

УДК 550.385

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ПИТЧ-УГЛОВОЙ АНИЗОТРОПИИ ЭНЕРГИЧНЫХ ПРОТОНОВ В ДНЕВНОМ СЕКТОРЕ МАГНИТОСФЕРЫ, ОБУСЛОВЛЕННОЙ ДРЕЙФОМ ЧАСТИЦ В НЕДИПОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

© 2020 г. А. А. Любич<sup>1</sup>, А. Г. Демехов<sup>1, 2, \*</sup>, А. Г. Яхнин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Полярный геофизический институт, г. Апатиты (Мурманская обл.), Россия

<sup>2</sup>Институт прикладной физики РАН (ИПФ РАН), г. Нижний Новгород, Россия

\*e-mail: andrei@ipfran.ru

Поступила в редакцию 20.12.2019 г.

После доработки 31.12.2019 г.

Принята к публикации 23.01.2020 г.

В работе анализируется влияние долготного дрейфа протонов из ночного сектора магнитосферы Земли на параметры питч-угловой анизотропии потоков протонов в дневном секторе. Рассматривается дрейф в магнитном поле, вызванный кривизной силовых линий и градиентом магнитного поля, в отсутствие сторонних сил. Для описания внешнего геомагнитного поля используется модель Цыганенко T96. Дрейф протонов рассчитывается в приближении движения ведущего центра в экваториальной плоскости магнитосферы, то есть после усреднения по баунс-колебаниям частиц между зеркальными точками. Исследовано влияние на величину анизотропии двух эффектов. Первый эффект связан с изменением питч-угла протонов в процессе их долготного дрейфа. Показано, что этот эффект может значительно (вплоть до ~6 раз в зависимости от входных параметров модели T96) увеличивать поперечную анизотропию протонов при их дрейфе с ночной стороны на дневную. Второй эффект обусловлен расщеплением дрейфовых оболочек, вследствие которого на одну и ту же силовую линию на дневной стороне приходят протоны из ночного сектора с разных радиальных расстояний: чем меньше питч-угол частицы, тем с больших расстояний начинается ее дрейфовое движение. В результате наличие радиального градиента потоков протонов на ночной стороне магнитосферы может привести к появлению питч-угловой анизотропии потоков в дневном секторе, достаточной для генерации ЭМИЦ волн, даже если в ночном секторе потоки были изотропны по питч-углам. Исследована зависимость этой анизотропии от радиального градиента потока протонов на ночной стороне. Максимальная анизотропия в дневном секторе, возникающая за счет долготного дрейфа в геомагнитном поле, может достигаться на расстояниях от 5.3 до  $10R_E$  в зависимости от входных параметров модели T96.

DOI: 10.31857/S0016794020040094

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Теоретический анализ циклотронного взаимодействия волн и заряженных частиц в магнитосферных условиях продолжается уже более 50-ти лет, начиная с работы [Сагдеев и Шафранов, 1960]. В одной из пионерских работ Kennel and Petschek [1966] получили выражения для инкремента циклотронных волн в линейном приближении, представив эти выражения в удобной для использования форме. В частности, было показано, что ключевыми параметрами для генерации ЭМИЦ волн являются величины потоков энергичных протонов и их питч-угловой анизотропии. Lubchich and Semenova [2015] рассчитали инкремент неустойчивости ЭМИЦ волн, используя эмпирические модели распределения плотности

холодной плазмы и потоков энергичных протонов с питч-углом  $90^\circ$  в экваториальной области магнитосферы. При этом величина питч-угловой анизотропии была неизвестной и задавалась произвольным параметром. Коэффициент усиления ЭМИЦ волн, оказался максимальным в 14–20 MLT, что было связано с заданным распределением холодной плазмы. Любич и др. [2017] рассчитали коэффициент усиления ЭМИЦ волн для конкретного события, используя данные двух спутников RBSP о потоках протонов на разных энергиях и питч-углах, т.е. с учетом измеренной питч-угловой анизотропии. Во время рассматриваемого события волны были зарегистрированы только на одном из двух спутников, при этом временной интервал, когда расчеты дают высокий коэффициент усиления ЭМИЦ волн, соответ-

ствовал интервалу их наблюдения. Отсутствие наблюдаемых ЭМИЦ волн на втором спутнике согласуется с низкими значениями инкремента на его траектории. Статистический анализ (на основе ~300 событий) питч-угловой анизотропии протонов в связи с наблюдениями ЭМИЦ волн на спутниках RBSP выполнен в работе [Noh et al., 2018], где показано, что генерация ЭМИЦ волн, действительно, связана с повышенной питч-угловой анизотропией энергичных протонов.

Пространственное распределение питч-угловой анизотропии энергичных протонов было рассмотрено в работе [Wang et al., 2013] по данным спутников THEMIS. Оказалось, что на расстояниях  $>7R_E$  потоки протонов с энергией выше 1 кэВ обычно являются изотропными по питч-углам в ночном секторе и имеют положительную анизотропию (потоки частиц поперек геомагнитного поля превышают потоки вдоль поля) в дневном секторе магнитосферы. Wang et al. [2013] интерпретировали положительную анизотропию в дневном секторе как результат дрейфа протонов в несимметричном магнитном поле, при котором происходит расщепление дрейфовых оболочек для частиц имеющих разные питч-углы [Roederer, 1970].

Надо заметить, что рост питч-угловой анизотропии с удалением от полуночного сектора можно получить даже в простейшей модели дипольного магнитного поля за счет зависимости скорости дрейфа от питч-угла частицы и ее энергии. Как известно, скорость долготного дрейфа в дипольном поле растет прямо пропорционально энергии и возрастает с увеличением питч-угла, например, [Hamlin et al., 1961]. Вследствие такой зависимости в передней части дрейфующего облака инжектированных в процессе развития суббури энергичных частиц будет наблюдаться положительная анизотропия, растущая с увеличением расстояния от области инъекции. Рост может продолжаться до момента развития циклотронной неустойчивости. Анализ долготного дрейфа облака инжектированных частиц для конкретного события приведен, например, в работе [Lubchich et al., 2006].

Модель дрейфа в дипольном поле является очень сильным упрощением для описания движения заряженных частиц в реальной магнитосфере Земли. Для лучшего приближения к реальной картине движения частиц иногда применяют более сложные аналитические модели магнитного поля. Например, McCollough et al. [2012] анализировали движение протонов с использованием аналитической модели магнитного поля, в которой к дипольному полю добавляется эффект сжатия магнитосферы солнечным ветром. Но чаще используют полуэмпирические модели геомагнитного поля. В таких моделях параметриче-

ски задается вклад разных внешних источников магнитного поля, таких как кольцевой ток, токовые системы хвоста магнитосферы, токи на магнитопаузе и т.д. Параметры моделей подбираются на основе большого набора спутниковых измерений. Приведем несколько примеров использования таких моделей. Reeves et al. [1991] для анализа дрейфа энергичных частиц использовали модель TU82 [Tsyganenko and Usmanov, 1982]. Takahashi et al. [1997] моделировали движение инжектированных протонов, используя модель T89, зависящую от величины  $kp$ -индекса [Tsyganenko, 1989]. В обеих работах был отмечен эффект расщепления дрейфовых оболочек, согласно которому заряженные частицы с разными питч-углами дрейфуют по разным траекториям [Roederer, 1970; Shabansky, 1971]. Частицы, начавшие дрейф на ночной стороне на одинаковом радиальном расстоянии, оказываются на дневной стороне на разных расстояниях — чем больше питч-угол частицы, тем дальше от Земли располагается ее дрейфовая траектория. Как следствие, в процессе дрейфа может меняться питч-угловая анизотропия потока энергичных частиц.

В нашей работе мы проведем анализ возможных причин повышенной анизотропии в дневном секторе с использованием эмпирической модели T96 [Tsyganenko, 1995, 1996] и исследование зависимости анизотропии от геофизических условий. Насколько нам известно, такой количественный анализ ранее не проводился.

## 2. МОДЕЛЬ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Одним из отличий модели T96 от T89 является учет в явном виде реалистичного положения магнитопаузы. Модель параметризуется четырьмя величинами — динамическим давлением солнечного ветра, значением  $Dst$ -индекса и поперечными компонентами межпланетного магнитного поля  $B_{yIMF}$  и  $B_{zIMF}$ . Для расчетов величины магнитного поля и трассирования вдоль его силовых линий будем использовать пакет подпрограмм, размещенный на персональной странице автора модели (<http://geo.phys.spbu.ru/~tsyganenko/modeling.html>). Будем анализировать долготное движение энергичных протонов в геомагнитном поле в отсутствии внешних сил в приближении ведущего центра, проводя усреднение по колебаниям вдоль силовых линий между зеркальными точками. Основные формулы для такого приближения даны, например, в книге [Roederer, 1970]. Предполагается выполнение первого и второго адиабатических инвариантов для движущейся заряженной частицы. Сохранение магнитного потока сквозь круговую орбиту протона вокруг силовой линии позволяет определить величину магнитного поля  $B_{max}$  в зеркальных точках:

$$B_{\max} = \frac{B}{\sin^2 \alpha}. \quad (1)$$

Здесь  $B$  и  $\alpha$  – величина магнитного поля и питч-угол частицы в произвольной точке магнитной силовой линии. Сохранение продольного импульса частицы при ее колебаниях между зеркальными точками на силовой линии, имеющими координаты  $s_{m_1}$  и  $s_{m_2}$ , дает второе условие:

$$I = \int_{s_{m_1}}^{s_{m_2}} \sqrt{1 - \frac{B(s)}{B_{\max}}} ds. \quad (2)$$

Интеграл берется вдоль силовой линии магнитного поля. Условие сохранения  $B_{\max}$  и  $I$  в процессе долготного дрейфа позволяет найти траекторию долготного вращения заряженных частиц вокруг Земли.

Строго говоря, приближение о безвихревом магнитном поле, использованное при выводе формул для долготного дрейфа частиц в магнитосфере Земли [Roederer, 1970], может оказаться нарушенным в случае полуэмпирических моделей геомагнитного поля. Однако, Шухтина и Сергеев [1991], проведя прямой численный расчет движения ведущего центра при его колебаниях вдоль силовой линии, показали справедливость используемого приближения для модели Цыганенко Т89. Позже Shukhtina [1993] аналитически доказала справедливость этого приближения для широкого класса полуэмпирических моделей геомагнитного поля. В частности, можно ожидать, что приближение останется справедливым и для используемой нами модели Т96. Формулы баунс-усредненного дрейфа [Roederer, 1970] применяются в модели переноса и ускорения частиц внутренней магнитосферы (ИМРТАМ) (например, Ganushkina et al. [2012] и ссылки там) с использованием в том числе и модели внешнего поля Т96.

### 3. АЛГОРИТМ И РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

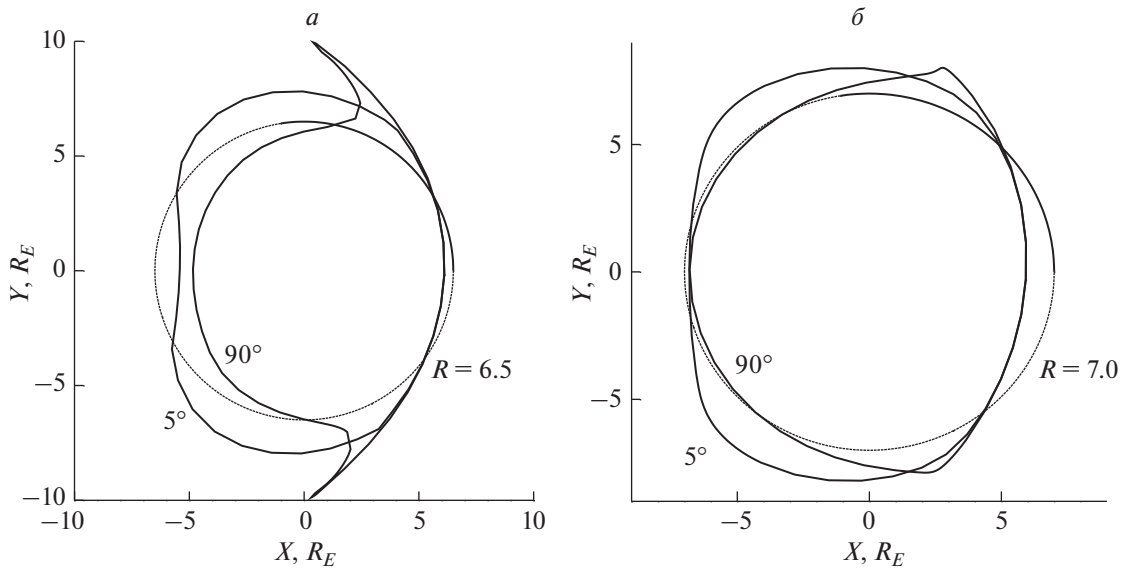
#### 3.1. Алгоритм расчета

Для внутреннего геомагнитного поля использовалась модель IGRF-GSW-08 (см. <http://geo.phys.spbu.ru/~tsyganenko/Geopack-2008.html>). Внешнее геомагнитное поле рассчитывалось по модели Цыганенко Т96. Для расчетов используем систему координат GSM. На величину магнитного поля влияет в том числе и ориентация оси геомагнитного диполя, определяемая датой и временем события. Однако анализ зависимости дрейфа протонов от ориентации оси геомагнитного диполя не является целью работы. Поэтому расчеты проведены для фиксированных времени и даты, выбранных случайным образом: 21:00 UT 16 декабря 1997 г.

Для модели Т96 известен достоверный диапазон изменения входных параметров:  $P_{\text{dyn}} \in [0.5; 10]$  (нПа);  $Dst \in [-100; +20]$  (нТл);  $B_{y_{\text{IMF}}} \in [-10; +10]$  (нТл);  $B_{z_{\text{IMF}}} \in [-10; +10]$  (нТл). Рассматривались входные параметры модели, лежащие в этих диапазонах. Нас интересует питч-угловое распределение дрейфующих вокруг Земли энергичных протонов на дневной стороне при заданном питч-угловом и радиальном распределении на ночной стороне.

Для выбранных входных параметров модели определялась самая дальняя от Земли замкнутая дрейфовая траектория для частиц, имеющих питч-угол  $90^\circ$ . Для этого задавалась точка внутри магнитосферы, лежащая на оси Земля–Солнце ( $X > 0, Y = 0, Z = 0$ ). Через эту точку проводилась силовая линия геомагнитного поля. Определялось минимальное значение  $B_{\min}$  магнитного поля на данной силовой линии. При некоторых параметрах на силовой линии оказывалось несколько локальных минимумов поля (два или больше). В этом случае брался минимум с самым малым значением магнитного поля. При наличии нескольких минимумов на одной силовой линии появляются дополнительные эффекты, связанные с ветвлением дрейфовых оболочек [Шабанский, 1972]. Анализ таких эффектов выходит за рамки данной работы. Отметим статью [McCollough et al., 2012] как пример анализа влияния орбит Шабанского на дрейфовое движение энергичных протонов.

Путем изменения азимутального угла в  $XY$ -плоскости находились силовые линии с одинаковым минимальным значением магнитного поля  $B_{\min}$ . Определялось максимальное значение координаты  $X_{\max}$ , при котором точки пересечения этих силовых линий с плоскостью  $XY$  образуют замкнутую дрейфовую орбиту. Обычно это значение  $X_{\max}$  оказывалось близким к магнитопаузе. Однако когда в модели при низком динамическом давлении солнечного ветра задается большое по модулю отрицательное значение  $Dst$ , радиальный профиль наименьшего вдоль силовой линии магнитного поля оказывается немонотонным – поле, уменьшаясь с ростом  $X$ , достигает минимума (речь идет о функции  $B_{\min}(X)$ ), а затем начинает расти при приближении к магнитопаузе. В этом случае  $X_{\max}$  оказывается близким к расстоянию, на котором  $B_{\min}(X)$  достигал минимального значения. При всех входных параметрах причиной незамкнутости дрейфовых орбит при  $X > X_{\max}$  оказывается либо выход дрейфующих протонов на магнитопаузу, либо их уход в далекий хвост магнитосферы. Когда при большом динамическом давлении солнечного ветра задается большое отрицательное значение  $Dst$ , то радиальный профиль  $B_{\min}(R)$  оказывается немонотонным



**Рис. 1.** Декартова проекция вершин силовых линий дрейфовых орбит протонов с питч-углом  $90^\circ$  и  $5^\circ$  ( $5^\circ$  – это питч-угол в вершине полуденной силовой линии) на плоскость  $XY$ . (а) –  $Dst = -100$  нТл, (б) –  $Dst = +20$  нТл.  $P_{dyn} = 10$  нПа,  $B_{yIMF} = -10$  нТл,  $B_{zIMF} = -10$  нТл. Пунктирные линии – окружности радиуса  $6.5$  (а) и  $7.0R_E$  (б), соответствующие расстояниям до точек пересечения оси  $X$  полуденными силовыми линиями на дрейфовых траекториях.

в утреннем и вечернем секторах магнитосферы (при азимутальных углах  $\sim 75^\circ$  и  $\sim 285^\circ$ ). В этом случае дрейфовая орбита протонов может иметь весьма причудливый вид: на некоторых участках траектории дрейф в западном направлении сменяется на дрейф в восточном направлении (при этом происходит плавное радиальное смещение орбиты), а затем опять возвращается к западному дрейфу.

Определив самую дальнюю полуденную силовую линию, пересекающую ось  $X$  на расстоянии  $X_{max}$ , строим дрейфовую орбиту для протонов, имеющих в вершине этой силовой линии питч-угол  $5^\circ$ . Это значение выбрано достаточно малым, но не попадающим в конус потерь на интересующих нас радиальных расстояниях. По формуле (1) вычисляем магнитное поле  $B_{max}$  в точках отражения протона при его баунс-колебаниях вдоль этой силовой линии. Проводя интегрирование вдоль силовой линии, по формуле (2) вычисляем второй адиабатический инвариант  $I$ . Меняя азимутальный угол, находим силовые линии, на которых при данном значении  $B_{max}$  сохраняется второй инвариант  $I$ . Точки пересечения этих силовых линий с плоскостью  $XY$  образуют дрейфовую орбиту для протонов, имеющих в вершине полуденной силовой линии питч-угол  $5^\circ$ . Убеждаемся, что эта траектория также является замкнутой. Если, по какой-либо причине, траектория оказывается незамкнутой (при некоторых входных параметрах возникают проблемы с замыканием дрейфовой траектории в ночном секторе из-за особенностей модели T96), то уменьшаем  $X_{max}$  до

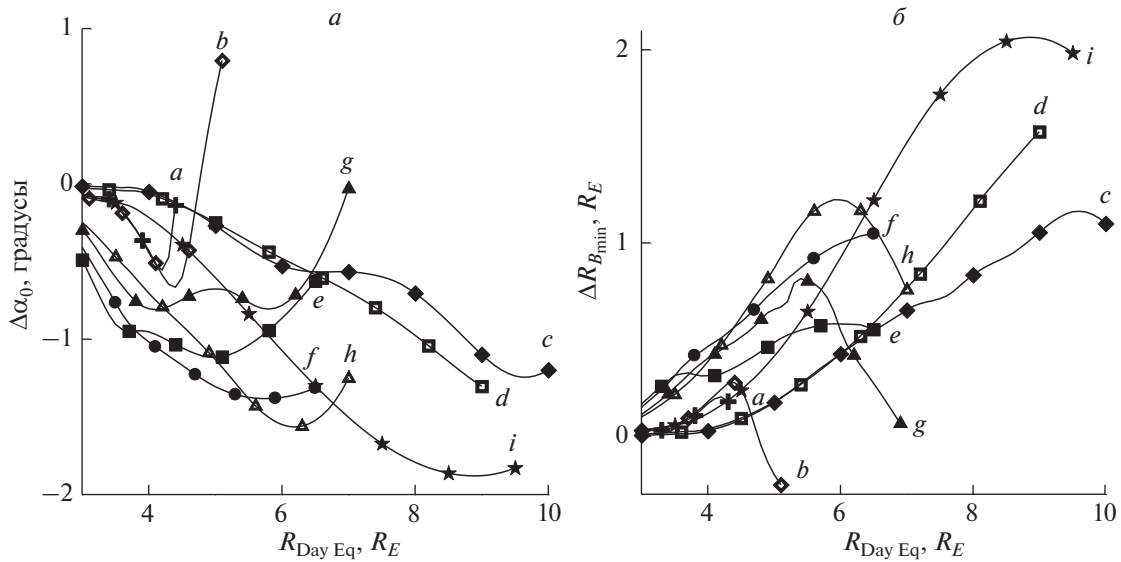
тех пор, пока траектория не станет замкнутой. При разных азимутальных углах, разумеется, получаем разное значение магнитного поля в вершине силовой линии. Соответственно, согласно (1) имеем разные значения питч-угла в вершине силовой линии. В частности, питч-угол на полуночной силовой линии будет отличаться от  $5^\circ$ , так же как и координата пересечения этой линии с осью  $X$  по модулю будет отличаться от  $X_{max}$ .

Примеры проекций вершин силовых линий (точек минимума магнитного поля), по которым дрейфуют энергичные протоны, на  $XY$ -плоскость при двух “экстремальных” наборах входных параметров приведены на рис. 1. В обоих случаях минимум магнитного поля вдоль полуденной силовой линии достигается вне геомагнитного экватора (координата  $Z$  в точке минимума составляла около  $3.4R_E$  (рис. 1а) и  $4.0R_E$  (рис. 1б)). Проекция точки минимума на полуденных силовых линиях на  $XY$ -плоскость расположена ближе к Земле, чем точки пересечения силовыми линиями оси  $X$ .

Определив  $X_{max}$  для данного набора входных параметров, мы варьируем координату точки пересечения полуденной силовой линией оси  $X$  от  $3R_E$  до  $X_{max}$ .

### 3.2. Результаты расчетов

Нас, в первую очередь, интересует, на каком расстоянии и с каким питч-углом  $\alpha_{night 0}$  в вершине полуночной силовой линии будут стартовать



**Рис. 2.** (а) — изменение питч-угла протонов, начинающих дрейфовать с вершины полуночной силовой линии с питч-углом  $\alpha_{\text{night } 0}$  и приходящих в вершину полуденной силовой линии с питч-углом  $5^\circ$ . Здесь  $\Delta\alpha_0 = \alpha_{\text{night } 0} - 5^\circ$ ,  $R_{\text{Day Eq}}$  — координата точки пересечения полуденной силовой линии с осью  $X$ , выраженная в  $R_E$ . (б) — разность расстояний до вершин полуночных силовых линий, с которых начинают дрейф протоны, приходящие в вершину полуденной силовой линии с питч-углами  $5^\circ$  и  $90^\circ$ , соответственно. Значения входных параметров модели Т96, соответствующие зависимостям (а)–(и), приведены в табл. 1. Кривые (а)–(г) соответствуют набору “экстремальных” входных параметров. Вариант (и) соответствует “нейтральному” набору входных параметров.

энергичные протоны, приходящие на полуденную силовую линию с питч-углом  $5^\circ$ . В итоге получена зависимость  $\Delta\alpha_0 = \alpha_{\text{night } 0} - 5^\circ$  от  $X$  для разных наборов входных параметров. Графики зависимостей приведены на рис. 2а. Видно, что  $\Delta\alpha_0$  почти всегда отрицательно, то есть, протоны начинают долготный дрейф с меньшим питч-углом. С ростом радиального расстояния стартовый питч-угол уменьшается, достигает наименьшего значения и затем, как правило, начинает возрастать. Но для входных параметров  $P_{\text{dyn}} = 0.5$  нПа,  $Dst = +20$  нТл,  $Bz_{\text{IMF}} = +10$  нТл и  $V_{\text{IMF}} = -10$  нТл стартовый питч-угол уменьшается вплоть до  $X_{\text{max}}$ . Иногда зависимость  $\Delta\alpha_0(X)$  имеет два минимума. При разном наборе входных параметров минимум  $\Delta\alpha_0$  достигается на разных радиальных расстояниях, изменяющихся в широких пределах.

Используемые в расчетах наборы входных параметров (а)–(и) модели Т96 приведены в таблице 1. Каждый набор включает величину динамического давления солнечного ветра (в нПа),  $Dst$  индекс геомагнитной активности (в нТл),  $V_{\text{IMF}}$  и  $Bz_{\text{IMF}}$  компоненты межпланетного магнитного поля (в нТл). В таблице 1 приведены также величины, характеризующие получаемую конфигурацию геомагнитного поля.  $R_{\text{Day Eq}}$  и  $R_{\text{Day}}$  — расстояния до точки пересечения оси  $X$  и до вершины полуденной силовой линии, на которую в процессе долготного дрейфа приходят протоны с минимальной (максимальной по модулю) разностью

$\Delta\alpha_0 = \alpha_{\text{night } 0} - 5^\circ$  ( $5^\circ$  и  $\alpha_{\text{night } 0}$  — питч-углы в вершинах, соответственно, полуденной и полуночной силовых линий).  $\Delta\alpha_{\text{max}} = (\alpha_{\text{day}} - \alpha_{\text{night}})_{\text{max}}$  — максимальная разность питч-углов дрейфующих протонов на полуночной ( $\alpha_{\text{night}}$ ) и полуденной ( $\alpha_{\text{day}}$ ) силовых линиях.  $\alpha_{\text{day}}$  — полуденный питч-угол, при котором достигается максимальная разность  $\Delta\alpha_{\text{max}}$ .

При больших величинах  $|Bz_{\text{IMF}}|$  расстояния  $R_{\text{Day Eq}}$  и  $R_{\text{Day}}$  могут заметно различаться. Для набора (г) в табл. 1 приведены расстояние до дальнего от Земли минимума  $\Delta\alpha_0(X)$ . Для случаев (а)–(г) задавалось  $V_{\text{IMF}} = -10$  нТл. Если взять  $V_{\text{IMF}} = +10$  нТл, то рис. 2 практически не изменится. Знак  $V_{\text{IMF}}$  влияет на асимметрию дрейфовой орбиты вдоль оси  $Y$ , но практически не влияет на зависимость вдоль оси  $X$  (возможно только небольшое влияние за счет угла наклона оси диполя). Влияние оказывает только величина модуля  $V_{\text{IMF}}$ .

Большое значение также имеет разность расстояний до вершин полуночных силовых линий, с которых начинают дрейфовать протоны, приходящие на одну и ту же полуденную силовую линию с питч-углами  $5^\circ$  и  $90^\circ$ , соответственно. Зависимость разности расстояний от  $X$  показана на рис. 2б. Зависимости в целом, похожи на полученные для  $\Delta\alpha_0$  (показаны на рис. 2а). С ростом радиального расстояния разность расстояний до вершин силовых линий возрастает (частицы, приходящие в полуденный сектор с питч-углом  $5^\circ$ ,

**Таблица 1.** Используемые в расчетах наборы входных параметров (a)–(i) модели Цыганенко Т96 и величины, характеризующие получаемую конфигурацию геомагнитного поля

	$P_{\text{dyn}}$ , нПа	$Dst$ , нТл	$B_{y\text{IMF}}$ , нТл	$B_{z\text{IMF}}$ , нТл	$R_{\text{Day Eq}}, R_E$	$R_{\text{Day}}, R_E$	$\Delta\alpha_{\text{max}}, ^\circ$	$\alpha_{\text{day}}, ^\circ$
<i>a</i>	0.5	–100	–10	–10	4.2	5.3	3.69	45
<i>b</i>	0.5	–100	–10	+10	4.4	5.6	4.67	47
<i>c</i>	0.5	+20	–10	–10	9.6	10.0	13.84	54
<i>d</i>	0.5	+20	–10	+10	9.0	9.4	10.28	43
<i>e</i>	10	–100	–10	–10	5.0	6.2	19.41	72
<i>f</i>	10	–100	–10	+10	5.7	6.5	15.93	63
<i>g</i>	10	+20	–10	–10	5.8	6.4	8.68	54
<i>h</i>	10	+20	–10	+10	6.2	6.5	14.18	52
<i>i</i>	1.5	–10	0	+1	8.9	9.0	15.83	50

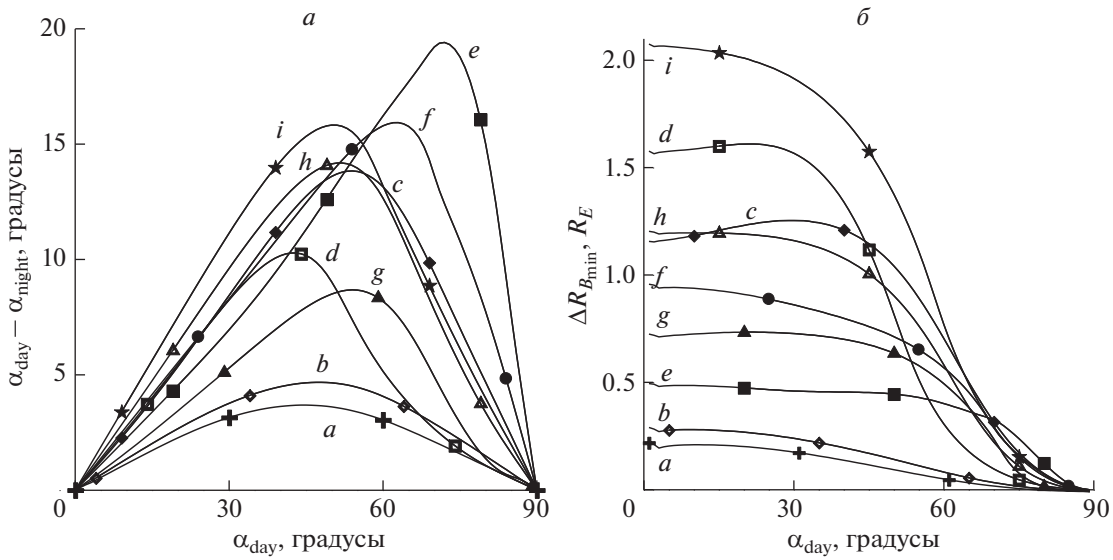
стартуют дальше от Земли, чем частицы с  $90^\circ$ ). На некотором расстоянии  $X$  разность оказывается максимальной, затем, как правило, начинает уменьшаться. Как и на рис. 2а, для зависимости (d) рост разности расстояний продолжается вплоть до  $X_{\text{max}}$ . Дистанции, на которых достигается максимум разности расстояний, могут незначительно отличаться от радиальных расстояний, соответствующих минимуму  $\Delta\alpha_0$ .

Возьмем за основу приведенные выше расстояния, на которых зависимость  $\Delta\alpha_0(X)$  достигает минимума. Проанализируем долготный дрейф протонов с разными питч-углами. Пусть в вершине полуденной силовой линии магнитного поля, находящейся на расстоянии  $R_{\text{day}}$ , протоны имеют питч-угол  $\alpha_{\text{day}}$ . Они попадают в эту точку с полуденной силовой линии, вершина которой находится на расстоянии  $R_{\text{night}}$ , имея в этой точке питч-угол  $\alpha_{\text{night}}$ . На рисунке 3а показана разность питч-углов  $\alpha_{\text{day}} - \alpha_{\text{night}}$  в зависимости от полуденного питч-угла. Видно, что эта разность всегда остается положительной, то есть стартовый питч-угол всегда не превышает финишный питч-угол. При малых  $\alpha_{\text{day}}$  (рассматриваются углы вне конуса потерь) разность углов мала, так как малы оба угла  $\alpha_{\text{day}}$  и  $\alpha_{\text{night}}$ . С ростом углов разность возрастает, достигает максимума и начинает стремиться к нулю, так как для  $90^\circ$  питч-угол не меняется в процессе дрейфа. Максимальная разность  $\alpha_{\text{day}} - \alpha_{\text{night}}$  и тот угол, при котором она достигается, зависят от входных параметров модели Т96. Полученные значения для того же набора, входных параметров (a)–(i), что и на рис. 2, приведены в последних двух столбцах табл. 1.

Разность углов оказалась максимальной (почти  $20^\circ$ ) при высоком динамическом давлении солнечного ветра, большой отрицательной  $B_{z\text{IMF}}$  и сильно отрицательном значении  $Dst$ . Отметим, что при малых  $\alpha_{\text{day}}$  разность углов растет почти линейно с ростом  $\alpha_{\text{day}}$ . Это обстоятельство оправ-

дывает наш первоначальный выбор питч-угла  $5^\circ$  для определения расстояний, на которых оказывается минимальной величина  $\Delta\alpha_0$  (рис. 2а). Чем больше разность углов для  $\alpha_{\text{day}} = 5^\circ$ , тем большую величину максимума  $\alpha_{\text{day}} - \alpha_{\text{night}}$  можно ожидать при данном наборе входных параметров.

На рисунке 3б показана зависимость от питч-угла  $\alpha_{\text{day}}$  для разности стартовых расстояний до вершин полуночных силовых линий геомагнитного поля, с которых начинают дрейфовать протоны, приходящие в вершину рассматриваемой полуденной силовой линии с питч-углами  $\alpha_{\text{day}}$  и  $90^\circ$ . Как видно, эта разность всегда положительна, то-есть частицы с питч-углом, меньшим  $90^\circ$ , начинают свое дрейфовое движение дальше от Земли по сравнению с частицами, имеющими питч-угол  $90^\circ$ . Максимальные разности расстояний и питч-углов (рис. 3а и 3б) достигаются при разных наборах входных параметров. При некоторых наборах входных параметрах зависимость разности расстояний от  $\alpha_{\text{day}}$  оказывается немонотонной – при небольших питч-углах она незначительно возрастает с ростом  $\alpha_{\text{day}}$ , достигает максимума и затем начинает уменьшаться, стремясь к нулю. Для одного случая, а именно набора (c), мы проанализировали причины такой немонотонности. Оказалось, что при питч-углах, больших  $\sim 30^\circ$ , при которых разность расстояний уменьшается с ростом  $\alpha_{\text{day}}$ , баунс-колебания осуществляются только по внешней, вытянутой в магнитосферный хвост, части силовой линии. При меньших питч-углах зеркальные точки оказываются расположены уже во внутренней, почти дипольной, части магнитосферы. Комбинация движения по дипольной и вытянутой в хвост части силовой линии, по-видимому, и приводит к немонотонной зависимости разности расстояний от питч-угла. Отметим, что на рис. 3б показана абсолютная величина разности расстояний. Важное значение может иметь и относительная разность  $\Delta R_{B_{\text{min}}}/R_{B_{\text{min}}}(90^\circ)$ . Ее легко получить, нор-



**Рис. 3.** (а) – разность между полуденными и полуночными питч-углами дрейфующих в долготном направлении протонов в зависимости от полуденного питч-угла  $\alpha_{\text{day}}$ . (б) – разность расстояний до вершин полуночных силовых линий геомагнитного поля, с которых начинают дрейфовать протоны, приходящие в вершину полуденной силовой линии с питч-углами  $\alpha_{\text{day}}$  и  $90^\circ$ . Кривые (а)–(і) соответствуют тем же наборам входных параметров модели Т96, что и на рис. 2.

мировав разность расстояний, построенную на графиках, на расстояния до вершин силовых линий, с которых начинают долготный дрейф протоны с питч-углом  $90^\circ$ . Для наборов входных параметров модели (а)–(і) эти расстояния равны:  $R_{B_{\text{min}}}(90^\circ) \approx 5.1, 5.3, 9.9, 9.3, 4.5, 4.8, 6.0, 5.9$  и  $7.7R_E$ , соответственно. Для малых питч-углов относительная разность расстояний оказывается минимальной ( $\sim 0.04$ ) для набора входных параметров (а) и максимальной ( $\sim 0.27$ ) для набора (і).

Обе зависимости, показанные на рис. 3, могут приводить к росту анизотропии потока протонов в полуденном секторе по сравнению с полуночным. Напомним, что согласно работе [Kennel and Petschek, 1966] анизотропия  $Q$  потоков заряженных частиц  $j(\alpha, E)$  равна:

$$Q = \frac{\int_0^{\pi/2} \text{tg}^2 \alpha \frac{\partial j(\alpha, E)}{\partial \alpha} d\alpha}{2 \int_0^{\pi/2} \text{tg} \alpha j(\alpha, E) d\alpha} \Bigg|_{E=E_R}, \quad (3)$$

где интегрирование производится при фиксированном значении резонансной энергии  $E_R = E / \cos^2 \alpha$ . Проанализируем отдельно зависимость анизотропии от изменения стартовых питч-углов и расстояний.

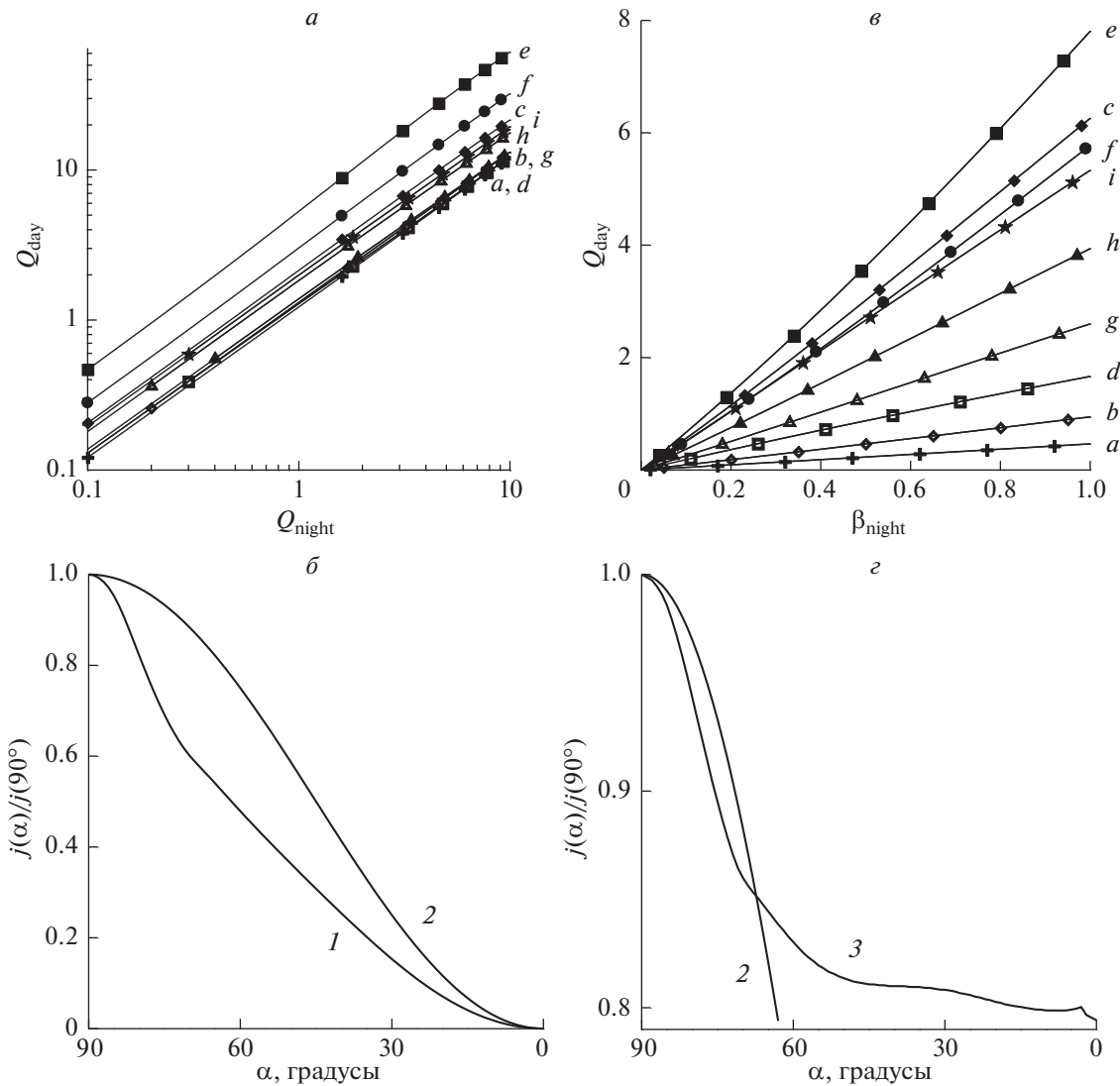
Предположим, что потоки на ночной стороне не зависят от радиального расстояния и имеют питч-угловое распределение  $j = A \sin^{2Q_{\text{night}}} \alpha$ . Тогда

анизотропию потоков на дневной стороне можно рассчитать по формуле:

$$Q_{\text{day}} = \frac{\int_0^{\pi/2} \text{tg}^2 \alpha \frac{\partial j(\alpha)}{\partial \alpha} d\alpha}{2 \int_0^{\pi/2} \text{tg} \alpha j(\alpha) d\alpha}. \quad (4)$$

Здесь интегрирование ведется в полуденном секторе. Для полуденных питч-углов определяются соответствующие им полуночные питч-углы. Для этих полуночных питч-углов определяются соответствующие им потоки частиц в ночном секторе. Эти потоки подставляются в формулу, и вычисляется анизотропия  $Q_{\text{day}}$  в зависимости от заданной анизотропии потоков в ночном секторе  $Q_{\text{night}}$ . Полученные зависимости показаны на рис. 4а.

Расчеты показывают, что, если в полуночном секторе питч-угловая анизотропия является положительной, то в полуденном секторе она возрастет ( $Q_{\text{day}} > Q_{\text{night}}$ ) при любом наборе входных параметров модели. Зависимость величины дневной анизотропии от  $Q_{\text{night}}$  близка к линейной. Угол наклона линейной зависимости, в основном, определяется двумя факторами. Во-первых, важную роль играет величина максимальной разности питч-углов  $\alpha_{\text{day}} - \alpha_{\text{night}}$  (рис. 3а). Во-вторых, чем ближе к  $90^\circ$  оказывается максимальная разность углов, тем выше анизотропия. Это видно, например, из сравнения кривых для случаев (f) и (і), когда разность углов является примерно одинаковой ( $\sim 16^\circ$ ), но максимальная разность дости-



**Рис. 4.** (а) – зависимость анизотропии потока протонов в полуденном секторе  $Q_{\text{day}}$  от анизотропии в полуночном секторе  $Q_{\text{night}}$  при разных наборах входных параметров модели Т96. Потоки в полуночном секторе не зависят от расстояния и меняются по закону  $j = A \sin^{2Q_{\text{night}}}\alpha$ . (б) – питч-угловое распределение в дневном секторе, имеющее максимальную анизотропию (набор (е) входных параметров модели (кривая 1)), при распределении в полуночном секторе, соответствующем  $Q_{\text{night}} = 1$  (кривая 2). (в) – анизотропия  $Q_{\text{day}}$  в случае, когда потоки в ночном секторе изотропны по питч-углам, но уменьшаются с расстоянием по закону  $j \sim 10^{-\beta_{\text{night}}R}$ . (г) – питч-угловое распределение на дневной стороне (кривая 3), полученное в случае  $\beta_{\text{night}} = 0.2$  для набора входных параметров (е).

гается при  $\alpha_{\text{day}} = 63^\circ$  и  $50^\circ$  соответственно. Как видно из рис. 4а, в первом случае анизотропия растет быстрее. Это понятно и непосредственно из формулы для анизотропии (3). Для примера, на рис. 4б показано питч-угловое распределение в дневном секторе, имеющее максимальную анизотропию (соответствует набору входных параметров модели (е)), в случае, когда распределение в полуночном секторе имеет вид  $j = A \sin^2\alpha$ , т.е.,  $Q_{\text{night}} = 1$ . Оно для наглядности также приведено на рис. 4б и 4г.

Теперь предположим, что в ночном секторе в вершинах силовых линий магнитного поля потоки изотропны по питч-углам (что соответствует результатам Wang et al. [2013]) и спадают с расстоянием как  $j \sim 10^{-\beta_{\text{night}}R}$ . Для этих условий также была рассчитана анизотропия на дневной стороне. Для полуденных питч-углов определяются соответствующие им расстояния до вершин силовых линий в полуночном секторе. Для этих расстояний определяются величины потоков частиц в полуночном секторе. Эти величины потоков



подставляются в формулу (4), и вычисляется анизотропия  $Q_{\text{day}}$  в зависимости от параметра  $\beta_{\text{night}}$ . Полученные зависимости показаны на рис. 4е. Анизотропия в полуденном секторе оказывается положительной при любом наборе входных параметров модели и возрастает с увеличением  $\beta_{\text{night}}$ . При  $\beta_{\text{night}} = 0.2$  поток уменьшается в 10 раз при изменении  $R$  от 7 до 12 (как в работе Wang et al. [2013] для случая  $Dst > -5$  нТл). Для такого  $\beta_{\text{night}}$  изотропный по питч-углам на ночной стороне поток ( $Q_{\text{night}} = 0$ ) может дать на дневной стороне  $Q_{\text{day}} \sim 1$  только за счет зависимости потоков от расстояния. Питч-угловое распределение на дневной стороне, полученное в случае  $\beta_{\text{night}} = 0.2$  для набора входных параметров (е), обеспечивающих наибольшую анизотропию, показано на рис. 4г. Для сравнения кривая 2 нанесена и на этот график. Видно, что резкое уменьшение потоков наблюдается на питч-углах, близких к  $90^\circ$ , тогда как в этом примере на углах, меньших  $60^\circ$ , потоки меняются незначительно.

При построении рис. 2 мы использовали, в основном, экстремальные наборы входных параметров модели T96. Рассмотрим отдельно изменения питч-углов и радиальных расстояний для протонов, проходящих на дневную силовую линию магнитного поля с питч-углом  $5^\circ$ , от каждого из трех входных параметров:  $P_{\text{dyn}}$ ,  $Dst$  и  $Bz_{\text{IMF}}$ . Четвертый входной параметр брался равным нулю ( $B_{y\text{IMF}} = 0$ ). Полученные зависимости показаны на рис. 5. С уменьшением модуля отрицательной  $Bz_{\text{IMF}}$  при умеренных значениях  $P_{\text{dyn}}$  и  $Dst$  минимальный питч-угол протона на ночной силовой линии уменьшается, а расстояние, на котором этот минимум достигается, удаляется от Земли. С ростом положительной  $Bz_{\text{IMF}}$  минимальный питч-угол  $\alpha_{\text{night}}$  незначительно возрастает, а расстояние до вершины соответствующей силовой линии чуть-чуть уменьшается. Зависимости соответствуют показанным на рис. 2, что видно из сравнения поведения графиков при  $Bz_{\text{IMF}} = -10$  нТл и  $+10$  нТл. При нулевом ММП и слабозмущенных геомагнитных условиях ( $Dst = -10$  нТл) с ростом динамического давления солнечного ветра минимальный питч-угол частицы на ночной стороне незначительно уменьшается, а расстояние, на котором этот минимум достигается, приближается к Земле. Результат вполне ожидаемый, учитывая сжатие магнитосферы солнечным ветром. При приближении силовых линий к Земле абсолютное расстояние между силовыми линиями, на которых дрейфуют частицы с малым питч-углом и с  $90^\circ$ , уменьшается, но относительное расстояние  $\Delta R_{B_{\text{min}}}/R_{B_{\text{min}}}$  ( $90^\circ$ ) остается почти постоянным. Здесь прямое сопоставление с рис. 2 затруднительно, так как тогда рассматривались случаи высокой геомагнитной активности. Оста-

лось рассмотреть зависимость от  $Dst$ . При нулевом ММП и  $P_{\text{dyn}} = 2.5$  нПа минимальный питч-угол протона на ночной стороне достигается на примерно одинаковом расстоянии при любом значении  $Dst$ . Угол оказывается минимальным при экстремально малых и больших значениях  $Dst$ -индекса. Разность расстояний до вершин силовых линий в ночном секторе также максимальна при малых и больших значениях  $Dst$ -индекса. При  $Dst = -100$  нТл эта разность выше и достигается на более удаленных от Земли силовых линиях.

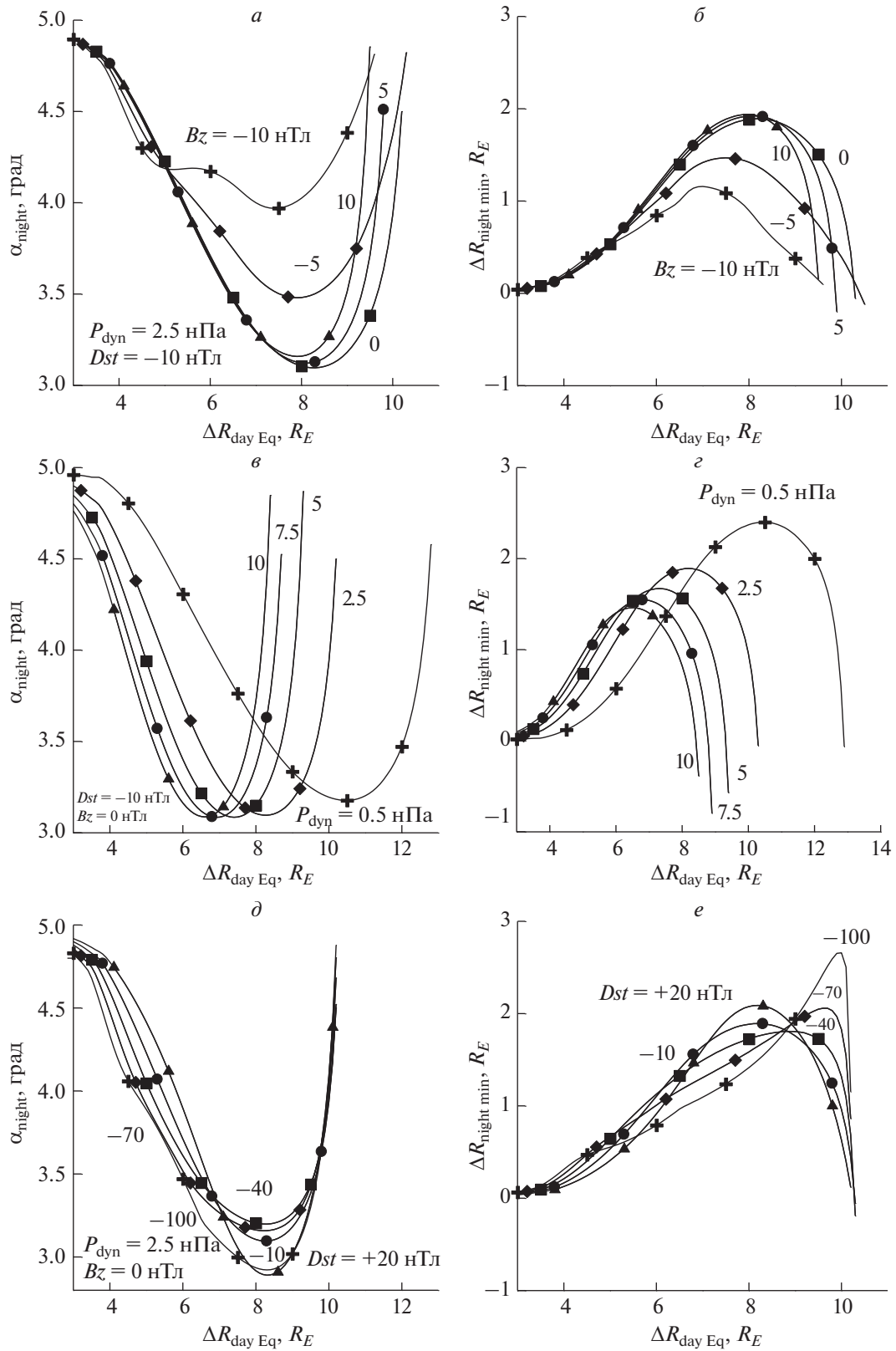
Мы рассматривали долготный дрейф энергичных протонов вокруг Земли. Однако результаты полностью применимы и к дрейфовому движению электронов в магнитосфере Земли. Отличаться будет только направление дрейфа – в отличие от протонов, электроны дрейфуют в восточном направлении.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ

Расчеты дрейфа энергичных частиц в реалистичном магнитном поле магнитосферы (в нашем случае представленном моделью Цыганенко T96) показали, что вследствие дрейфа энергичных частиц максимальная питч-угловая анизотропия достигается в дневном секторе на расстояниях  $5-10R_E$ . Это согласуется с экспериментальными результатами о пространственном распределении анизотропии энергичных протонов, представленными в работе [Wang et al., 2013]. Повышенная анизотропия означает, что в этой области с большей вероятностью возможно развитие ионно-циклотронной неустойчивости и, как следствие, генерация ЭМИЦ волн. Действительно, статистические результаты наблюдения ЭМИЦ волн в магнитосфере по данным спутников AMPTE CCE, THEMIS, CRRES, CLUSTER, RBSP [например, Anderson et al., 1992; Min et al., 2012; Meredith et al., 2014; Allen et al., 2015; Saikin et al., 2015] также показывают максимум вероятности наблюдения ЭМИЦ волн в дневном секторе на  $L > 5-7R_E$ .

Взаимодействие ЭМИЦ волн и энергичных протонов в приэкваториальной магнитосфере приводит к диффузии протонов по питч-углам в направлении конуса потерь и их высыпанию в верхнюю атмосферу. Семенова и др. [2017], Semanova et al. [2019] провели статистический анализ локализованных протонных высыпаний по данным низкоорбитальных спутников NOAA/POES. Оказалось, что максимум вероятности наблюдения протонных высыпаний совпадает с областью максимальной вероятности наблюдения ЭМИЦ волн и с областью максимальной анизотропии протонов.

В работе [Wang et al., 2013] показано по данным наблюдений, что питч-угловая анизотропия в



**Рис. 5.** То же, что на рис. 2, но при других наборах входных параметров модели. (*a*) и (*б*) – зависимости от  $B_{z\text{IMF}}$  при фиксированных значениях  $P_{\text{dyn}}$  и  $Dst$  (указаны на панели (*a*)), (*в*) и (*г*) – зависимость от  $P_{\text{dyn}}$  при фиксированных  $B_{z\text{IMF}}$  и  $Dst$ , (*д*) и (*е*) – зависимости от  $Dst$ . Во всех случаях  $B_{y\text{IMF}} = 0$  нТл.

дневном секторе зависит от радиального градиента изотропных потоков протонов в ночном секторе. Это согласуется с результатами наших расчетов, представленных на рис. 4в (см. также [McCollough et al., 2012; Takahashi et al., 1997]).

## 5. ВЫВОДЫ

Количественно проанализировано формирование питч-угловой анизотропии протонов при их долгом дрейфе в геомагнитном поле Земли, который рассчитан в приближении баунс-усредненного движения ведущего центра. Внешнее геомагнитное поле рассчитывалось по модели Цыганенко Т96. Входными параметрами модели являются *Dst*-индекс геомагнитной активности, динамическое давление солнечного ветра и величина *Y*- и *Z*-компонент межпланетного магнитного поля. Для описания внутренней части геомагнитного поля использовалась модель IGRF-GSW-08. Определена зависимость питч-угловой анизотропии потоков протонов в дневном секторе магнитосферы от характеристик потоков в ночном секторе.

Показано, что при любых входных параметрах модели Т96 в широком диапазоне радиальных расстояний протоны будут попадать в дневной сектор магнитосферы с большими питч-углами, чем они имели в ночном секторе. Максимальная разность питч-углов в дневном и ночном секторах может достигать  $\sim 20^\circ$ . В зависимости от входных параметров модели Т96 максимальная разность может приходиться на протоны, имеющие в дневном секторе питч-углы в диапазоне от  $43$  до  $72^\circ$ . За счет изменения в процессе дрейфа питч-углового распределения потоков протонов их поперечная анизотропия может значительно (вплоть до  $\sim 6$  раз) возрасти. Максимальный рост анизотропии имеет место при высоком динамическом давлении солнечного ветра, больших отрицательных значениях *Dst*-индекса и *V<sub>z</sub>*-компоненты ММП.

На одну и ту же силовую линию геомагнитного поля в дневном секторе магнитосферы протоны с разными питч-углами приходят из ночного сектора с разных расстояний. Чем меньше питч-угол протона, тем с больших расстояний начинается его долгом дрейф. Уменьшение величины потоков с увеличением радиального расстояния в хвосте магнитосферы приводит к появлению питч-угловой анизотропии потоков в дневном секторе даже в случае изотропного распределения протонов по питч-углам в ночном секторе. В случае экспоненциально убывающей зависимости потока протонов от радиального расстояния показатель анизотропии линейно зависит от показателя экспоненты. Для потоков, уменьшающихся в 10 раз при изменении *R* от  $7$  до  $12R_E$ , анизо-

тропия в дневном секторе может превысить единицу.

Максимальная анизотропия в дневном секторе, возникающая за счет долгого дрейфа в геомагнитном поле, может достигаться на расстояниях от  $5.3$  до  $10R_E$  в зависимости от входных параметров модели Т96.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 15-12-20005.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Любич А.А., Демехов А.Г., Титова Е.Е., Яхнин А.Г. Амплитудно-частотные характеристики ионно-циклотронных и свистовых волн по данным спутников Van Allen Probes // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 57. № 1. С. 45–56. 2017.  
<https://doi.org/10.7868/S0016794017010084>
- Сагдеев Р.З., Шафранов В.Д. О неустойчивости плазмы с анизотропным распределением скоростей в магнитном поле // ЖЭТФ. Т. 39. № 1. С. 181–184. 1960.
- Семенова Н.В., Яхнина Т.А., Яхнин А.Г., Демехов А.Г. Глобальное распределение высыпаний энергичных протонов к экватору от границы изотропных потоков // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 57. № 4. С. 433–440. 2017.  
<https://doi.org/10.7868/S0016794017040174>
- Шабанский В.П. Явления в околоземном пространстве. М.: Наука. 272 с. 1972.
- Шухтина М.А., Сергеев В.А. Моделирование дрейфа энергичных частиц в реальной магнитосфере вблизи геосинхронной орбиты // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 31. № 5. С. 775–780. 1991.
- Allen R.C., Zhang J.-C., Kistler L.M., Spence H.E., Lin R.-L., Klecker B., Dunlop M.W., André M., Jordanova V.K. A statistical study of EMIC waves observed by Cluster: 1. Wave properties // J. Geophys. Res. Space Phys. V. 120. P. 5574–5592. 2015.  
<https://doi.org/10.1002/2015JA021333>
- Anderson B.J., Erlandson R.E., Zanetti L.J. A statistical study of Pc1–2 magnetic pulsations in the equatorial magnetosphere: 1. Equatorial occurrence distributions // J. Geophys. Res. V. 97(A3). P. 3075–3088. 1992.  
<https://doi.org/10.1029/91JA02706>
- Ganushkina N. Yu., Liemohn M.W., Pulkkinen T.I. Storm-time ring current: model-dependent results // Ann. Geophys. V. 30. P. 177–202. 2012.  
<https://doi.org/10.5194/angeo-30-177-2012>
- Hamlin D.A., Karplus R., Vik R.C., Watson K.M. Mirror and azimuthal drift frequencies for geomagnetically trapped particles // J. Geophys. Res. V. 66. P. 1–5. 1961.  
<https://doi.org/10.1029/JZ066i001p00001>
- Kennel C.F., Petschek H.E. Limit of stably trapped particle fluxes // J. Geophys. Res. V. 71(1). P. 1–28. 1966.  
<https://doi.org/10.1029/JZ071i001p00001>
- Lubchich A.A., Semenova N.V. Modeling of the electromagnetic ion cyclotron wave generation in the  $H^+$ – $He^+$  plasma of the inner magnetosphere // J. Atmos. Sol-Terr.

- Phys. V. 125–126. P. 21–37. 2015.  
<https://doi.org/10.1016/j.jastp.2015.02.004>
- *Lubchich A.A., Yahnin A.G., Titova E.E., Demekhov A.G., Trakhtengerts V.Yu., Manninen J., Turunen T.* Longitudinal drift of substorm electrons as the reason of impulsive precipitation events and VLF emissions // *Ann. Geophys.* V. 24(10). P. 2667–2684. 2006.  
<https://doi.org/10.5194/angeo-24-2667-2006>
- *McCollough J.P., Elkington S.R., Baker D.N.* The role of Shabansky orbits in compression-related electromagnetic ion cyclotron wave growth // *J. Geophys. Res.* V. 117. A01208. 2012.  
<https://doi.org/10.1029/2011JA016948>
- *Meredith N.P., Horne R.B., Kersten T., Fraser B.J., Grew R.S.* Global morphology and spectral properties of EMIC waves derived from CRRES observations // *J. Geophys. Res. Space Phys.* V. 119. P. 5328–5342. 2014.  
<https://doi.org/10.1002/2014JA020064>
- *Min K., Lee J., Keika K., Li W.* Global distribution of EMIC waves derived from THEMIS observations // *J. Geophys. Res.* V. 117. A05219. 2012.  
<https://doi.org/10.1029/2012JA017515>
- *Noh S.-J., Lee D.-Y., Choi C.-R., Kim H., Skoug R.* Test of ion cyclotron resonance instability using proton distributions obtained from Van Allen Probe – A observations // *J. Geophys. Res. Space Phys.* V. 123. P. 6591–6610. 2018.  
<https://doi.org/10.1029/2018JA025385>
- *Reeves G.D., Belian R.D., Fritz T.A.* Numerical tracing of energetic particle drifts in a model magnetosphere // *J. Geophys. Res.* V. 96(A8). P. 13997–14008. 1991.  
<https://doi.org/10.1029/91JA01161>
- *Roederer J. G.* Dynamics of geomagnetically trapped radiation. Springer-Verlag, New York. 166 p. 1970.  
<https://doi.org/10.1007/978-3-642-49300-3>
- *Saikin A. A., Zhang J.-C., Allen R. C., Smith C. W., Kistler L. M., Spence H. E., Torbert R. B., Kletzing C. A., Jordanova V. K.* The occurrence and wave properties of H<sup>+</sup>-, He<sup>+</sup>-, and O<sup>+</sup>-band EMIC waves observed by the Van Allen Probes // *J. Geophys. Res. Space Phys.* V. 120. P. 7477–7492. 2015.  
<https://doi.org/10.1002/2015JA021358>
- *Semenova N.V., Yahnin A.G., Yahnina T.A., Demekhov A.G.* Properties of localized precipitation of energetic protons equatorward of the isotropic boundary // *Geophys. Res. Lett.* V. 46(20). P. 10932–10940. 2019.  
<https://doi.org/10.1029/2019GL085373>
- *Shabansky V.P.* Some processes in magnetosphere // *Space Sci. Rev.* V. 12(3). P. 299–418. 1971.  
<https://doi.org/10.1007/BF00165511>
- *Shukhtina M.A.* On the calculation of the magnetic drift velocity of particles with arbitrary pitch angles. // *Planet. Space Sci.* V. 41(4). P. 327–331. 1993.  
[https://doi.org/10.1016/0032-0633\(93\)90028-Z](https://doi.org/10.1016/0032-0633(93)90028-Z)
- *Takahashi K., Anderson B.J., Ohtani S., Reeves G.D., Takahashi S., Sarris T.E., Mursula K.* Drift-shell splitting of energetic ions injected at pseudo-substorm onsets // *J. Geophys. Res.* V. 102. P. 22 117–22 130. 1997.  
<https://doi.org/10.1029/97JA01870>
- *Tsyganenko N.A.* A magnetospheric magnetic field model with a warped tail current sheet // *Planet. Space Sci.* V. 37(1). P. 5–20. 1989.  
[https://doi.org/10.1016/0032-0633\(89\)90066-4](https://doi.org/10.1016/0032-0633(89)90066-4)
- *Tsyganenko N.A.* Modeling the Earth's magnetospheric magnetic field confined within a realistic magnetopause // *J. Geophys. Res.* V. 100(A4). P. 5599–5612. 1995.  
<https://doi.org/10.1029/94JA03193>
- *Tsyganenko N.A.* Effects of the solar wind conditions in the global magnetospheric configurations as deduced from data-based field models // *Proceedings of the 3rd International Conference on Substorms (ICS-3)*. Versailles, France, 12–17 May 1996. Edited by E.J. Rolfe and B. Kaldeich. ESA SP-389. Paris: European Space Agency, p. 181–185. 1996.
- *Tsyganenko N.A., Usmanov A.V.* Determination of the magnetospheric current system parameters and development of experimental geomagnetic field models based on data from IMP and HEOS satellites // *Planet. Space Sci.* V. 30. P. 985–998. 1982.  
[https://doi.org/10.1016/0032-0633\(82\)90148-9](https://doi.org/10.1016/0032-0633(82)90148-9)
- *Wang C.-P., Zaharia S.G., Lyons L.R., Angelopoulos V.* Spatial distributions of ion pitch angle anisotropy in the near-Earth magnetosphere and tail plasma sheet // *J. Geophys. Res. Space Phys.* V. 118. P. 244–255. 2013.  
<https://doi.org/10.1029/2012JA018275>