 1175194.
https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.03251.x
- Kagan Y.Y., Knopoff L. Spatial distribution of earthquakes: the two-point correlation function // Geophysical J. International. 1980. V. 62(2). P. 303–20.
https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1980.tb04857.x
- Molchan G. Space-time earthquake prediction: the error diagrams // Pure Appl. Geophys. 2010. V. 167. № 8–9. P. 907–917.
https://doi.org/10.1007/s00024-010-0087-z
- Plenkens K., Kwiatek G., Nakatani M., Dresen G. Observation of Seismic Events with Frequencies $F > 25$ KHz at Mponeng Deep Gold Mine, South Africa // Seismological Research Letters. 2010. V. 81. P. 467–479.
https://doi.org/10.1785/gssrl.81.3.467
- Richards-Dinger K., Stein R.S., Toad S. Decay of aftershock density with distance does not indicate triggering by dynamic stress // Nature. 2010. V. 467(7315). P. 583–586.
https://doi.org/10.1038/nature09402
- Scholz C.H. Earthquakes and Friction Laws // Nature. 1998. V. 391. № 6662. P. 37–42.
https://doi.org/10.1038/34097
- Shebalin P.N., Narteau C., Baranov S.V. Earthquake Productivity Law // Geophys. J. Int. 2020. V. 222. P. 1264–1269.
https://doi.org/10.1093/gji/ggaa252
- Shebalin P., Narteau C., Holschneider M., Zechar J. Combining earthquake forecast models using differential probability gains // Earth, Planets Space. 2014. V. 66. № 37. P. 1–14.
- Woodward K., Wesseloo J. Observed spatial and temporal behaviour of seismic rock mass response to blasting // J. South. Afr. Inst. Min. Metall. 2015. V. 115. P. 1045–1056.
https://doi.org/10.1007/s00024-017-1570-6
- Zaliapin I., Ben-Zion Y.A. Global classification and characterization of earthquake clusters // Geophys. J. Int. 2016. V. 207. P. 608–634.
https://doi.org/10.1093/gji/ggw300
- Zoller G., Holschneider M., Hainzl S. The maximum earthquake magnitude in a time horizon: Theory and case studies // Bull. Seismol. Soc. Am. 2013. V. 103(2A). P. 860–875.
https://doi.org/10.1785/0120120013

Spatial Distribution of Repeated Shocks in the Conditions of Man-Made Seismicity

S. V. Baranov^{a, *}, A. Yu. Motorin^{b, **}, and P. N. Shebalin^{c, ***}

^a*Kola Branch, Federal Research Center "Geophysical Survey of Russian Academy of Sciences,"
Apatity, 184209 Russia*

^b*Kirovsk Branch, AO Apatit, Kirovsk, 184250 Russia*

^c*Institute of Earthquake Prediction Theory and Mathematical Geophysics,
Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997 Russia*

**e-mail: bars.vl@gmail.com*

***e-mail: AYuMotorin@phosagro.ru*

****e-mail: p.n.shebalin@gmail.com*

The spatial distribution of repeated seismic events in the mining conditions of tectonically loaded rock massifs is studied based on the example of seismicity in the Khibiny Mountains. It is shown that distances from the triggering events to the initiated shocks, on average, obey the power-law distribution with a parameter that does not depend on the magnitude of the triggering event. The model of the maximum distances from the triggering event's hypocenter, at which the repeated shocks with a given probability are expected, is constructed. The consistency of the model with the real data is demonstrated. Based on the error diagram analysis, the guidelines for the practical use of this model are presented.

Keywords: man-made seismicity, repeated shocks, power-law distribution, region of repeated shocks, error diagram