

УДК 551.510.535

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РАСЧЕТОВ ПО МЕЖДУНАРОДНОЙ СПРАВОЧНОЙ МОДЕЛИ ИОНОСФЕРЫ IRI-2016.

I. КОНЦЕНТРАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ

© 2019 г. А. Н. Ляхов^{1, *}, С. И. Козлов¹, С. З. Беккер¹

¹Институт динамики геосфер РАН, г. Москва, Россия

*e-mail: alyakhov@idg.chph.ras.ru

Поступила в редакцию 04.07.2017 г.

После доработки 21.09.2018 г.

Принята к публикации 27.09.2018 г.

Проведено количественное сравнение результатов расчетов электронной концентрации N_e по Международной справочной модели IRI-2016 с экспериментальными данными, полученными на ИСЗ DE-2. Рассмотрено 648 вариантов гелиогеофизических условий. Отклонение теоретических оценок от экспериментальных значений лежит в пределах инструментальной точности спутниковых данных в среднем в 27% случаев. Сделан вывод о том, что модель IRI-2016, аппроксимирующие коэффициенты которой в функциональных зависимостях привязаны к высотам F -области, дает отрицательные значения коэффициента эффективности прогноза концентрации электронов в ~73% случаев во внешней ионосфере на высотах более 500 км.

DOI: 10.1134/S0016794019010115

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы с целью улучшения функционирования различных радиотехнических средств и систем гражданского, оборонного и двойного назначения (радиолокации, навигации, связи и др.), работающих в широком диапазоне частот, для описания среды распространения радиоволн интенсивно используется известная Международная справочная модель ионосферы (IRI) в разных модификациях. Подчеркнем, что знание среды распространения позволяет в принципе решать три задачи: 1) оперативной коррекции параметров наблюдений в реальном масштабе времени [Соколов и др., 2012]; 2) интерпретации экспериментальных данных, получаемых на конкретных радиотехнических средствах и имеющих, зачастую, неопределенный характер; 3) прогноза функционирования радиотехнических средств в различных гелиогеофизических условиях [Козлов и др., 2014]. С учетом этого, вполне понятны попытки оценить качество моделей IRI на основании экспериментальных радиофизических или геофизических данных [Крашенинников и др., 2008; Shim et al., 2012; Соколов и др., 2012; Курикса и Липкин, 2013; Козлов и др., 2014; Ovodenko et al., 2015; Оводенко и Трекин, 2016].

Данная статья продолжает серию указанных работ. В центре ее внимания находится оценка точности расчетов по самой последней модификации модели IRI-2016 [Bilitza et al., 2017] по экс-

периментальным данным о концентрациях электронов N_e , определенных на американском ИСЗ DE-2. Сразу отметим, что ошибка определения N_e двумя приборами на DE-2 составляет 10–15% [Krehbiel et al., 1981] и, кроме того, они не использовались при разработке IRI-2016.

2. ОТЛИЧИЯ МОДЕЛИ IRI-2016 ОТ ДРУГИХ АНАЛОГИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ

Модели IRI – это совместный проект Комитета по космическим исследованиям (COSPAR) и международного комитета по радиосвязи (URSI). Они представляют собой эмпирические модели электронной концентрации, ионного состава, температуры электронов и ионов с глобальным покрытием в диапазоне высот 50–1500 км. В варианте модели 2016 г. [Bilitza et al., 2017] включены новые модели отклика на высокую солнечную активность. Авторы [Bilitza et al., 2017] считают его более реальным для прогноза космической погоды по сравнению с климатологическими вариациями ионосферы, поскольку в нем предусмотрена ассимиляция ионосферных параметров максимума слоя F_2 в реальном времени.

Исходный код модели IRI-2016 позволяет выбирать режимы расчета, соответствующие разным подмоделям (например, модели отклика F_2 слоя на магнитные бури и солнечную активность). Мы считаем ключевыми из них только 6.

Таблица 1. Варианты выбора управляющих параметров при расчетах по модели IRI

№ варианта	CCIR [Atlas ..., 1966]	URSI [Rush et al., 1989]	AMTB [Altadill et al., 2012]	SHUBIN/ COSMIC [Shubin, 2015]	STORM on	STORM off
1	–	+	–	+	+	–
2	+	–	+	–	+	–
3	+	–	–	+	+	–
4	–	+	+	–	+	–
5	–	+	–	+	–	+
6	–	+	+	–	–	+
7	+	–	–	+	–	+
8	+	–	+	–	–	+

С их помощью были определены 8 вариантов расчетов, представленных в табл. 1. Для профиля N_e ниже $h_m F2$ использована модель АВТ2009, для области $F1$ – IRI-95.

3. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Спутник DE-2 был запущен 3 августа 1981 г. на полярную орбиту с наклоном 89.99 град, начальным перигеем 309 км и апогеем 1012 км. Прочествовал 18 мес. до февраля 1983 г. Период обращения 98 мин. В конце существования опустился до ~ 200 км.

ИСЗ DE-2 измерял N_e и многие другие ионосферные параметры [Krehbiel et al., 1981] на экваториальных $|\varphi| < 30^\circ$, средних $30^\circ \leq |\varphi| \leq 65^\circ$ и полярных $|\varphi| > 65^\circ$ широтах.

Необходимо подчеркнуть, что для сравнения с модельными расчетами использовались не первичные данные высокочастотных измерений электронной концентрации, а так называемые Unified Abstract Data, прошедшие всю необходимую очистку от артефактов и случайных ошибок измерений. Сквозность измерений составила 16 с вдоль орбиты спутника. Привлечение именно DE-2 для верификации рассматриваемой модели имеет следующие преимущества: полярная орбита, широкий диапазон высот, значительный разброс геомагнитной активности (наличие бурь и периодов низкой активности), наличие значительного количества каналов измерений физических параметров (статические и переменные электрические и магнитные поля, скорость дрейфа, скорость нейтрального ветра и параметры нейтральной атмосферы, температуры ионов и электронов, плазменная турбулентность, потоки энергичных электронов и ионов, в том числе их

функции распределения по энергии). Последнее позволит в дальнейшем уточнить геофизические условия, вызывающие систематическую погрешность модели IRI-2016.

На рисунке 1а, б, в, г приведено общее количество измерений N в зависимости, соответственно, от магнитного локального времени (MLT), планетарного магнитного индекса ap , кстати, используемого в модели IRI-2016, высоты наблюдения h и солнечной активности ($F10.7$). Значения ap и $F10.7$ брались по банкам данных, входящих в модель IRI-2016. Из рисунков видно, что измерения осуществлялись, главным образом, в диапазоне $h \approx 250$ –860 км в условиях средней и высокой солнечной активности в основном при спокойном магнитном поле. Количество измерений в вечерние и ночные часы было несколько больше по сравнению с дневными. Общее количество измерений составило $N \approx 630000$.

4. ПОДХОДЫ И МЕТОДОЛОГИЯ ПРОВЕДЕНИЯ РАСЧЕТОВ

Было использовано два подхода для оценки качества модели IRI-2016.

1.1. Первый подход (статистический)

Весь объем экспериментальных данных по N_e в зависимости от гелиогеофизических условий был разбит на несколько диапазонов для экваториальных, средних и полярных широт:

а) по высоте на 6 интервалов: 250–350, 350–450, 450–550, 550–650, 650–750, 750–850 км; б) по времени суток: 0–4, 4–6, 8–15 MLT; в) $F10.7 \geq 150$, $F10.7 < 150$; г) $ap \geq 40$ (сильные возмущения магнитного поля, планетарный индекс $kp > 5$), $ap < 40$ (средние возмущения магнитного поля и спокой-

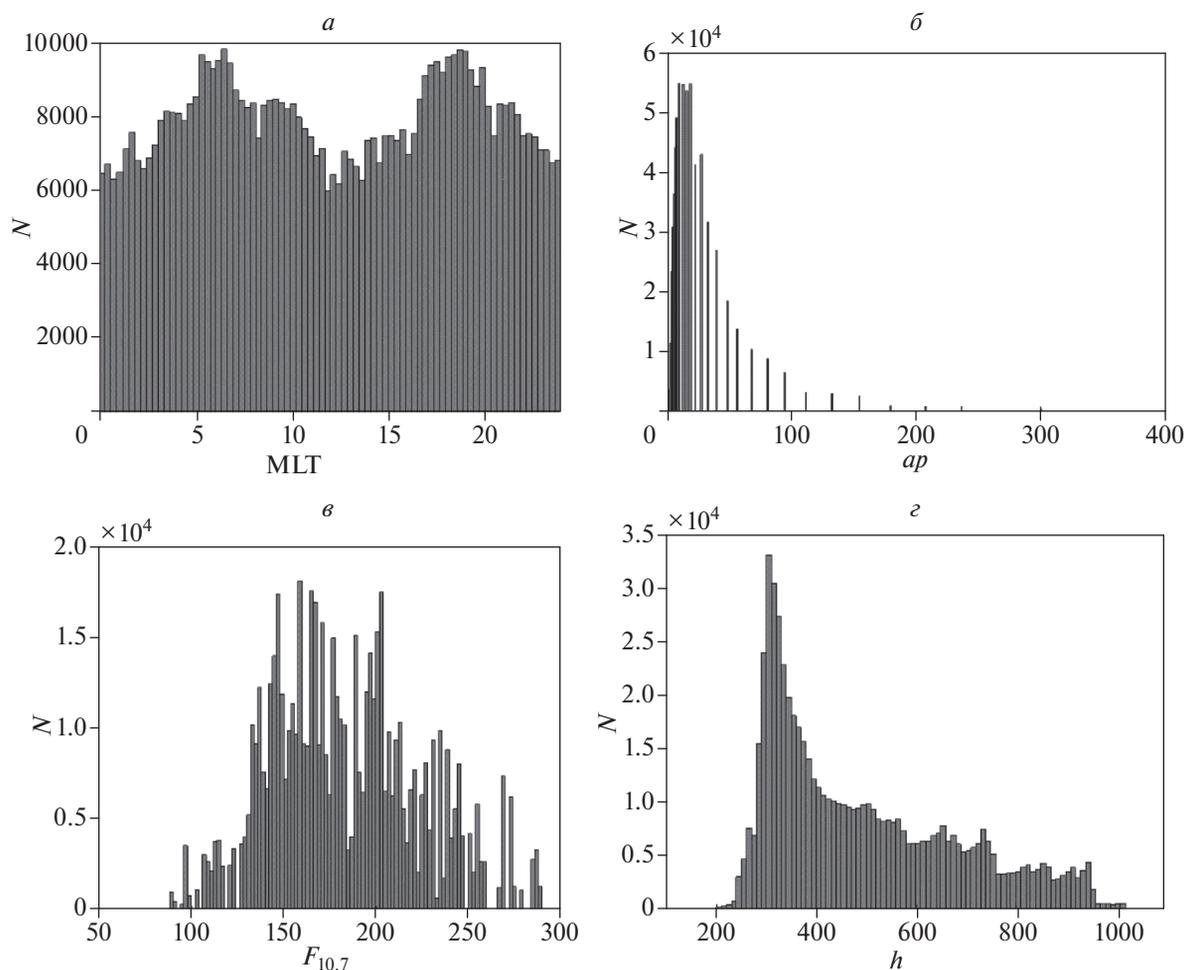


Рис. 1. Распределение экспериментальных значений в зависимости от (а) магнитного локального времени MLT; (б) геомагнитной активности ap ; (в) солнечной активности $F_{10.7}$; (г) высоты h (км).

ные условия, планетарный индекс $kp < 5$), $ap < 15$ (спокойное магнитное поле, планетарный индекс $kp \leq 3$); д) зима, равноденствие, лето.

Выбраны три диапазона магнитного локального времени, соответствующие ночным, сумеречным и дневным часам. В ходе работы не было выявлено принципиальных отличий между поведением электронной концентрации в утренние и вечерние часы, поэтому для повышения скорости расчетов рассматривается только один переходный диапазон времени — из ночных в дневные часы MLT.

Таким образом, имеем с учетом широты $3 \times 6 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3 = 972$ ситуаций, каждая из которых отличается от другой хотя бы одним из признаков — широтой, MLT, h , $F_{10.7}$, ap , сезоном. Следует подчеркнуть, что измерения Ne неравномерно распределены по выбранным ситуациям, что хорошо понятно из рис. 1а, б, в, г. К сожалению, из-за отсутствия экспериментальных данных анализ ряда ситуаций оказался невозможным. Таких случаев

было обнаружено: на экваториальных широтах ~39%, на средних ~24%, в полярной ионосфере ~8%. Это объясняется особенностями параметров орбиты ИСЗ DE-2.

Оценивалось относительное отклонение измеренных Ne от рассчитанных по модели IRI-2016

$$\Delta = [(Ne - Ne(IRI))/Ne(IRI)] \times 100\%.$$

При этом в расчетах $Ne(IRI)$ использовались текущие координаты спутника (широта, долгота, высота, мировое время), а также входящие в модель банки данных по ap и $F_{10.7}$. Такой подход позволил осуществлять переход модели в режим учета магнитных бурь автоматически. Кроме того, стандартным образом значения Δ усреднялись, находились их среднеквадратические отклонения, и они привязывались (относились) к середине выбранных интервалов высот, т.е. к $h = 300, 400, 500, 600, 700$ и 800 км.

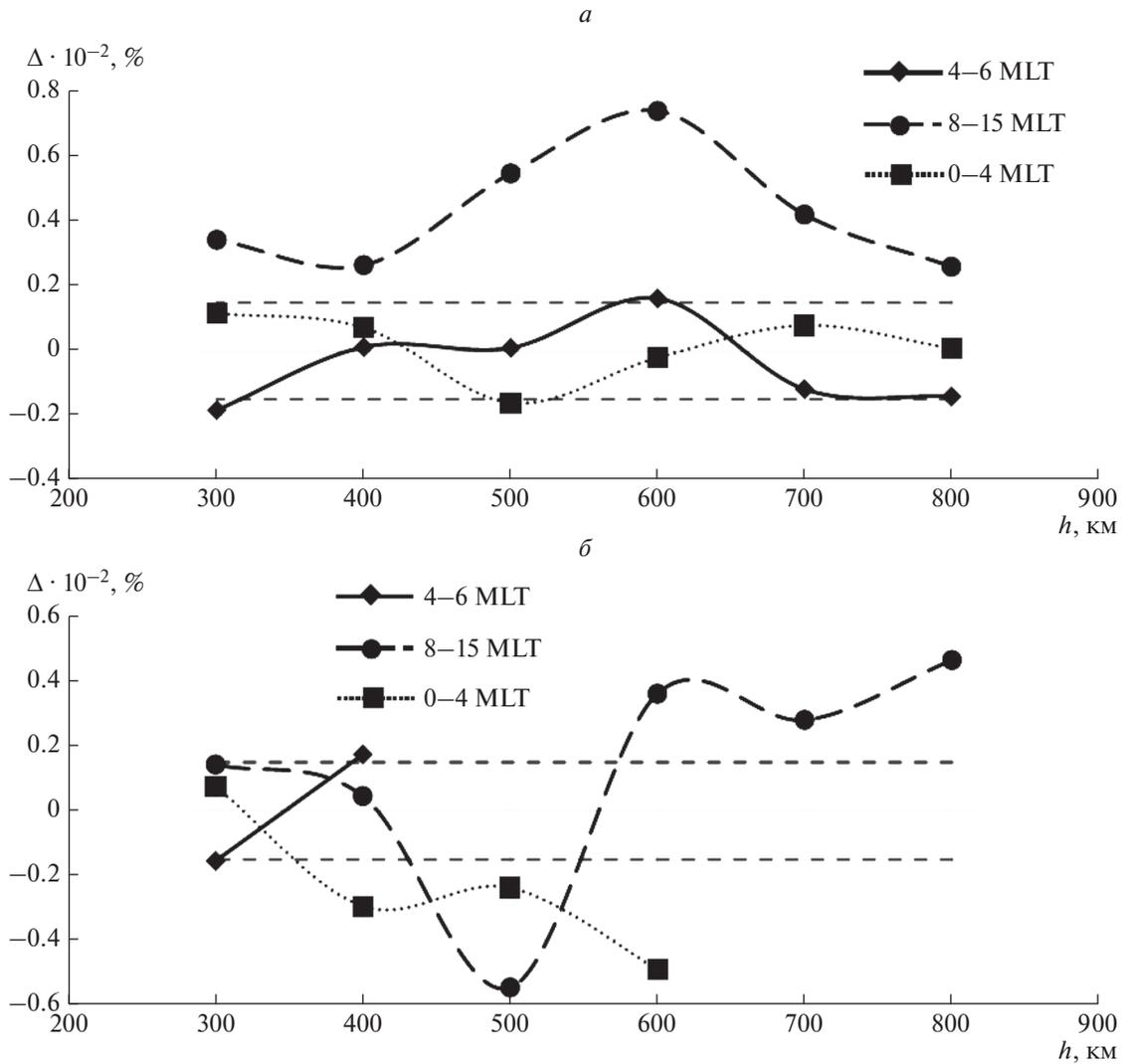


Рис. 2. Средние значения Δ в зимние месяцы на экваториальных широтах при (а) $ap < 40, F10.7 > 150$; (б) $ap < 40, F10.7 < 150$.

1.2. Второй подход (детерминированный)

По-видимому, первая попытка сравнения расчетов Ne по одной из версий моделей IRI, а именно IRI-2012, со спутниковыми измерениями была предпринята Shim et al. [2012] в рамках программы CEDAR. Использовались экспериментальные данные, полученные на ИСЗ CHAMP в период 2000–2010 гг. ИСЗ находился на орбите с наклоном 87.3° в интервале $h \approx 416 - 476$ км, выше $HmF2$. Спутник DE-2 охватывал значительно более широкий диапазон h , но общее время измерений было существенно меньше. Тем не менее, методология оценок, предложенная в работе [Shim et al., 2012], вполне применима и в нашем случае. Мы рассчитывали две величины

$$\overline{Ne} = \sqrt{\frac{\sum [Ne - Ne(IRI)]^2}{N(\varphi, t)}}, \quad (1)$$

$$B = 1 - \frac{\sum [Ne - \overline{Ne}]^2}{\sum [Ne(IRI) - \overline{Ne}]^2}, \quad (2)$$

где \overline{Ne} – аналог среднего отклонения наблюдаемой электронной концентрации от модельной; $N(\varphi, t)$ – объем измерений (выборки), зависящий от интервала широт и времени t пролета ИСЗ этого интервала; B – так называемый коэффициент эффективности прогноза, характеризующий качество модели IRI: при $B = 1$ – расчеты по модели и эксперимент идеально совпадают (идеальная ситуация), $B = 0$ – расчеты совпадают со средним значением Ne . Отрицательные значения B (любой величины) свидетельствуют о плохом качестве прогноза.

Величина интервала наблюдений, где выполнялись оценки, была выбрана равной 10 градусам

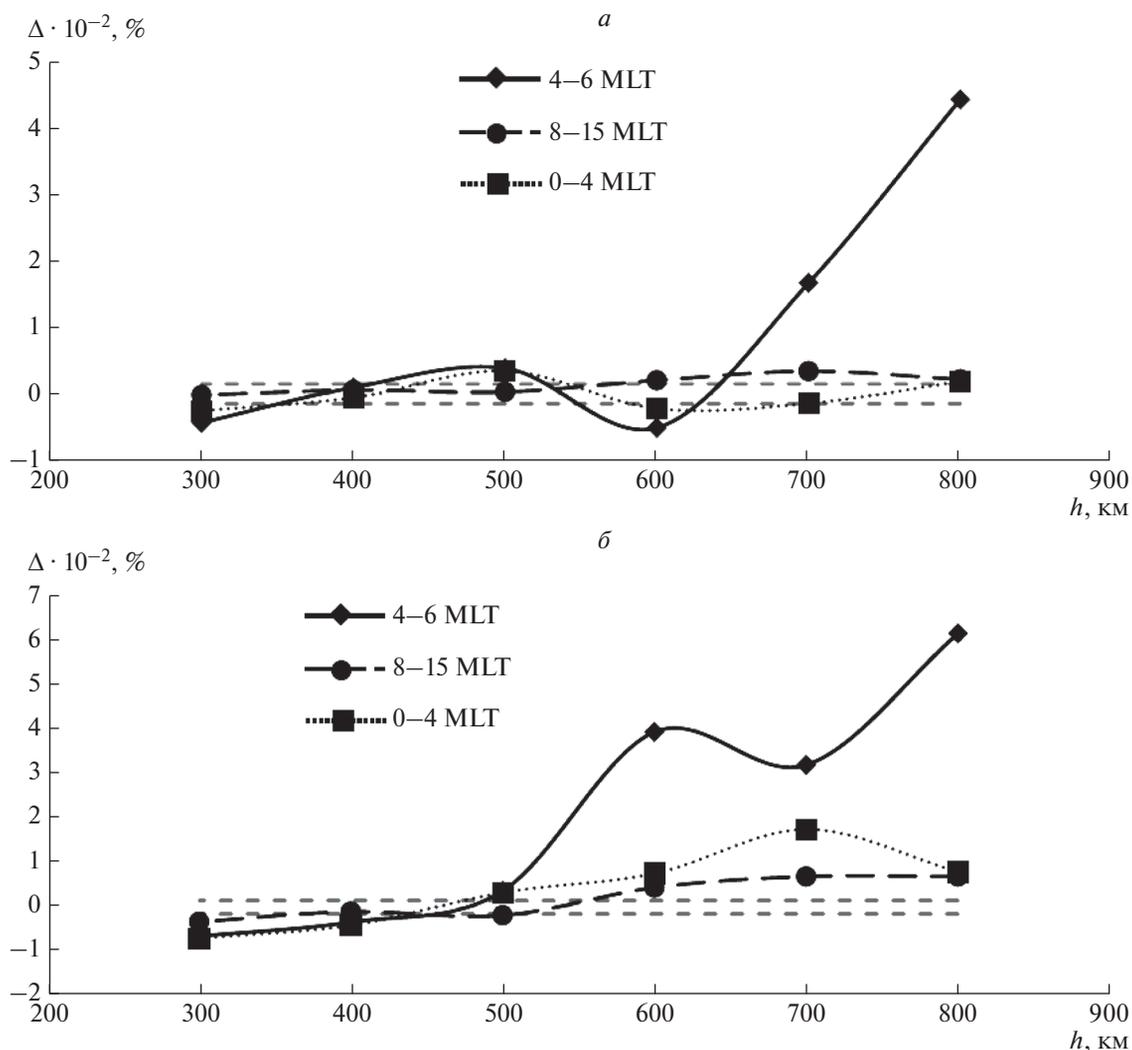


Рис. 3. Средние значения Δ в зимние месяцы на средних широтах при (а) $ap < 40, F10.7 > 150$; (б) $ap > 40, F10.7 > 150$.

по широте, что примерно соответствует потребностям реальных радиотехнических систем.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Основной объем вычислений был сделан на основании первого (статистического) подхода. Использовался первый вариант из табл. 1. Результаты расчетов и их общая характеристика даются ниже.

Анализ проводился по 687 ситуациям. Однако и здесь выяснилось, что в целом ряде случаев экспериментальные данные носят неполный (отрывочный) характер, и это не позволяет обсудить поведение значений Δ в полном объеме. Это обстоятельство относится прежде всего к экваториальным широтам, на которых всего в одной ситуации данные об Ne получены в необходимом количестве (см. рис. 2а). Штриховые горизонтальные

серые линии на этом и других рисунках относятся к инструментальной точности измерений Ne приборами спутника DE-2. Если величины Δ попадают в интервал $0 \pm 15\%$, то естественно считать, что расчеты по IRI-2016 согласуются с экспериментом. На рисунке 2б в качестве примера показаны вариации Δ в условиях далеко не полной экспериментальной информации. Поэтому в дальнейшем анализ значений Δ в данной области широт не проводится.

Вариации Δ на средних и полярных широтах в разных гелиогеофизических ситуациях носят весьма разнообразный характер, что не позволяет найти какие-либо количественные зависимости поведения Δ от широты, $F10.7$, ap , времени суток, h , сезона. Это хорошо видно на рис. 3а, б и рис. 4а, б. Возможно, такое положение связано с грубым разбиением гелиогеофизических условий (см. п. 4.1). Однако понятно, что более детальное разбиение,

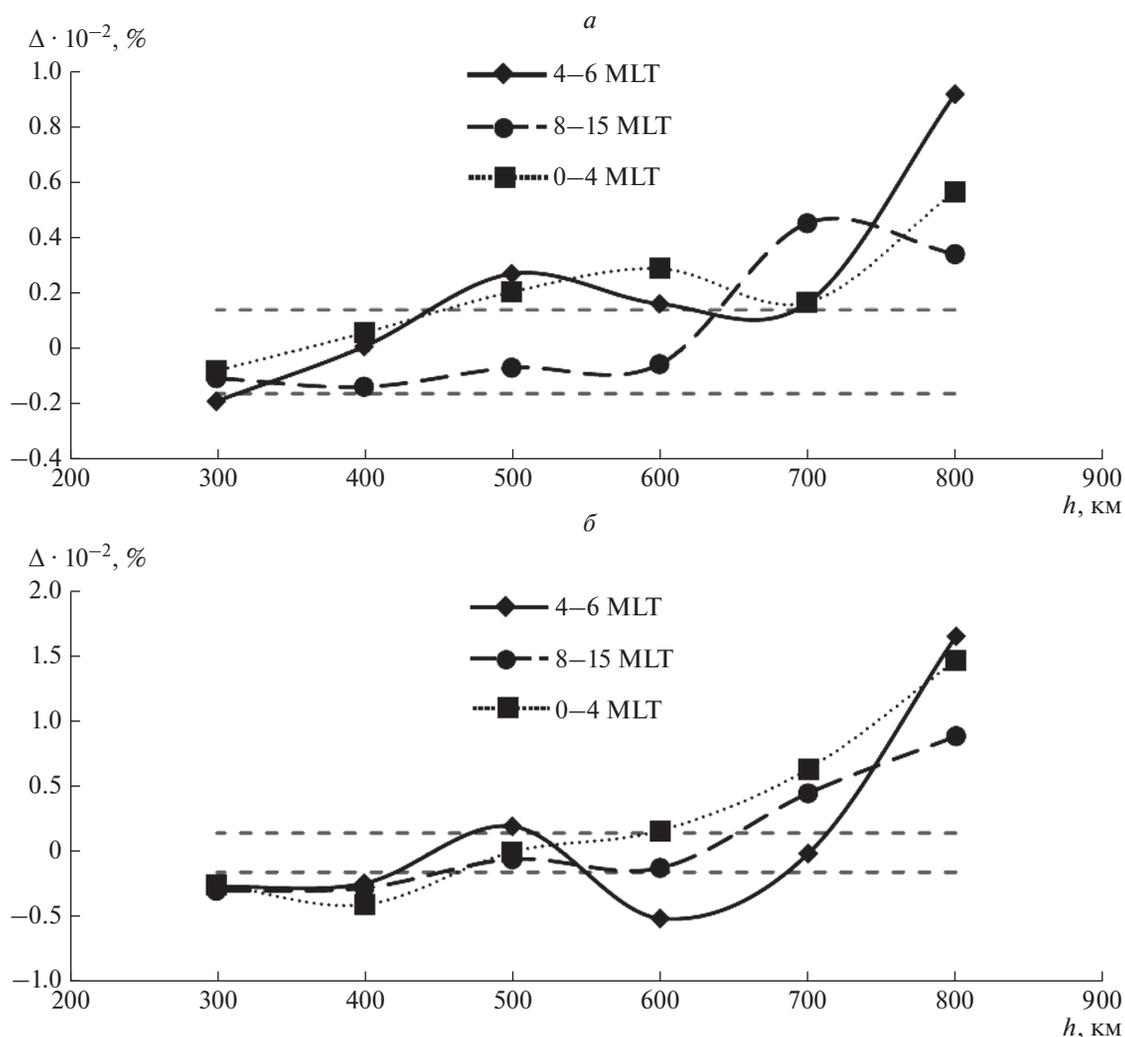


Рис. 4. Средние значения Δ в зимние месяцы в полярных широтах при (а) $ap < 40$, $F10.7 > 150$; (б) $ap > 40$, $F10.7 > 150$.

например, по высотам или широтам, приведет к значительному увеличению количества ситуаций, в которых экспериментальные данные либо отсутствуют, либо получены в неполном объеме. Тем не менее, качественный анализ проведенных расчетов вполне можно провести, используя указанный интервал инструментальной точности измерений Ne на ИСЗ.

В таблице 2 показано общее количество расчетов Δ (в %), попавшее в интервал $0 \pm 15\%$, в зависимости от сезона и разных сочетаний индексов ap и $F10.7$ без учета высоты и времени суток. Видно, что на обеих широтах наименьшее согласие оценок по модели IRI-2016 и экспериментальных данных наблюдается при $ap > 40$ (возмущенное магнитное поле) и $F10.7 > 150$ (высокая солнечная активность). В условиях средней и низкой солнечной активности имеет место такая же ситуация. Следовательно, модель неудовлетворительно учитывает влияние ap на электронную кон-

центрацию, даже в режиме учета магнитных бурь (STORM ON), и требует заметного улучшения, особенно для средних широт зимой и в равноденствии. Широтная зависимость расчетов Ne по модели также оставляет желать лучшего (см. табл. 2). Неожиданным является тот факт, что на полярных широтах результаты расчетов Ne в целом лучше согласуются с экспериментом в 4-х вариантах расчетов ($ap > 40$, $ap < 40$; $F10.7 > 150$, $F10.7 < 150$). Но при $ap < 15$ для обоих значений солнечной активности наблюдается противоположная картина, что более соответствует современным представлениям о поведении ионосферы в зависимости от широты и свидетельствует о лучшей “работе” модели IRI-2016 на средних широтах в спокойных геомагнитных условиях.

На рисунках 3а, б и 4а, б явно видны различия в поведении Δ на $h \leq 500$ км и $h > 500$ км (такая же ситуация имеет место в других случаях, не представленных в статье). Проведя расчеты, анало-

Таблица 2. Количество значений Δ (в %), согласующихся с экспериментом, в зависимости от сезона и солнечной и геомагнитной активностей

ПОЛЯРНЫЕ ШИРОТЫ			
	зима	лето	равноденствие
$ap > 40, F10.7 > 150$	22%	22%	11%
$ap > 40, F10.7 < 150$	40%	25%	19%
$ap < 40, F10.7 > 150$	39%	33%	28%
$ap < 40, F10.7 < 150$	39%	22%	41%
$ap < 15, F10.7 > 150$	50%	33%	17%
$ap < 15, F10.7 < 150$	28%	28%	33%
СРЕДНИЕ ШИРОТЫ			
	зима	лето	равноденствие
$ap > 40, F10.7 > 150$	6%	6%	38%
$ap > 40, F10.7 < 150$	0%	23%	0%
$ap < 40, F10.7 > 150$	33%	47%	40%
$ap < 40, F10.7 < 150$	29%	13%	60%
$ap < 15, F10.7 > 150$	56%	35%	27%
$ap < 15, F10.7 < 150$	29%	20%	78%

Таблица 3. Количество значений Δ (в %), согласующихся с экспериментом, в зависимости от времени суток

	0–4 MLT (ночь)	4–6 MLT (переходное время)	8–15 MLT (день)
Полярная ионосфера	31%	25%	28%
Среднеширотная ионосфера	19%	19%	37%

гичные вышеприведенным, но без учета сезона, $F10.7$, ap , времени суток, мы получили, что на полярных широтах на $h \leq 500$ км 43% оценок укладываются в интервал инструментальной точности измерений Ne , а на $h > 500$ км – только 14%; на средних широтах – 27 и 25% соответственно. Как и ранее, не понятны причины лучшего согласия расчетов с экспериментом на $h \leq 500$ км в полярной ионосфере по сравнению со среднеширотной. На $h > 500$ км картина вполне ожидаемая.

В таблице 3 даются результаты расчетов Δ , согласующихся с экспериментом в зависимости от времени суток. Наиболее плохие оценки относятся к переходному времени (восход и заход Солнца), что вполне естественно. Таким образом, модель IRI-2016 нуждается в дальнейшем совершенствовании, в первую очередь, во внешней ионосфере и в сумеречных условиях на всех высотах.

Обобщенный анализ значений Δ показал, что модель IRI-2016 только в 28% случаев в полярных районах удовлетворяет экспериментальным данным Ne , полученным на ИСЗ DE-2, а на средних широтах – в 26%.

В рамках комплексного анализа были также проанализированы кривые плотности вероятности распределения Δ в различных гелиогеофизических условиях. Если бы модель IRI в рассматриваемых условиях удовлетворительно описывала экспериментальные данные, кривые плотности вероятности подчинялись бы нормальному закону распределения с математическим ожиданием, равным 0. Было обнаружено, что в большинстве рассматриваемых ситуаций кривые плотности вероятности распределения Δ существенно смещены от значения $\Delta = 0$, не имеют четкого пика, и даже качественно не напоминают нормальное распределение. На высотах F -области ниже 500 км модель с экспериментом согласуется лучше.

Расчеты по другим вариантам (см. табл. 1) позволяют сделать следующие выводы. Варианты расчетов 4, 6 полностью совпадают с детально описанными выше результатами (вариант 1). Варианты 2, 3, 5, 7, 8 приводят к несколько отличным значениям Δ . Но эти отличия весьма незначительны и не превышают 1–6% в зависимости от гелиогеофизических условий и широты (“наибольшие” расхождения, 4–6%, наблюдаются при ($ap \geq 40, F10.7 < 150$)).

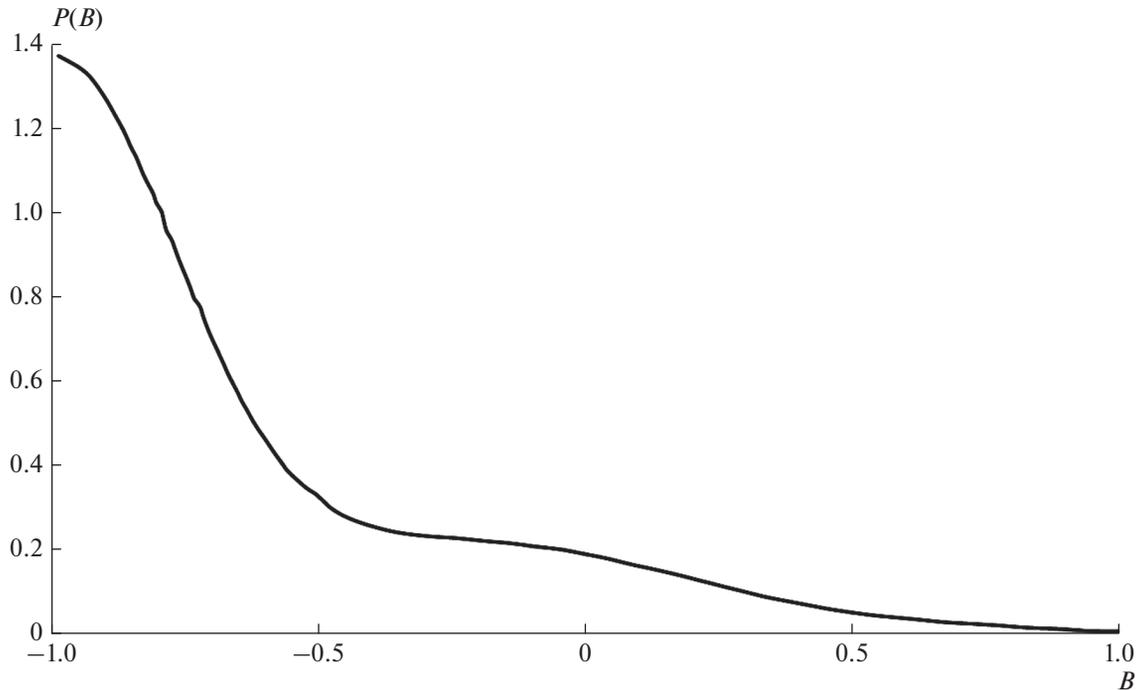


Рис. 5. Распределение плотности вероятности значений B за весь период сравнения модели IRI-2016 с экспериментальными данными ИСЗ DE-2.

Второй подход (детерминированный) позволил расширить представления о качестве модели IRI-2016. Среднее значение N_e за весь период существования DE-2 оказалось равным $1.5 \times 10^5 \text{ см}^{-3}$, а коэффициент $B = 0.72$. При этом изменение режимов расчетов (табл. 1) на эти величины повлияло только в третьем знаке после запятой. Полученные значения N_e и B можно отнести к интегральным. Но как на их основе оценить качество модели IRI-2016? Определенного ответа мы не имеем. Возможно, с точки зрения геофизиков, занимающихся разработкой моделей ионосферы, результаты более чем удовлетворительные [Shim et al., 2012], а с позиций радиофизиков, практически связанных с созданием радиотехнических систем сантиметрового, дециметрового и метрового диапазонов [Мощные ..., 2013], модель IRI-2016 не адекватно описывает ионосферу. Средние величины B , рассчитанные в коротких 10-градусных интервалах по широте, колеблются в пределах $(-8.5) \dots (-8.6)$ независимо от φ и t . Это однозначно свидетельствует, согласно Shim et al. [2012], о плохом качестве модельных расчетов. Распределение плотности вероятности B за весь период наблюдений показано на рис. 5 (значения менее -1 не приводятся). Отрицательные значения наблюдаются в $\sim 73\%$ случаев. Области максимальных ошибок расчетов как по уравнению (1), так и (2) лежат в основном на высотах внешней ионосферы, а на высотах F -области — в переходное время, что хорошо согласуется с результатами ста-

тистического подхода. Существенных зависимостей от географических координат, солнечной и геомагнитной активности не обнаружено.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сопоставление результатов расчетов N_e по модели IRI-2016 на высотах $h \approx 250\text{--}850$ км в различных гелиогеофизических условиях в полярных и на средних широтах показало, что только $\sim 30\%$ лежит в пределах инструментальной точности измерений приборов ИСЗ DE-2 ($0 \pm 15\%$). Особенно неудовлетворительная ситуация имеет место на $h > 500$ км. Все это говорит о том, что на радиотрассах “космос–космос” ее использование в принципе нецелесообразно, а на трассах “земля–космос” — с большой осторожностью в зависимости от времени суток, солнечной и магнитной активности, сезона и геомагнитной широты.

В конкретных операционных системах реального времени климатологическая модель IRI-2016 может быть рекомендована к применению только в режиме ассимиляции текущих данных наблюдений [Соколов и др., 2012; Bilitza et al., 2017].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

— Козлов С.И., Ляхов А.Н., Беккер С.З. Основные принципы построения вероятностно-статистических моделей ионосферы для решения задач распространения

- радиоволн // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 54. № 6. С. 767–799. 2014.
- Крашенинников И.В., Егоров И.Б., Павлова Н.М. Эффективность прогнозирования прохождения радиоволн в ионосфере на основе ионосферной модели IRI – 2001 // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 48. № 4. С. 526–533. 2008.
- Курикуша А.А., Липкин А.Л. Исследование эффективности использования модели IRI для внесения поправок в радиолокационные измерения координат спутников // Электромагнитные волны и электронные системы. Т. 18. № 5. С. 21–26. 2013.
- Мощные надгоризонтные РЛС дальнего обнаружения. Разработка. Испытания. Функционирование. Ред. Боев С.Ф. М.: Радиотехника. 166 с. 2013.
- Оводенко В.Б., Трекин В.В. Исследование эффективности компенсации влияния среды на работу радиолокационной станции // Тр. МАИ. Вып. № 88. С. 16–21. 2016.
- Соколов К.С., Трекин В.В., Оводенко В.Б., Патронова Е.С. Подходы к разработке программно-аппаратного комплекса учета среды распространения радиоволн / Инновационные подходы при создании военной техники 2011. М.: Радиотехника. С. 111–120. 2012.
- Altadill D., Magdaleno S., Torta J.M., Blanch E. Global empirical models of the density peak height and of the equivalent scale height for quiet conditions // Adv. Space Res. V. 52. P. 1756–1769. 2012. doi 10.1016/j.asr.2012.11.018
- Atlas of ionospheric characteristics. Report 340-1, 340-6. Comité Consultatif International des Radiocommunications, Genève, Switzerland. ISBN 92-61-04417-4. 1966.
- Bilitza D., Altadill D., Truhlik V., Shubin V., Galkin I., Reinisch B., Huang X. International Reference Ionosphere 2016: from ionospheric climate to real-time weather predictions // Space Weather. V. 15. № 2. P. 418–429. 2017. doi 10.1002/2016SW001593
- Krehbiel J.P., Brace L.H., Theis R.F., Pinkus W.H., Kaplan R.B. The dynamics explorer langmuir probe instrument // Space Sci. Instrum. V. 5. № 4. P. 493–502. 1981.
- Ovodenko V.B., Trekin V.V., Korenkova N.A., Klimenko M.V. Investigating range error compensation in UNF radar through IRI – 2007 real-time updating: Preliminary results // Adv. Space Res. V. 56. P. 900–906. <http://dx.doi.org/>. 2015. doi 10.1016/j.asr.2015.05.017
- Rush C., Fox M., Bilitza D., Davies K., McNamara L., Stewart F., PoKempner M. Ionospheric mapping – an update of f_oF2 coefficients // Telecommun. J. V. 56. P. 179–182. 1989.
- Shim J.S., Kuznetsova M., Rastätter L. et al. CEDAR Electrodynamics Thermosphere Ionosphere (ETI) Challenge for systematic assessment of ionosphere/thermosphere models: Electron density, neutral density, $NmF2$, and $hmF2$ using space based observations. Space Weather. 10. S10004. 2012. doi 10.1029/2012SW000851
- Shubin V.N. Global median model of the $F2$ -layer peak height based on ionospheric radio-occultation and ground-based Digisonde observations // Adv. Space Res. V. 56. P. 916–928. 2015. doi 10.1016/j.asr.2015.05.029