

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ИНКРЕМЕНТА НАРАСТАНИЯ ДРЕЙФОВО-ДИССИПАТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НА ФРОНТАХ ЭКВАТОРИАЛЬНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ПУЗЫРЕЙ

© 2020 г. Н. М. Кашченко<sup>1</sup>, \*, М. А. Никитин<sup>1</sup>, \*\*

<sup>1</sup>Балтийский федеральный университет  
им. Иммануила Канта, г. Калининград, Россия

\*e-mail: kaschtschenko@mail.ru

\*\*e-mail: manikitin@mail.ru

Поступила в редакцию 08.07.2019 г.

После доработки 07.08.2019 г.

Принята к публикации 23.01.2020 г.

Данные наземных и спутниковых измерений, а также результаты численного моделирования пространственной структуры экваториальных ионосферных пузырей показывают, что долготные градиенты логарифма электронной концентрации на вертикальных границах пузырей могут достигать значений  $10^{-3} \text{ м}^{-1}$ . При таких градиентах электронной концентрации возможно развитие дрейфово-диссипативной неустойчивости, которая может генерировать неоднородности ионосферной плазмы с пространственно-временными масштабами, характерными для экваториального  $F$ -рассеяния. В данной статье представлены результаты расчетов инкремента нарастания градиентно-дрейфовой неустойчивости на боковых стенках ионосферных пузырей, полученные на основе численного моделирования структуры экваториальных плазменных пузырей и дисперсионного уравнения дрейфово-диссипативной неустойчивости. Моделирование экваториальных плазменных пузырей осуществлялось на основе двумерной численной модели неустойчивости Рэля-Тейлора в экваториальной ионосфере Земли, пригодной для моделирования сильно вытянутых вдоль силовых линий магнитного поля неоднородностей рэлей-тейлоровского и градиентного типов. Результаты численных экспериментов подтверждают возможность генерации дрейфово-диссипативной неустойчивости ионосферной плазмы за счет значительных долготных градиентов плазмы на фронтах развитого экваториального плазменного пузыря.

DOI: 10.31857/S0016794020030074

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Плазменные пузыри в экваториальной  $F$ -области являются сильно неоднородными и нестационарными образованиями. Они характеризуются достаточно широким спектром пространственных масштабов, включающим как среднемасштабные, так и мелкомасштабные неоднородности [Farley et al., 1970; Rottger, 1973, 1976; Woodman, 2009; Reinisch et al., 2004; Saito et al., 2008]. К среднемасштабным неоднородностям можно отнести высотную и долготную структуру развитого пузыря, к мелкомасштабным – эффекты  $F$ -рассеяния. Происхождение среднемасштабных ионосферных пузырей связано с развитием неустойчивости Рэля-Тейлора (НРТ) в ионосферной плазме [Ossakow and Chaturvedi, 1978; Кашченко и др., 1989; Huba et al., 2008], мелкомасштабных – с развитием градиентных неустойчивостей плазмы, в частности, дрейфово-диссипативной неустойчивости [Costa and Kelley, 1978].

В данной работе на основе численной модели ионосферных пузырей рассмотрен вопрос о возможности развития дрейфово-диссипативной неустойчивости на фронтах экваториальных плазменных пузырей (ЭПП). Основанием для подобного сценария являются большие долготные градиенты логарифма концентрации плазмы на фронтах развитых пузырей, которые могут достигать значения  $10^{-3} \text{ м}^{-1}$  и более. Из-за сложности одновременного учета развития рэлей-тейлоровской и дрейфово-диссипативной неустойчивостей инкремент нарастания дрейфово-диссипативной неустойчивости рассчитывается в линейном приближении на основе характеристик ионосферного пузыря, смоделированного на двумерной модели в предположении сильной вытянутости плазменного пузыря вдоль силовых линий геомагнитного поля [Кашченко и др., 1989, 2018].

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ-ТЕЙЛОРА

Математическую основу численной модели составляют уравнения плазменной гидродинамики, содержащие следующие уравнения:

– уравнения непрерывности ионов (концентрация электронов выражается через концентрацию ионов в предположении квазинейтральности ионосферной плазмы):

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \mathbf{V}_j) = Q_j - L_j \quad (1)$$

– уравнения движения ионов и электронов в диффузионном приближении:

$$-\frac{\nabla p_j}{n_j m_j} + \frac{e_j}{m_j} (\mathbf{E} + \mathbf{V}_j \times \mathbf{B}) - v_{jn} (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_n) - \sum_{l \neq j} v_{jl} (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_l) + \mathbf{g} = 0 \quad (2)$$

– уравнения теплопроводности ионов и электронов:

$$\frac{3}{2} n_j k \left( \frac{\partial T_j}{\partial t} + (\mathbf{V}_j \nabla) T_j \right) + p_j \nabla \mathbf{V}_j + \nabla \mathbf{q}_j = G_j - P_j \quad (3)$$

– уравнения потенциальности электрического поля:

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (4)$$

– уравнения непрерывности электрического тока:

$$\nabla \mathbf{J} \equiv \nabla \sum e_j n_j \mathbf{V}_j = 0, \quad (5)$$

где  $j$  – сорт заряженных частиц: ионов  $O^+$  и  $NO^+$  и электронов;  $\mathbf{V}_j$  – скорости заряженных частиц;  $Q_j, L_j$  – скорости образования и потерь ионов;  $n_j$  – концентрация заряженных частиц;  $m_j$  – масса заряженных частиц;  $e_j$  – заряд частиц;  $p_j$  – давление газа заряженных частиц;  $v_{jn}$  – частоты соударений заряженных частиц с нейтралами;  $v_{jl}$  – частоты столкновений между заряженными частицами;  $T_j$  – температура заряженных частиц;  $\mathbf{q}_j$  – плотность теплового потока;  $G_j, P_j$  – скорости нагрева и скорость охлаждения заряженных частиц; индексы указывает на типы частиц;  $k$  – постоянная Больцмана;  $\mathbf{E}$  – напряженность электрического поля;  $\mathbf{J}$  – плотность электрического тока.

Далее будем считать, что вследствие замагниченности ионосферной плазмы  $F$ -области процессы переноса вдоль магнитного поля будут определяться столкновениями, а поперек поля – дрейфовым движением плазмы. Из-за сильной анизотропии, обусловленной магнитным полем Земли, процессы диффузионного переноса и теплопроводности в области  $F$  экваториальной ионосферы происходят в основном вдоль силовых линий геомагнитного поля, а благодаря усло-

вию электростатики (4) электрическое поле потенциально:

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi, \quad (6)$$

где  $\Phi$  – потенциал электрического поля.

Магнитное поле Земли будем считать постоянным по времени и дипольным, поэтому размерность уравнения для потенциала (5) может быть понижена до двух интегрированием вдоль силовых линий магнитного поля уравнения непрерывности электрического тока:

$$\nabla_{\perp} (\hat{\sigma} \nabla_{\perp} \Phi) = \nabla_{\perp} \mathbf{A}, \quad (7)$$

где  $\hat{\sigma}$  – тензор интегральных проводимостей поперек магнитного поля.

Для вычисления параметров нейтральных частиц использовалась глобальная термосферная модель MSIS [Hedin, 1977a; Hedin, 1977b]. Начальные значения вычисляемых переменных для численных экспериментов задавались путем решения низкоширотной модели ионосферы до получения периодического по суткам решения.

В данной работе численное моделирование системы уравнений (1–7) проводится в предположении достаточно развитых ЭПП, вытянутых вдоль магнитного поля Земли [Кашенко и др., 1989, 2018]. Это позволяет существенно упростить математическую модель экваториальных пузырей, используя двумерную запись уравнений модели в экваториальной плоскости, перпендикулярной магнитным силовым линиям. В результате двумерное приближение модели (1–7) включает в себя двумерные уравнения непрерывности ионов, двумерные уравнения движения ионов и электронов в диффузионном приближении, двумерные уравнения теплопроводности ионов и электронов и уравнения (6, 7).

Для численного решения полученной модели и используется прямоугольная система координат, через  $x$  обозначена координата, направленная вдоль геомагнитного поля Земли, через  $y$  обозначена горизонтальная координата, направленная на восток, через  $z$  – вертикальная координата, направленная вверх.

## 3. МОДЕЛЬ ДРЕЙФОВО-ДИССИПАТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

В условиях развитого плазменного пузыря формируются значительные градиенты концентрации плазмы в горизонтальном направлении поперек геомагнитного поля (вдоль координаты  $y$ ). Эти градиенты способны породить поперечную дрейфовую волну, распространяющуюся со скоростью дрейфового движения электронов в плоскости  $x$ – $z$ . Возмущения концентрации электронов  $n^1$  в такой волне имеют вид:

$$n^1 = A(y)\exp(-i\omega t + ik_x x + ik_z z). \quad (8)$$

Характерные соотношения волновых чисел  $k_x$  и  $k_z$  в выражении (8) могут быть определены на основании следующих соображений. В развитом плазменном пузыре пространственные характеристики имеют следующие масштабы:  $L_x \approx 100$  км (за счет сильной вытянутости вдоль геомагнитного поля),  $L_y \approx 1$  км в области “ножки”,  $L_z$  – десятки км в области “шляпки” пузыря. С учетом этих величин, а также данных по характерным размерам неоднородностей  $F$ -рассеяния [Farley et al., 1970; Rottger, 1973, 1976; Saito et al., 2008] и условиям существования дрейфово-диссипативных волн [Чен, 1987]:

$$k_x \ll k_z, \quad V(\text{тепл., ион.}) \ll \omega_d/k_x \ll V(\text{тепл., электр.}),$$

получаем следующие ограничения на волновые числа:

$$k_x < 10^{-2} \text{ м}^{-1}, \quad 10^{-3} \text{ м}^{-1} \ll k_z < 10^{-1} \text{ м}^{-1}.$$

Для нахождения инкремента нарастания дрейфово-диссипативной неустойчивости воспользуемся дисперсионным соотношением, представленным в книге [Рожанский, 2012]. Оно имеет вид:

$$\omega^2 + i\omega\omega_s - i\omega_d\omega_s = 0, \quad (9)$$

здесь  $\omega_s = \frac{k_x^2 \omega_{ce} \omega_{ci}}{k_z^2 0.51v_{ei}}$ ;  $\omega_d = -k_z \frac{kT_e}{eB} \frac{\partial(\ln n_0)}{\partial y}$ ;  $\omega_{ce}$  и  $\omega_{ci}$  – гирочастоты электронов и ионов соответственно;  $T_e$  – температура электронов;  $v_{ei}$  – частота столкновений электронов с ионами.

Разрешая уравнение (9) относительно  $\omega$ , найдем его мнимую часть – инкремент нарастания дрейфово-диссипативной неустойчивости:

$$\gamma_d = -\frac{\omega_s}{2} + \sqrt{\frac{\omega_s^2}{8} + \frac{\omega_s}{8} \sqrt{\omega_s^2 + 16\omega_d^2}}. \quad (10)$$

Выражение (10) использовано далее для расчета инкремента нарастания дрейфовой волны.

## 4. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

### 4.1. Условия численного моделирования

Численное моделирование проводилось в области, ограниченной снизу высотой 100 км, сверху высотой 1700 км, по горизонтали протяженность области интегрирования равна 400 км.

Три уравнения вышеприведенной двумерной модели решались численно конечноразностными методами на квазиравномерных сетках, сгущающихся к центру области решения. Сетка выбрана так, что в центральной области шаги равны 0.8 км по координатам  $y$  и  $z$ .

Условия расчетов соответствовали среднему уровню солнечной активности с  $F10.7 = 150$  и уровню геомагнитной активности  $k_p = 3$ .

Для потенциала граничные условия заданы через фоновое электрическое поле. Восточная компонента фонового электрического поля задавалась модельно положительным значением (в представленных расчетах  $10^{-3}$  В/м).

Для концентраций и температур на нижней границе заданы соответственно условия химического равновесия и равенства нейтральной температуре, вверху и на боковых границах задано условие равенства нулю потоков.

Начальные неоднородности электронной концентрации плазмы, в дальнейшем развивающиеся в результате НРТ в ЭПП, в данной работе задавались модельно круглой формы по формуле:

$$n_i = n_{i0} (1 + (a_n - 1) \times \exp(-((y - y_0)/r_y)^2 - ((z - z_0)/r_z)^2)),$$

где  $n_{i0}$  – фоновая концентрация ионов;  $a_n$  – отношение концентрации в центре неоднородности к фоновому значению концентрации на этой высоте, в представленных расчетах используется значение 1/2;  $(y_0, z_0)$  – координаты центра начальной неоднородности;  $r_y, r_z$  – полурадиусы области начальной неоднородности по координатам  $y$  и  $z$  соответственно, в представленных расчетах оба полурадиуса равны 5 км.

### 4.2. Используемые численные методы

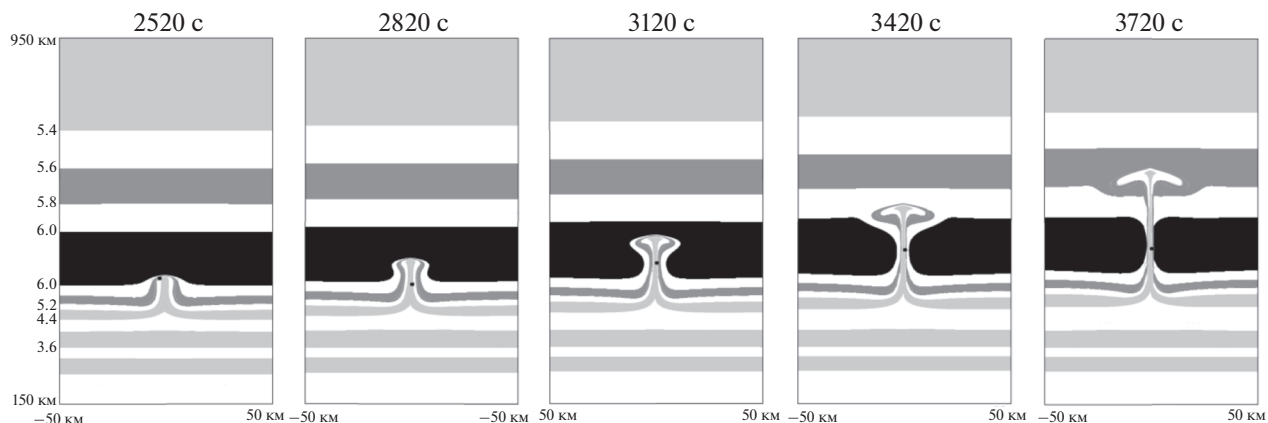
Уравнения двумерной модели являются уравнениями переноса поперек магнитного поля, особенностью которых является слабая сжимаемость ионосферной плазмы, поскольку для ионосферной плазмы выполнено условие:

$$\nabla_{\perp}(\mathbf{V}) \approx 0.$$

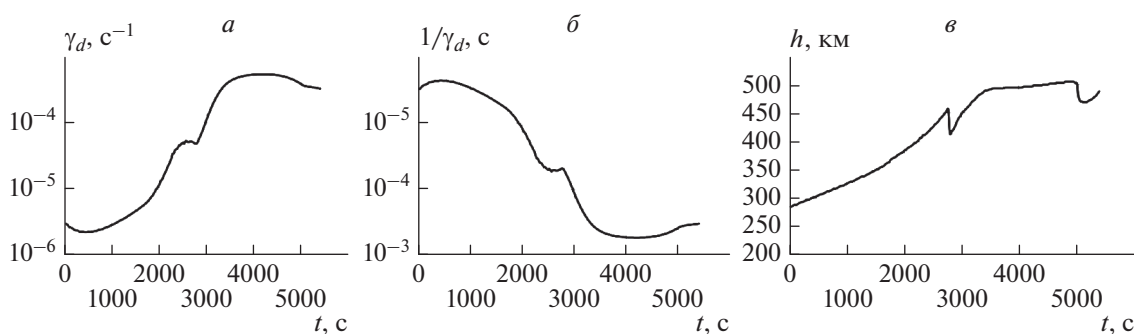
Уравнение движения двумерной модели алгебраическое по отношению к дрейфовой скорости заряженных частиц. Уравнение потенциала двумерной модели – эллиптическое с несамосопряженным оператором, сильно зависящим от концентраций заряженных частиц.

Для решения уравнений модели использованы конечно-разностные методы второго порядка точности. Применение двумерного приближения математико-численной модели позволяет использовать достаточно подробные вычислительные сетки, что важно по причине малых поперечных размеров основания плазменных пузырей.

Разностные схемы, предназначенные для решения уравнений переноса в задачах моделирования НРТ, должны обладать достаточной точностью при моделировании на сравнительно грубых сетках. Основная проблема для рассматриваемых



**Рис. 1.** Распределение электронной концентрации в разные моменты времени от начала инициализации в плоскости магнитного экватора. Метки на границах зон – десятичный логарифм от электронной концентрации.



**Рис. 2.** Зависимости инкремента нарастания дрейфово-диссипативной неустойчивости (а), времени нарастания (б) и высоты максимума инкремента (в) от времени с начала инициализации плазменного пузыря для значений волновых чисел  $k_x = 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ ,  $k_z = 10^{-2} \text{ м}^{-1}$ .

задач – усиление неоднородностей механизмом НРТ в режиме с обострением. При этом могут усиливаться и погрешности аппроксимации, что приводит к нефизическим результатам. Поэтому выбор метода решения уравнений переноса в задачах моделирования НРТ является ключевой проблемой.

Двумерные уравнения переноса решаются по схеме расщепления, симметризованной для получения второго порядка точности. Для решения одномерных уравнений переноса выбран монотонный метод с нелинейной коррекцией потоков и выбором ограничителя minmod [Ладонкина и др., 2009; Сафронов, 2010].

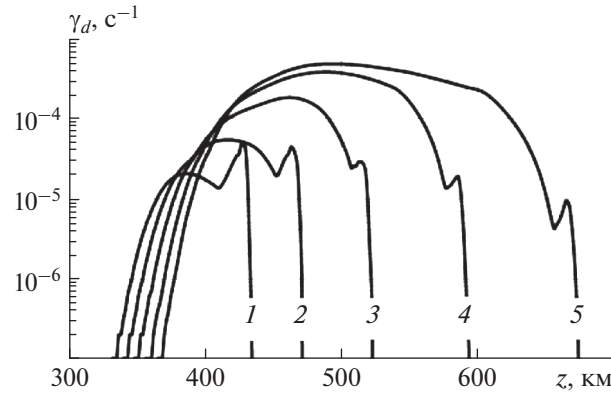
Для решения уравнения потенциала электрического поля применен геометрический многосеточный метод.

### 5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

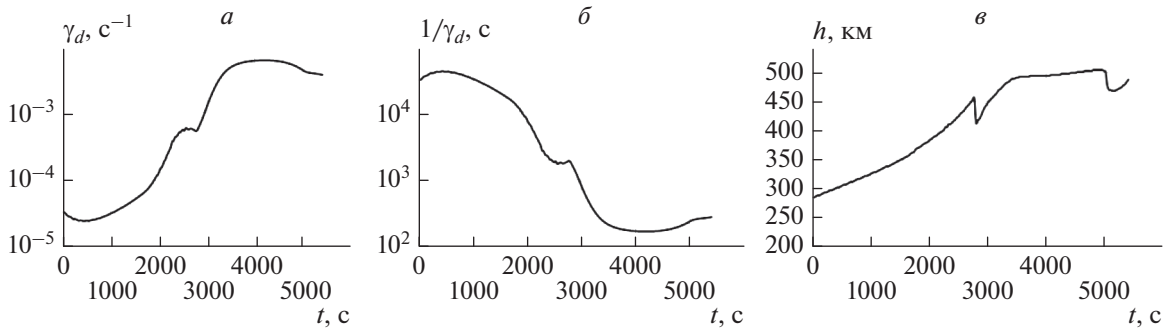
Численная модель НРТ (1–5) была использована для нахождения долготно-высотных профи-

лей и соответственно долготных и высотных градиентов ионосферной плазмы в экваториальном пузыре, определяющих величину инкремента нарастания дрейфово-диссипативной неустойчивости. На рисунке 1 представлены используемые в расчетах профили, рассчитанные для области размером 100 км по долготе и в диапазоне от 150 км до 950 км по вертикали в разные моменты времени от начала инициализации плазменного пузыря. Черная точка соответствует положению максимального значения инкремента нарастания дрейфово-диссипативной неустойчивости (9). Как показывают данные рис. 1, зона максимального значения инкремента нарастания дрейфово-диссипативной неустойчивости находится вблизи максимума *F*-области.

На рисунке 2 приведены рассчитанные зависимости максимального значения инкремента нарастания  $\gamma_d$  ( $\text{с}^{-1}$ ) дрейфово-диссипативной неустойчивости (а), характерного времени  $1/\gamma_d$  (с) (б) и высоты максимального значения инкремента нарастания  $\gamma_d$  (км) (в) для  $k_x = 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ ,  $k_z = 10^{-2} \text{ м}^{-1}$ .



**Рис. 3.** Зависимости инкремента нарастания дрейфово-диссипативной неустойчивости  $\gamma_d$  от высоты  $z$  для моментов времени с начала инициализации плазменного пузыря 2520 с (1), 2820 с (2), 3120 с (3), 3420 с (4) и 3720 с (5) и для значений волновых чисел  $k_x = 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ ,  $k_z = 10^{-2} \text{ м}^{-1}$ .



**Рис. 4.** Зависимости инкремента нарастания дрейфово-диссипативной неустойчивости (а), времени нарастания (б) и высоты максимума инкремента (в) от времени с начала инициализации плазменного пузыря для значений волновых чисел  $k_x = 3 \times 10^{-4} \text{ м}^{-1}$ ,  $k_z = 10^{-1} \text{ м}^{-1}$ .

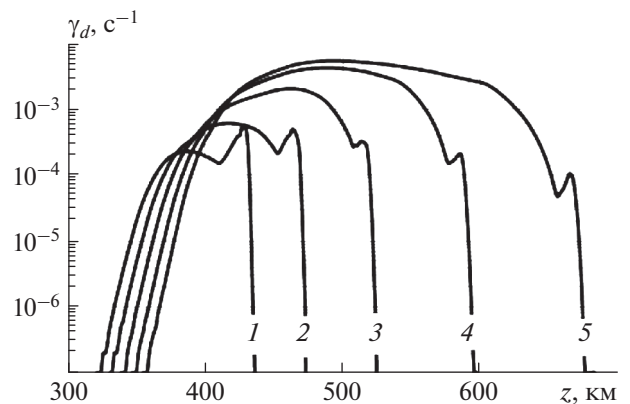
На рисунке 3 приведены рассчитанные зависимости значения инкремента нарастания  $\gamma_d$  ( $\text{с}^{-1}$ ) дрейфово-диссипативной неустойчивости от высоты  $z$  для моментов времени с начала инициализации плазменного пузыря 2520 с, 2820 с, 3120 с, 3420 с и 3720 с для указанных выше значений волновых чисел.

Во втором численном эксперименте были заданы следующие параметры волны:  $k_x = 3 \times 10^{-4} \text{ м}^{-1}$ ,  $k_z = 10^{-1} \text{ м}^{-1}$ , что также соответствует указанным выше ограничениям. Результаты расчетов представлены на рис. 4 и 5.

Зависимости от времени с начала инициализации плазменного пузыря важных для оценок инкремента нарастания дрейфово-диссипативной неустойчивости параметров  $\omega_d$  и  $\omega_s$  в точке максимума инкремента приведены на рис. 6. Слева — для первого численного эксперимента, справа — для второго численного эксперимента.

На рисунках 2—6 в кривых временных и высотных зависимостей имеется характерные изломы. Эти изломы появляются в результате “перескока” области максимального инкремента нарастания

дрейфово-диссипативной неустойчивости с области шляпки грибовидного плазменного пузыря



**Рис. 5.** Зависимости инкремента нарастания дрейфово-диссипативной неустойчивости  $\gamma_d$  от высоты  $z$  для моментов времени с начала инициализации плазменного пузыря 2520 с (1), 2820 с (2), 3120 с (3), 3420 с (4) и 3720 с (5) и для значений волновых чисел  $k_x = 3 \times 10^{-4} \text{ м}^{-1}$ ,  $k_z = 10^{-1} \text{ м}^{-1}$ .

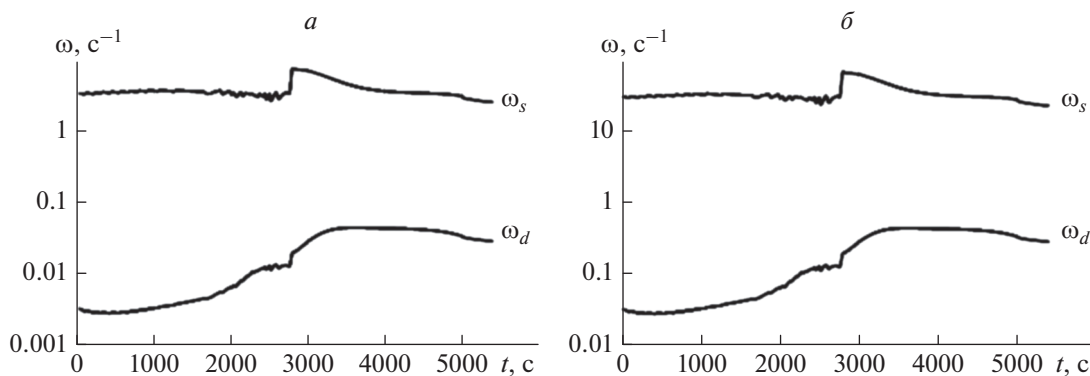


Рис. 6. Зависимости  $\omega_d$  и  $\omega_s$  от времени развития ионосферного пузыря.

в область его ножки за счет динамики самого пузыря.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные выше результаты численных экспериментов позволяют сделать следующие выводы.

1. Долготные градиенты электронной концентрации на боковых фронтах развитого ионосферного пузыря могут быть эффективным механизмом развития дрейфово-диссипативной неустойчивости.

2. Инкремент нарастания дрейфово-диссипативной неустойчивости сильно зависит от соотношения волновых чисел продольного по магнитному полю  $k_x$  и высотного  $k_z$ .

3. Максимальные инкременты нарастания имеют место для мелкомасштабных по высоте неоднородностей с характерным масштабом порядка десятков метров, что совпадает с данными наблюдений экваториального F-рассеяния.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Кащенко Н.М., Ишанов С.А., Мацневский С.В. Развитие неустойчивости Рэлея – Тейлора в экваториальной ионосфере и геометрия начальной неоднородности // Математическое моделирование. Т. 30(9). С. 21–32. 2018.
- Кащенко Н.М., Мацневский С.В., Никитин М.А. Ионосферные пузыри: ионный состав, скорости движения плазмы и структура // Изв. вузов. Радиофизика. Т. 32(11). С. 1320–1326. 1989.
- Ладонкина М.Е., Неклюдова О.А., Тишкин В.Ф., Чеванин В.С. Об одном варианте существенно неосциллирующих разностных схем высокого порядка точности для систем законов сохранения // Математическое моделирование. Т. 21(11). С. 19–32. 2009.
- Рожанский В.А. Теория плазмы. СПб.: Изд-во “Лань”. 320 с. 2012.
- Сафронов А.В. Оценка точности и сравнительный анализ разностных схем сквозного счета повышенного

порядка // Вычислительные методы и программирование. Т. 11(1). С. 137–143. 2010.

– Чен Ф. Введение в физику плазмы. М.: Мир. 398 с. 1987.

– Costa E., Kelley M.C. Linear theory for collision less drift waves with wavelengths near the ion gyroradius // J. Geophys. Res. V. 83. P. 4365–4368. 1978.

– Farley D.T., Balsley B.B., Woodman R.F., McClure J.P. Equatorial spread F: Implications of VHF radar observations // J. Geophys. Res. V. 75. P. 7199–7216. 1970.

– Hedin A.E., Reber C.A., Newton G.P. et al. A global thermospheric model based on mass spectrometer and incoherent scatter data MSIS 2. Composition // Ibid. V. 82(A1). P. 2148–2156. 1977a.

– Hedin A.E., Salah J.E., Evans J.E. et al. A global thermospheric model based on mass spectrometer and incoherent scatter data MSIS 1. N2 density and temperature // J. Geophys. Res. V. 82(A1). P. 2139–2147. 1977b.

– Huba J.D., Joyce G., Krall J. Three-dimensional equatorial spread F modeling // Geophys. Res. Lett. V. 35. P. L10102. 2008.

– Ossakow S.L., Chaturvedi P.K. Morphological studies of rising equatorial spread F bubbles // J. Geophys. Res. V. 83. P. 2085–2090. 1978.

– Reinisch B.W., Abdu M., Batista I., Sales G.S., Khmyrov G., Bullett T.A., Chau J., Rios V. Multistation digisonde observations of equatorial spread in South America // Ann. Geophysicae. V. 22. P. 3145–3153. 2004.

– Rottger J. The macro-scale structure of equatorial spread-F irregularities // J. Atmos. Terr. Phys. V. 38. P. 97–101. 1976.

– Rottger J. Wave-like structures of large-scale equatorial spread-F irregularities // J. Atmos. Terr. Phys. V. 35. P. 1195–1206. 1973.

– Saito S., Maruyama T., Ishii M., Kubota M., Ma G., Chen Y., Li J., Duyen C.H., Truong T.L. Observations of small- to large-scale ionospheric irregularities associated with plasma bubbles with a transequatorial HF propagation experiment and spaced GPS receivers // J. Geophys. Res. V. 113(A1). P. 2313. 2008.

– Woodman R.F. Spread-F – an old equatorial aeronomy problem finally resolved? // Ann. Geophysicae. V. 27. № 5. P. 1915–1934. 2009.