

ИНДЕКСЫ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ ДЛЯ ПАРАМЕТРОВ ИОНОСФЕРЫ В ЦИКЛАХ 23 И 24

© 2020 г. М. Г. Деминов¹, *, Е. В. Непомнящая¹, В. Н. Обридко¹

¹Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн
им. Н.В. Пушкова РАН (ИЗМИРАН), г. Москва, г. Троицк, Россия

*e-mail: deminov@izmiran.ru

Поступила в редакцию 13.06.2019 г.

После доработки 02.07.2019 г.

Принята к публикации 26.09.2019 г.

Проведен анализ особенностей изменений индексов солнечной активности (F – потока солнечного радиоизлучения на длине волны 10.7 см, Ri – относительного числа солнечных пятен, новая версия) и ионосферного индекса этой активности T в солнечных циклах 23 и 24, которые были низкими по амплитуде солнечной и геомагнитной активности. Для этого рассмотрены скользящие средние за 12 мес. и сглаженные (с помощью 24-месячного фильтра) значения этих индексов. Получено, что в среднем связь между индексами T и F оставалась стабильной для этих циклов и не отличалась от предыдущих солнечных циклов. Связь между индексами T и Ri изменялась со временем в циклах 23 и 24 и отличалась от предыдущих циклов. Кроме того, для цикла 24 наблюдался отчетливый эффект гистерезиса в зависимости сглаженных значений T от Ri , когда на фазах роста и спада солнечного цикла фиксированному значению Ri соответствовали разные значения T . Этот эффект отсутствовал в зависимости T от F . Тем самым подтверждено, что индекс F является более точным, чем Ri , индикатором солнечной активности для ионосферы.

DOI: 10.31857/S0016794020010058

1. ВВЕДЕНИЕ

Эмпирические модели ионосферы, такие как IRI [Bilitza, 2018] или NeQuick [Nava et al., 2008], содержат индексы солнечной активности F_{12} или Rz_{12} в качестве входных параметров для вычисления, например, медианы критической частоты $F2$ -слоя $foF2$. Здесь и ниже F_{12} и Rz_{12} – средние за 12 месяцев значения потока солнечного радиоизлучения на длине волны 10.7 см и относительного числа солнечных пятен (прежний вариант, т.е. классическая версия чисел Вольфа), которые центрированы на середину данного месяца. В этих моделях в соответствии с рекомендациями ИТУ-R [1999] принято, что индексы Rz_{12} и F_{12} являются эквивалентными индексами, поскольку они связаны между собой уравнением регрессии, которое не зависит от времени, и использование любого из этих двух индексов будет приводить к практически совпадающим значениям медианы $foF2$. Эквивалентность между индексами Rz_{12} и F_{12} стала нарушаться примерно с 2000 г. [Floyd et al., 2005; Lukianova and Mursula, 2011]. На основе сопоставления индексов Rz_{12} и F_{12} с так называемым ионосферным индексом солнечной активности IG_{12} было получено, что индекс F_{12} является более точным, чем Rz_{12} , индикатором солнечной актив-

ности для медианы $foF2$. Это преимущество индекса F_{12} становится особенно заметным после 2000 года, если дополнительно учесть поправку к F_{12} для минимумов солнечных циклов [Деминов, 2016]. Индекс Rz_{12} перестал поддерживаться в конце 2014 г., поскольку ряды чисел солнечных пятен были пересмотрены для получения Ri – нового варианта этого индекса, и ряд Ri продолжен до настоящего времени [Clette et al., 2014, 2015]. Это потребовало сопоставления индексов Ri_{12} , Rz_{12} и F_{12} как индикаторов солнечной активности для медианы $foF2$. На основе анализа данных до конца 2014 г. было получено, что в среднем индекс Ri_{12} точнее индекса Rz_{12} и индекс F_{12} является самым точным из этих индексов для медианы $foF2$ [Деминов и Деминова, 2019].

Приведенные выше результаты были основаны на данных до конца 2014 г. Эти данные недостаточны для анализа формы солнечного цикла 24, поскольку максимум этого цикла наблюдался в 2014 г., если судить по индексам Rz_{12} и F_{12} [Hathaway, 2015]. Основной целью данной работы был анализ особенностей формы солнечных циклов 23 и 24 и степени соответствия индексов Ri и F ионосферному индексу в течение этих циклов.

2. ИНДЕКСЫ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

Средние за месяц значения индексов солнечной активности (F и Ri – потока солнечного радиоизлучения на длине волны 10.7 см и относительного числа солнечных пятен, новый вариант) и ионосферного индекса этой активности T в интервале с января 1947 по апрель 2019 г. были исходными для анализа. Ионосферный индекс T получен на основе анализа и усреднения данных медиан критической частоты $F2$ -слоя $foF2$ ряда ионосферных станций как замена индекса Rz в уравнении регрессии [Caguana, 1990]

$$foF2 = a + bRz \quad (1)$$

для увеличения точности этого уравнения, где Rz – классическая версия чисел Вольфа, которая включает цюрихский ряд; коэффициенты a и b вычисляются по известной модели ионосферы [Jones and Gallet, 1962, 1965] как составной части международной модели IRI [Bilitza, 2018]. Ионосферный индекс основан на данных измерений $foF2$, поэтому он точнее солнечных индексов для медианы $foF2$ [Caguana, 1990]. Это позволяет использовать индекс T в качестве характеристики $foF2$, и этот индекс измеряется в шкале (единицах измерения) Rz . Индексы F и Ri также целесообразно привести к шкале Rz , что обеспечит сопоставимость этих индексов. Для этого использованы уравнения регрессии [Деминов и Деминова, 2019]

$$Rr = 0.708Ri - 0.3, \quad (2)$$

$$Rf = 33.5(85 + F)^{1/2} - 410 - 15 \exp(-0.1(F - 65)), \quad (3)$$

где Rr и Rf есть Ri и F в шкале Rz . При анализе регулярных (климатических) изменений параметров ионосферы и солнечной активности обычно используют скользящие средние за 12 месяцев индексы солнечной активности, которые центрированы на данный месяц. В данном случае это индексы Rz_{12} , Rr_{12} , Rf_{12} и T_{12} . Отметим, что уравнения регрессии (2) и (3) получены для скользящих средних за 12 месяцев индексов солнечной активности [Деминов и Деминова, 2019], но применимы и для средних за месяц индексов этой активности. Уравнение (2) получено по данным прежней (Rz_{12}) и новой (Ri_{12}) версий относительного числа солнечных пятен в интервале 1948–1979 г., в котором индексы Rz_{12} и Rr_{12} практически совпадают: $|Rz_{12} - Rr_{12}| < 0.5$ [Деминов и Деминова, 2019]. Уравнение (3) без учета последнего члена отражает известную корреляционную связь между индексами Rz_{12} и F_{12} , которая приведена, например, в модели IRI. Последний член уравнения (3) становится существенным только при низкой солнечной активности и до некоторой степени устраняет недостатки индекса F_{12} как индикатора солнечной активности для $foF2$ при этом уровне

солнечной активности [Деминов и Деминова, 2019]. Разница между индексами Rz_{12} и Rf_{12} незначительна в интервале 1948–1979 г.: коэффициент корреляции между ними $K = 0.997$, стандартное отклонение $\sigma = 4.0$. Итак, индексы Rz_{12} , Rr_{12} и Rf_{12} являются эквивалентными индексами солнечной активности для медианы $foF2$ в интервале 1948–1979 г., поскольку подстановка каждого из этих индексов в уравнение (1) вместо Rz для данного месяца данного года будет приводить к практически совпадающим значениям $foF2$. Поэтому интервал 1948–1979 г. назван контрольным интервалом.

При анализе амплитуды и формы солнечных циклов используют фильтр с весовой функцией [Hathaway, 2015]:

$$W(t) = \exp(-x^2/2) - (3 - x^2/2) \exp(-2), \quad (4)$$

где $x = t/12$, t измеряется в месяцах, изменяется от $t = -23$ до $t = 23$, и $t = 0$ – данный месяц. Отметим, что $W(t) = 0$ при $|t| = 24$, поэтому фильтр с весовой функцией $W(t)$ называют 24-месячным гауссовым фильтром [Hathaway et al., 1999; Hathaway, 2015]. Такой фильтр почти полностью исключает флуктуации на временных масштабах меньше 1–3 лет и дает один отчетливый максимум цикла солнечной активности для каждого из 24 солнечных циклов [Hathaway, 2015]. Сглаженные значения индексов солнечной активности, полученные с помощью такого фильтра по исходным данным – средним за месяц значениям этих индексов, обозначены как Rr_{24} , Rf_{24} и T_{24} .

Ниже представлены результаты анализа изменений индексов солнечной активности относительно ионосферного индекса этой активности в солнечных циклах 23 и 24, которые были низкими по амплитуде солнечной и геомагнитной активности. Для этого использованы индексы Rr_{12} , Rf_{12} , T_{12} и Rr_{24} , Rf_{24} , T_{24} . Индексы Rz_{12} и Rz_{24} не использованы для данного анализа, поскольку поддержка индекса Rz_{12} была прекращена в конце 2014 г. Обычно начало солнечного цикла определяется по минимуму относительного числа солнечных пятен в изменениях этого индекса со временем. В данном случае, май 1996 г. (1996/05) был началом цикла 23 по данным Rr_{12} и Rr_{24} , 2008/10 и 2008/12 были началами цикла 24 по данным Rr_{24} и Rr_{12} соответственно. За основу можно принять индекс Rr_{24} . В этом случае интервал 1996/05–2008/10 соответствовал циклу 23. Завершение цикла 24 ожидается в конце 2020 или в начале 2021 г. [Upton and Hathaway, 2018], поэтому приблизительно интервал 2008/10–2020/12 будет соответствовать циклу 24. Для анализа этого цикла использованы данные индексов R_{12} до 2018/09 и индексов R_{24} до 2017/05 в соответствии с исходной базой данных средних за месяц значений индексов солнечной активности.

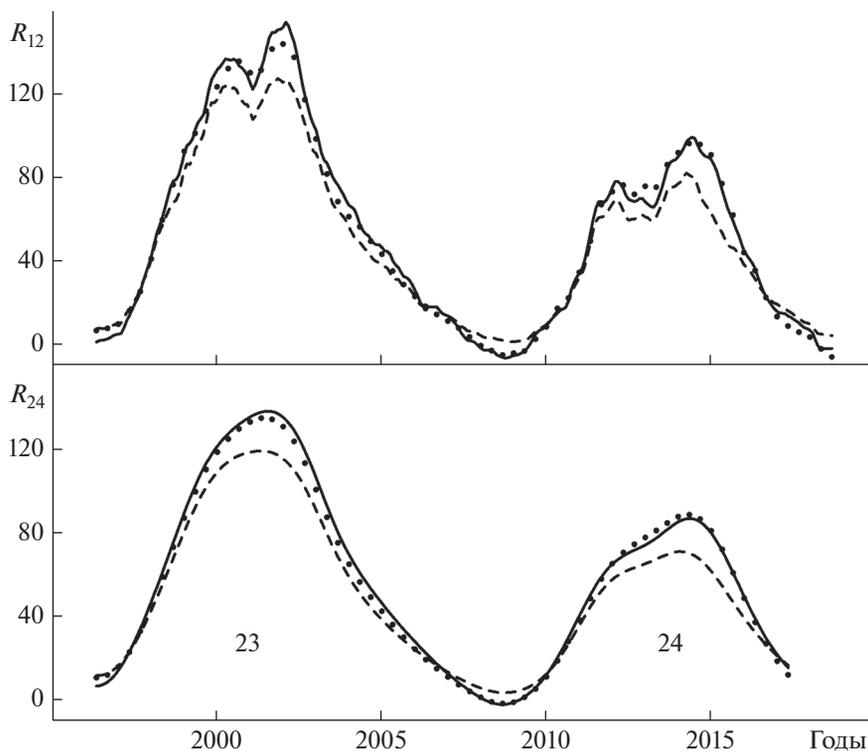


Рис. 1. Средние за 12 мес. (R_{12}) и сглаженные (R_{24}) индексы солнечной активности в солнечных циклах 23 и 24: Rf_{12} и Rf_{24} – сплошные линии, Rr_{12} и Rr_{24} – штриховые линии, T_{12} и T_{24} – точки.

3. СВОЙСТВА ИНДЕКСОВ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ В ЦИКЛАХ 23 И 24

На рисунке 1 приведены изменения анализируемых индексов в солнечных циклах 23 и 24. Видно, что солнечные циклы 23 и 24 по индексам T_{12} , Rr_{12} и Rf_{12} были циклами с двумя максимумами. Интервал между ними называют провалом Гневывшева [Nathaway, 2015]. В цикле 23 провал Гневывшева составлял 1.3 года для Rr_{12} и 1.8 года для Rf_{12} и T_{12} . В цикле 24 этот провал был продолжительнее и составлял 2.1 года для Rr_{12} и 2.3 года для Rf_{12} и T_{12} . В циклах 23 и 24 максимумы Rr_{12} были ниже соответствующих максимумов Rf_{12} и T_{12} . Вторые максимумы циклов 23 и 24 были выше первых, и эта разница для Rf_{12} и T_{12} была более значительной, чем для Rr_{12} . В циклах 23 и 24 индексы Rf_{12} и T_{12} слабо отличались: среднее квадратичное отклонение между ними $\sigma = 3.6$ и их среднее арифметическое отклонение (сдвиг) $d = 0.8$. В эти циклы средняя разница между индексами Rr_{12} и T_{12} была значительной: $\sigma = 9.9$, $d = 5.2$.

Сглаженные индексы солнечной активности Rr_{24} , Rf_{24} и T_{24} дают один максимум каждого солнечного цикла. Максимальные значения этих индексов в цикле 23 ($Rr_{24} = 119$, $Rf_{24} = 138$, $T_{24} = 135$) наступают в провале Гневывшева, т.е. в интервале между двумя максимумами индексов R_{12} (рис. 1).

В цикле 24 эти максимумы ($Rr_{24} = 71$, $Rf_{24} = 90$, $T_{24} = 89$) наступали вблизи вторых максимумов индексов R_{12} из-за большой продолжительности провала Гневывшева и значительной разницы между первым и вторым максимумами индексов R_{12} . Максимум Rr_{24} наступал раньше максимумов Rf_{24} и T_{24} . Эта разница составляла 1–2 месяца и 2–3 месяца в циклах 23 и 24. В циклах 23 и 24 индексы Rr_{24} и T_{24} отличались значительно ($\sigma = 9.1$, $d = 5.7$), индексы Rf_{24} и T_{24} почти совпадали ($\sigma = 2.8$, $d = 1.4$).

Более наглядно о связи между анализируемыми индексами в течение всего солнечного цикла 23 можно судить по данным, приведенным на рис. 2. Видно, что индексы T_{24} и Rf_{24} практически совпадали в течение этого цикла, и разница между ними была меньше 6. Разница между индексами T_{24} и Rr_{24} могла достигать 16, но эффект гистерезиса отсутствовал, т.е. одному и тому же индексу Rr_{24} на фазах роста и спада солнечного цикла соответствовали практически совпадающие индексы T_{24} .

В солнечном цикле 24 индексы T_{24} и Rf_{24} также практически совпадали, и разница между ними была меньше 5 (рис. 3). В этом цикле разница между индексами T_{24} и Rr_{24} могла достигать 20 и эффект гистерезиса был достаточно ярко выра-

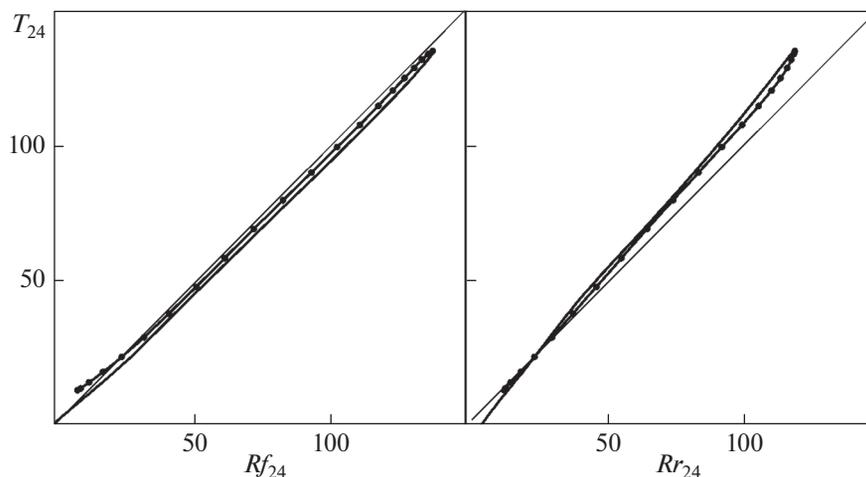


Рис. 2. Связь сглаженного индекса T_{24} с индексами Rf_{24} и Rr_{24} для солнечного цикла 23. Фаза роста цикла выделена точками.

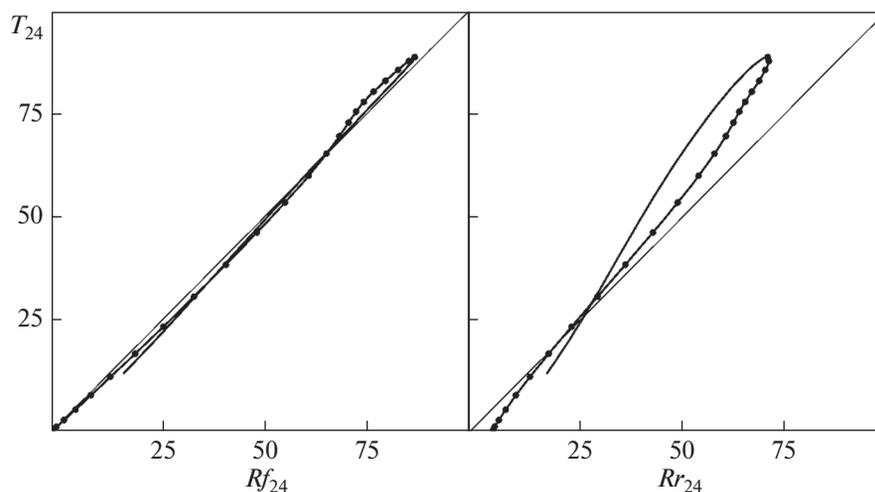


Рис. 3. Связь сглаженного индекса T_{24} с индексами Rf_{24} и Rr_{24} для солнечного цикла 24. Фаза роста цикла выделена точками.

жен. Этот эффект достиг максимума для $Rr_{24} = 50$, когда $T_{24} = 55$ на фазе роста и $T_{24} = 67$ на фазе спада солнечного цикла.

Приведенный выше анализ основан на сопоставлении ионосферного индекса T с солнечными индексами Rr и Rf . Самостоятельный интерес представляет сопоставление индексов солнечной активности Rr_{24} и Rf_{24} . В цикле 24 наблюдался эффект гистерезиса между индексами Rf_{24} и Rr_{24} , который был аналогичен этому эффекту между индексами T_{24} и Rr_{24} (рис. 3), поскольку индексы Rf_{24} и T_{24} практически совпадали для этого цикла. Дополнительный анализ показал, что отношение $C_{24} = (Rf_{24})_{\max}/(Rr_{24})_{\max}$ увеличивалось в течение последних солнечных циклов, начиная с цикла 22: отношение C_{24} равно 0.99, 1.02, 1.10, 1.16 и 1.22 для

циклов 20, 21, 22, 23 и 24. Это свойство индексов солнечной активности не противоречит результатам, полученным ранее по другим наборам данных [Демин и др., 2016].

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Магнитное поле Солнца является основной причиной изменчивости солнечной активности, включая изменения этой активности с солнечным циклом [Svalgaard and Hansen, 2013; Balogh et al., 2014; Hathaway, 2015]. Это поле отчетливо уменьшалось в течение последних солнечных циклов и, по-видимому, будет продолжать уменьшаться по крайней мере до 2020 г. [Janardhan et al., 2015]. С уменьшением магнитного поля

Солнца связывают уменьшение амплитуды солнечных циклов [Svalgaard and Hansen, 2013; Valogh et al., 2014; Hathaway, 2015]. Выше отмечалось, что отношение $C_{24} = (Rf_{24})_{\max}/(Rr_{24})_{\max}$ увеличивалось в течение последних солнечных циклов. На основе качественного анализа было получено, что увеличение отношения C_{24} со временем также связано с уменьшением крупномасштабного магнитного поля Солнца, т.е. наблюдаемые для последних солнечных циклов уменьшения значений максимумов солнечных циклов и увеличения отношения C_{24} обусловлены одной и той же причиной [Livingston et al., 2012; Svalgaard and Hansen, 2013]. Увеличение отношения C_{24} при уменьшении магнитного поля Солнца, по-видимому, характерно именно для слабых солнечных циклов. Это позволило утверждать, что Солнце переходит в новый режим низкой активности, который, однако, не подкреплён достаточным набором экспериментальных данных, поскольку аналогичный режим, по-видимому, наблюдался более 100 лет назад [Svalgaard and Hansen, 2013]. Одним из следствий нового режима низкой активности Солнца явилось нарушение эквивалентности между индексами Rr_{24} и T_{24} и сохранение эквивалентности между индексами Rf_{24} и T_{24} . Поэтому индекс Rf является более точным, чем Rr , индикатором солнечной активности для медианы $foF2$, что согласуется с результатами, полученными ранее по другим наборам данных [Деминов и Деминова, 2019].

Следует отметить, что медиана $foF2$ может зависеть не только от солнечной, но и от геомагнитной активности [Деминов и др., 2017]. Обычно для средних за год значений $foF2$ вклад геомагнитной активности не превышает 5–10% на средних широтах [Деминов и др., 2017]. Поэтому ионосферные индексы T_{12} и T_{24} также могут зависеть от геомагнитной активности, но для циклов 23 и 24 эту зависимость можно не учитывать из-за низкой геомагнитной активности в эти периоды. Эквивалентность индексов T_{24} и Rf_{24} для циклов 23 и 24 отражает эту закономерность.

Солнечные циклы 22, 23 и 24 по индексам Rr_{12} и Rf_{12} являются циклами с двойными пиками, в которых максимум цикла 22 соответствует первому пику, максимум цикла 24 второму пику. Поэтому можно предположить, что для нового режима низкой активности характерны циклы с двойными пиками, и для самых низких циклов второй пик становится основным, определяя высоту цикла. Именно для такого второго пика отношение $C_{24} = (Rf_{24})_{\max}/(Rr_{24})_{\max}$ достигло максимума. Кроме того, с этим пиком в значительной степени связан эффект гистерезиса в зависимости T_{24} от Rr_{24} (см. рис. 2). Следует отметить, что эффекты гистерезиса индексов солнечной и ионосферной активности в солнечных циклах от-

мечались неоднократно (см., например, [Bruevich et al., 2016]). Особенность анализируемого эффекта гистерезиса в зависимости T_{24} от Rr_{24} заключается в высокой амплитуде этого эффекта для низкого солнечного цикла 24. Анализ особенностей связи ежедневных индексов солнечной активности (числа солнечных пятен, величин потоков солнечного излучения в различных диапазонах длин волн) с величиной потока солнечного радиоизлучения на длине волны 10.7 см в солнечном цикле 24 показал, что эффект гистерезиса может наблюдаться и между ежедневными индексами солнечной активности [Bruevich et al., 2018]. Здесь использованы средние значения индексов солнечной активности R_{12} и R_{24} , поскольку они передают общие закономерности каждого цикла и именно эти индексы используются для прогноза параметров солнечного цикла [Hathaway, 2015; Upton and Hathaway, 2018].

5. ВЫВОДЫ

Проведен анализ особенностей изменений индексов солнечной активности (F – потока солнечного радиоизлучения на длине волны 10.7 см и Ri – относительного числа солнечных пятен, новая версия) и ионосферного индекса этой активности T в солнечных циклах 23 и 24, которые были низкими по амплитуде солнечной и геомагнитной активности. Для этого рассмотрены скользящие средние за 12 мес. и сглаженные (с помощью 24-месячного фильтра) значения этих индексов. Получены следующие выводы.

1. Зависимость T от F для этих циклов оказалась стабильной и не отличалась от интервалов в предыдущих циклах с относительно низкой солнечной и геомагнитной активностью.

2. Зависимость T от Ri изменялась со временем в циклах 23 и 24 и отличалась от этой зависимости для предыдущих циклов. Кроме того, для цикла 24 наблюдался отчетливый эффект гистерезиса в зависимости сглаженных значений T от Ri , когда на фазах роста и спада солнечного цикла фиксированному значению Ri соответствовали разные значения T . Этот эффект отсутствовал в зависимости T от F . Тем самым подтверждено, что индекс F является более точным индикатором солнечной активности для ионосферы, чем индекс Ri .

3. Уменьшение крупномасштабного магнитного поля Солнца в этих циклах могло быть причиной особенностей формы цикла 24 с максимумом на втором пике этого цикла, обеспечившим эффект гистерезиса в зависимости T от Ri . Обоснование этого предположения требует специального анализа.

6. БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят SIDC, Бельгия за индексы R_i – относительные числа солнечных пятен, версия 2 (<http://sidc.oma.be/silso/>), SWC, Канада за данные F – потоки радиоизлучения Солнца на длине волны 10.7 см (<ftp://ftp.geolab.nrcan.gc.ca/data/>), SWS, Австралия за данные T – ионосферные индексы солнечной активности (http://www.sws.bom.gov.au/HF_Systems/).

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты № 17-02-00300, № 17-02-00308, № 17-05-00427) и Программой № 28 Президиума РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Деминов М.Г. Индекс солнечной активности для долгосрочного прогноза ионосферы // Космич. иссл. Т. 54. № 1. С. 3–9. 2016.
- Деминов М.Г., Непомнящая Е.В., Обридко В.Н. Свойства солнечной активности и ионосферы для солнечного цикла 25 // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 56. № 6. С. 781–788. 2016.
- Деминов М.Г., Деминова Г.Ф., Денуева А.Х., Денуев В.Х. Зависимость медианы критической частоты F2-слоя на средних широтах от геомагнитной активности // Солнечно-земная физика. Т. 3. № 4. С. 74–81. 2017.
- Деминов М.Г., Деминова Г.Ф. Индекс солнечной активности для долгосрочного прогноза критической частоты F2-слоя // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 59. № 2. С. 191–198. 2019.
- Balogh A., Hudson H.S., Petrovay K., von Steiger R. Introduction to the solar activity cycle: Overview of causes and consequences // Space Sci. Rev. V. 186. № 1. P. 1–15. 2014.
- Bilitza D. IRI the international standard for the ionosphere // Adv. Radio Sci. V. 16. P. 1–11. 2018. <https://doi.org/10.5194/ars-16-1-2018>
- Bruevich E.A., Kazachevskaya T.V., Katyushina V.V., Nusinov A.A., Yakunina G.V. Hysteresis of indices of solar and ionospheric activity during 11-year cycles // Geomagn. Aeron. V. 56. № 8. P. 1075–1081. 2016.
- Bruevich E.A., Bruevich V.V., Yakunina G.V. Cyclic variations in the solar radiation fluxes at the beginning of the 21st century // Moscow Univ. Phys. Bull. V. 73. № 2. P. 216–222. 2018.
- Caruana J. The IPS monthly T index // Solar-Terrestrial Prediction: Proc. Workshop at Leura, Australia (October 16–20, 1989). V. 2. P. 257–263. 1990.
- Clette F., Svalgaard L., Vaquero J.M., Cliver E.W. Revisiting the sunspot number: a 400-year perspective on the solar cycle // Space Sci. Rev. V. 186. P. 35–103. 2014.
- Clette F., Cliver E.W., Lefèvre L., Svalgaard L., Vaquero J.M. Revision of the Sunspot Number(s) // Space Weather. V. 13. 2015. <https://doi.org/10.1002/2015SW001264>
- Floyd L., Newmark J., Cook J., Herring L., McMullin D. Solar EUV and UV spectral irradiances and solar indices // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. V. 67. № 1–2. P. 3–15. 2005.
- Hathaway D.H., Wilson R.M., Reichmann E.J. A synthesis of solar cycle prediction techniques // J. Geophys. Res. V. 104. № A10. P. 22375–22388. 1999.
- Hathaway D.H. The Solar Cycle // Living Rev. Solar Phys. V. 12(4). 2015. <https://doi.org/10.1007/lrsp-2015-4>
- ITU-R. Choice of indices for long-term ionospheric predictions // Recommendation ITU-R P. 371-8, International Telecommunication Union, Geneva. 1999.
- Janardhan P., Bisoi S.K., Ananthkrishnan S., Tokumaru M., Fujiki K., Jose L., Sridharan R. A 20 year decline in solar photospheric magnetic fields: Inner-heliospheric signatures and possible implications // J. Geophys. Res. – Space. V. 120. P. 5306–5317. 2015. <https://doi.org/10.1002/2015JA021123>
- Jones W.B., Gallet R.M. The representation of diurnal and geographic variations of ionospheric data by numerical methods // ITU Telecommun. J. V. 29. P. 129–147. 1962.
- Jones W.B., Gallet R.M. The representation of diurnal and geographic variations of ionospheric data by numerical methods, 2. Control of instability // ITU Telecommun. J. V. 32. P. 18–28. 1965.
- Livingston W., Penn M.J., Svalgaard L. Decreasing sunspot magnetic fields explain unique 10.7 cm radio flux // Astrophys. J. Lett. V. 757: L8. 2012. <https://doi.org/10.1088/2041-8205/757/1/L8>
- Lukianova R., Mursula K. Changed relation between sunspot numbers, solar UV/EUV radiation and TSI during the declining phase of solar cycle 23 // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. V. 73. № 2. P. 235–240. 2011.
- Nava B., Coisson P., Radicella S.M. A new version of the NeQuick ionosphere electron density model // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. V. 70. № 15. P. 1856–1862. 2008.
- Svalgaard L., Hansen W.W. Solar activity – past, present, future // J. Space Weather Space Clim. V. 3, A24. 2013. <https://doi.org/10.1051/swsc/2013046>
- Upton L.A., Hathaway D.H. An updated solar cycle 25 prediction with AFT: the modern minimum // Geophys. Res. Lett. V. 45. P. 8091–8095. 2018. <https://doi.org/10.1029/2018GL078387>