

УДК 523-62,523.9

ЦИКЛИЧНОСТЬ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ, РЕКОНСТРУИРОВАННОЙ ИЗ СТАТИСТИКИ ПОЛЯРНЫХ СИЯНИЙ С УЧЕТОМ ВКЛАДА ГЛАВНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ, 1000–2000 гг.

© 2021 г. Н. Г. Птицына^{1, *}, И. М. Демина^{1, **}

¹Санкт-Петербургский филиал Института земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн РАН (СПбФ ИЗМИРАН), г. Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: nataliaptitsyna@ya.ru

**e-mail: dim@izmiran.spb.ru

Поступила в редакцию 19.06.2020 г.

После доработки 15.07.2020 г.

Принята к публикации 24.09.2020 г.

Мы рассмотрели методом вейвлет-анализа цикличность солнечной активности, реконструированной на базе числа полярных сияний, наблюдавшихся на средних и низких широтах в 1000–1700 гг. На движение космических частиц, которые вызывают полярные сияния, оказывают влияние вариации магнитного момента Земли. Это влияние было учтено нами при реконструкции солнечной активности на основе вариаций ряда числа полярных сияний. Анализ проводился для объединенного ряда – реконструированного ряда солнечных пятен SN (1000–1700 гг.) и современного ряда SN (1700–2000 гг.). В спектре SN получено наличие двух доминирующих составляющих: околосолнечного цикла Глейсберга, состоящего из двух мод с периодами 60–80 и 90–140 лет и околосолнечного цикла Зюсса. В результате учета вклада магнитного момента амплитуды периодов группы Глейсберга в спектре SN усиливаются по сравнению с исходным спектром числа полярных сияний и по интенсивности приближаются к интенсивности вариации Зюсса. Анализ изменения амплитуд и периодов всех циклов показал наличие длинноволновой модуляции с возможным периодом от 1300 до 1700 лет. Для циклов Глейсберга выявлена также частотная модуляция с периодом 216 лет, циклом Зюсса. Мы полагаем, что ~200-летняя составляющая имеет внесолнечную природу и может отражать результат дублирования основной частоты (11 и 22-летних циклов) на кратных модах модулятора.

DOI: 10.31857/S0016794021020127

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее характерных свойств солнечной активности (СА) являются ее квазипериодические изменения различной длительности. Наиболее изученным является 11-летний цикл Швабе в числах солнечных пятен (этот цикл обычно называется солнечным циклом). Наиболее фундаментальным с физической точки зрения является удвоенный цикл Швабе длиной около 22 лет. 22-летняя цикличность в полярности ведущих пятен Солнца была открыта в начале 20-го века [Hale et al., 1919] и позднее была соотнесена с переполусовкой солнечных крупномасштабных магнитных полей [Vabsock, 1961]. Внимание исследователей привлекают и более длиннопериодные вариации СА – от нескольких десятков до сотен лет, так как они могут пролить свет на работу солнечного динамо, а также на вариации солнечно-земных связей, в том числе изменения климата. Для их изучения широко ис-

следовалась спектральная структура различных прямых и косвенных индикаторов СА. Из прямых индексов наиболее часто использовалось число солнечных пятен (SN или число Вольфа W), которое известно со времени изобретения телескопа в 1610 г. Длина этих рядов, 400 лет, позволяет надежно установить существование 11-летнего, а также 22-летнего циклов. Однако для выявления вариаций СА с большими периодами необходимо иметь более длинные ряды данных. Для реконструкции SN в прошлое используются косвенные индикаторы солнечной активности, [например, Ogurtsov et al., 2002a; Usoskin, 2017, и ссылки там]. Для реконструкции на наиболее длинных масштабах времени (десять тысяч лет) используются данные о космогенных изотопах, как например, ^{14}C и ^{10}Be , или данные о содержании нитратов в полярных льдах [Usoskin and Kovaltsov, 2012; Nagovitsyn et al., 2015; Usoskin, 2017]. Реконструкция СА на масштабах двух–трех

тысяч лет часто осуществляется на базе статистики данных о числе полярных сияний, записи о которых в исторических хрониках встречаются с 5 века до нашей эры [Shove, 1962; Keimatsu, 1976; Eddy, 1980; Silverman, 1980; Наговицын, 2008; Feynman and Ruzmaikin, 2014]. Число наблюдаемых полярных сияний N может служить мерой численных характеристик солнечной активности SN и ее вариаций, так как это число отражает ход СА. В частности, на средних и низких широтах N прямо пропорционально SN , в то время как на высоких широтах N обратно пропорционально SN . Такая разница связана с тем, что эти две подгруппы авроральной активности связаны с различными источниками на поверхности Солнца — солнечными пятнами или корональными дырами [Liritzis and Petropoulos, 1987; Vasquez et al., 2014; Птицына и др., 2015].

Глейсберг [1944] выявил ~80-летний цикл в СА после фильтрации записей числа солнечных пятен через низкочастотный фильтр (так называемое вековое сглаживание). Похожая периодичность, известная как цикл Глейсберга, была обнаружена и в исторических записях авроральной активности [Schove, 1955; Feynman and Fougere, 1984; Attolini et al., 1990]. Для цикла Глейсберга в различных исследованиях на базе статистики полярных сияний, а также записей различных космогенных изотопов были получены периоды 55, 65, 58, 78.8, 83, 87, 95 лет [Kuklin, 1976; Silverman, 1992; Feynman and Fougere, 1984; Ogurtsov et al., 2002a; Usoskin, 2017]. В работе [McCracken et al., 2013] на основе частотного анализа ^{14}C и ^{10}Be выявлены явные пики 52, 104, 130, 150 лет. Таким образом, видно, что эти циклы не являются циклами в смысле наличия строгой периодичности. Начиная с работы [Ogurtsov et al., 2002a], предполагается, что это скорее некие вариации, периоды которых меняются во времени в широком диапазоне от 50 до 160 лет. В этом диапазоне периодов авторы работы [Ogurtsov et al., 2002a], используя исторические наблюдательные данные корейских и китайских астрономов и данные о космогенных изотопах, установили, что периоды цикла Глейсберга имеют двухчастотную структуру, они располагаются в двух диапазонах: 50–80 лет и 90–140 лет. Кроме того, в работе [Vasquez and Vaquero, 2014] по данным объединенного каталога авторов о полярных сияниях в Европе и Северной Америке установлено на временной шкале за последние 300 лет 4 цикла Глейсберга с периодом 109 и 99 лет (начало циклов в 1700, 1810, 1910 и 2009 гг.). В работе [Dergachev and Rasporov, 2000] при анализе числа наблюдаемых полярных сияний, радионуклидных данных и солнечного излучения с 1868 г. получены аналогичные периоды 90 и 109 лет. С применением вейвлет-анализа было найдено, что временно-частотное распределение максимумов SN цикла Глейсберга [Kolla'th and

Oláh, 2009] имеет два амплитудных пика в 1800 г. и 1950 г., и его период растет со временем от ~50 лет в 1750 г. до 130 лет около 1950 г.

Другая длиннопериодная циклическая компонента, обнаруженная в спектре различных космогенных изотопов, — это около-двухсотлетняя составляющая, так называемый цикл Зюсса/де Врие [de Vrie, 1958; Suess, 1980; Sonett and Finney, 1990; Steinhilber et al., 2012]. Анализ ряда Шове числа солнечных пятен (1000–2000 гг.), проведенный в работе [Komitov and Kaftan, 2013], показал наличие доминирующей компоненты с периодом 210 лет. В работе [Komitov et al., 2016] указано на наличие стабильного 180–210-летнего циклов в W (1749–2009), в числе групп пятен GN (1620–1995) и в данных о солнечной и геомагнитной активности. Авторы работы [Vaquero et al., 2002] установили для ряда данных числа солнечных пятен, которые наблюдались астрономами на Востоке, доминантный период 250 лет. Используя разные параметры СА (числа Вольфа W , группы пятен GN , данные о космогенных изотопах, исторические наблюдения невооруженным глазом), авторы работы [Ogurtsov et al., 2002] нашли, что цикл Зюсса лежит в пределах 170–260 лет.

Еще более длинные циклические вариации были обнаружены на основе частотного анализа космических изотопов. В частности, в работе [McCracken et al., 2013] при анализе рядов ^{14}C и ^{10}Be выявлены явные спектральные пики — безымянный пик 350 лет, а также пики 515 лет и 705 лет. В литературе также обсуждаются ~1000-летний период Эдди и ~2400-летний период Брэя/~2300-летний период Холлстатта (см., например, обзор [Usoskin, 2017]). Анализ стабильности и вариативности обнаруженных циклических составляющих представляет большой интерес, однако результаты различных исследований в этой области не вполне согласуются между собой. В работе [Peristykh and Damon, 2003] получено, что вековой цикл с периодом 88 лет существует на длительной временной шкале в течение 12000 лет. В работе [Lin et al., 1975] продемонстрировано наличие 80-летнего цикла в продукции ^{14}C на шкале 8000 лет, однако не найдено никакого спектрального пика в районе 60–100 лет для периода после 700 г. н.э. Используя данные реконструкции СА из работы [Wu et al., 2018], в работе [Svalgaard, 2018] с помощью преобразования Фурье найдено, что околосекулярный цикл обнаруживается в течение тысячелетий с 6755 г., но отсутствует в современных данных. Отсутствие классического 88-летнего цикла в СА в современную эпоху было отмечено в работе [McCracken et al., 2013] на основе частотного анализа ^{14}C и ^{10}Be , а также и в других исследованиях [Clilverd et al., 2006]. Можно заключить, что самые длинные циклы Брэя и Эдди проявляются на масштабах времени порядка не-

скольких миллионов лет [Kern et al., 2012]. Цикл Зюсса/де Врие обнаруживается по крайней мере для последних 50000 лет. Другие циклические моды, в частности классический 88-летний цикл Глейсберга, чаще всего наблюдались только для отдельных тысячелетий.

Полагается, что цикличности, полученные в прямых и косвенных индексах СА, указывают на соответствующие циклы солнечного динамо. Однако следует принять во внимание тот факт, что при реконструкции СА назад на шкалу тысячелетий используются такие индикаторы СА, которые явно или неявно зависят от вариаций климата, атмосферных и океанических процессов, магнитного поля Земли и других факторов внесолнечного происхождения. В частности, на движение космических частиц, которые вызывают полярные сияния, оказывают влияние изменения интенсивности главного магнитного поля Земли, главным образом, величины магнитного момента диполя ММ. Если влияние геомагнитного поля не учтено, то это может приводить к искаженным параметрам цикличности СА и ошибочной интерпретации длиннопериодных вариаций как характеристик солнечного динамо и гелиосферы.

Целью нашей работы было проследить, как учет экранирующего действия ММ повлиял на спектральные характеристики реконструированного SN во втором тысячелетии. Для этого мы исследовали в спектральной области нашу новую численную реконструкцию СА в 1000–1700 гг., полученную на базе частоты появления полярных сияний N в то же время, с учетом влияния ММ [Птицына и Демина, 2020]. Циклические составляющие параметров ММ, N и SN , их стабильность и изменчивость на шкале тысячелетия, в 1000–2000 гг., рассматриваются в контексте современных археомагнитных данных. Мы проследили эволюцию сигнала ММ в частотной области за 3000 лет (с 1000 до н. э. до 2000 н. э.) и выявили те изменения, которые учитывают сигнал ММ вносят в спектральную структуру SN по сравнению с исходной спектральной структурой N . С учетом длины реконструированного ряда SN (700 лет) фокус данной работы был сделан на исследовании околосолнечного цикла Глейсберга и околосолнечного цикла Зюсса/де Врие.

2. ДАННЫЕ

В работе использовались данные следующих временных рядов: (1) ряд наблюдаемых полярных сияний N на средних и низких широтах для периода 1000–1700 гг., каталогизированный и нормализованный в работе [Птицына и Демина, 2020]; (2) изменение величины магнитного момента аксиального геомагнитного диполя ММ, вычисленного по модели $ARCH3k$, построенной по археомагнитным данным и охватывающей период

почти в 3000 лет (с 1000 до н. э. до 1990 н. э.) [Donadini et al., 2009]; (3) новый реконструированный ряд SN , полученный на основе данных о полярных сияниях и ММ в 1000–1700 гг. [Птицына и Демина, 2020]; (4) данные $SNWDC-SILSO$, Royal Observatory of Belgium, Brussels, версия 2.0, 1700–2000 гг.

На рисунке 1 представлены ряды N , ММ и SN в 1000–1700 гг. вместе с погрешностью реконструкции (на рис. 1в последняя показана в виде полосы серого цвета). Во временном ряду реконструированного числа солнечных пятен SN (рис. 1б) хорошо видны всплески солнечной активности через ~ 100 – 200 лет. В первую очередь, эти всплески определяются временным ходом N (рис. 1а). Однако ряд на рис. 1б демонстрирует около и сверх-100-летние вариации геомагнитного диполя ММ, которые также, по-видимому, могут вносить вклад в вариации N , и в результате влиять на циклическую структуру SN [Птицына и др., 2018].

2. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Поиск возможных периодичностей во временных рядах осуществляется методами спектрального анализа. Классический метод основан на получении оценок спектральной плотности мощности с использованием преобразования Фурье, как правило, дискретного. Преобразование Фурье, в первую очередь, предназначено для спектрального анализа гармонических сигналов. Если же сигнал нестационарный, то исследуемый временной ряд разбивают на отрезки, на протяжении которых исследуемый процесс можно считать квазистационарным, и это значительно сужает диапазон получаемых периодов. Очевидно, что анализируемые нами изменения N , SN , ММ не относятся к стационарным. Для анализа таких временных рядов был разработан метод, не требующий стационарности анализируемого сигнала, вейвлет-анализ. Этот метод позволяет определить не только присутствие тех или иных периодичностей в сигнале, но выявить плавающие периоды и изменения амплитуд отдельных составляющих.

Другая проблема Фурье преобразования состоит в необходимости выделения и вычитания тренда. И если стоит задача получения оценки более длинноволновых составляющих, то вычитание любого тренда может приводить к искажению получаемых оценок. В то время как вейвлет-анализ декларируется как метод свободный от влияния тренда [Scargle, 1997].

Для вейвлет-анализа базовые функции представляют собой конечные отрезки волнового сигнала разной формы (порождающие функции). И практически в исходном временном ряду осуществляется поиск таких функций заданной фор-

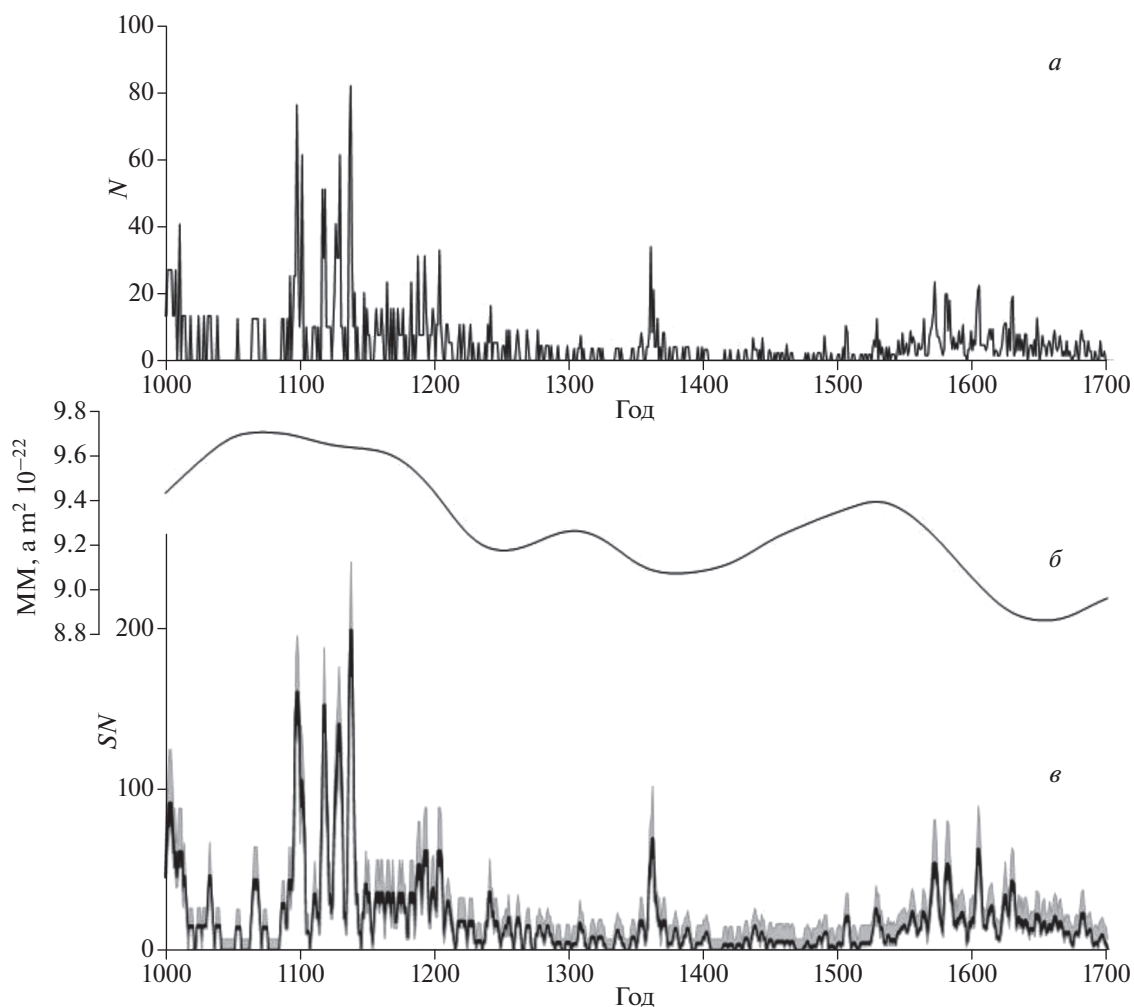


Рис. 1. Временные ряды анализируемых величин. (а) — нормализованный ряд наблюдаемых полярных сияний N , (б) — изменение величины магнитного момента MM по археомодели $ARCH3k$; (в) — временной ряд реконструированной солнечной активности SN вместе с ошибкой (серая область).

мы, но разного масштаба (имеется ввиду масштабирование во времени). Важно, что если цель исследования состоит только в анализе сигнала, а не в его аппроксимация (как это имеет место в Фурье анализе), то не требуется даже ортонормированность вейвлет-функций разного масштаба. Выбор порождающей функции зависит от структуры исходного сигнала и собственно задачи, которая решается с использованием данного инструмента анализа.

Для исследования вариаций нашей реконструкции СА и влияния на результат учета изменения MM мы использовали непрерывное вейвлет-преобразование с порождающей функцией Морле: $\text{morl}(x) = \exp(-x^2/2) \cos(5x)$, которая является плоской волной, модулированной гауссианой [Grossman and Morlet, 1984; Daubechies, 1992; Scargle, 1997]. Мы остановились на вейвлете Морле, так как наше предварительное тестирова-

ние различных видов базисных вейвлетов в применении к решаемой задаче (результаты здесь не приводятся) показало, что использование функции Морле дает наиболее наглядный физический результат. Кроме того, результаты, полученные с помощью этого вейвлета, наиболее согласованы с терминологией Фурье-анализа. В частности, понятие масштаба, которым оперирует вейвлет Морле, соответствует понятию периода гармонических функций, что обеспечивает сравнимость результатов полученных разными методами.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

В данной работе мы анализируем как учет влияния геомагнитного поля на наблюдаемое число полярных сияний N проявляется в длинноволновой части спектра новой реконструкции SN [Птицына и Демина, 2020]. Для этого были вычислены вейвлет-коэффициенты временных рядов N ,

ММ, SN . Из рисунка 1 очевидно, что для всех трех временных рядов N , ММ и SN характерно как присутствие некоторых квазипериодических составляющих, так и их вариативность во времени. В то же время, из рис. 1б хорошо видно, что в изменении величины магнитного момента ММ присутствует составляющая, период которой значительно больше рассматриваемого интервала времени. Хотя вейвлет-анализ не требует исключения тренда из сигнала, нужно иметь в виду, что периодичности, которые не могут быть разрешены при имеющейся длине ряда, все же будут присутствовать в результате вейвлет-анализа в виде мощных разрастающихся конусов. И это существенно снижает разрешимость более коротковолновых составляющих. В нашем случае, чтобы улучшить разрешимость метода, мы можем использовать тот факт, что длина временного ряда ММ в модели $ARCH3k$ составляет почти 3000 лет и охватывает период от -1000 до 1990 г. Такая длина ряда позволяет получить оценку структуры длинноволнового тренда.

4.1. Вейвлет-анализ ММ

Изменения величины ММ и его вейвлет-преобразование приведены на рис. 2а и 2б соответственно. Здесь и везде далее представлен модуль вейвлет-коэффициентов, масштабы пересчитаны в периоды. Светлые области соответствуют максимумам, темные — нулю и близким к нулю значениям. Шаг проведения изолиний и шкала раскраски неравномерные и выбраны так, чтобы выделялись локальные максимумы. В этом случае координаты и значения величин в максимумах могут быть сняты с карты изолиний. Основные локальные максимумы помечены символами, размер которых пропорционален значению вейвлет-коэффициента в максимуме.

Отчетливо видно, что во временных вариациях 3000 летнего ряда ММ все так же присутствуют периодичности, превышающие его длину. Эти периоды можно проследить в более длинных модельных рядах изменения ММ, анализ которых приведен, например, в [Wu et al., 2018]. В структуре вейвлет-коэффициентов влияние этого длинноволнового тренда выражено в отмеченных выше конусообразных структурах. С другой стороны, уже отчетливо выделяются 1200-летние и 600–700 летние периодичности, которые для анализируемого нами ряда представляют собой длинноволновый тренд. Чтобы снизить влияние этих периодичностей, можно воспользоваться вейвлет-разложением на отдельные масштабы (аналог дискретного преобразования Фурье) и синтезировать тренд из самых длинноволновых составляющих. Такой подход позволяет значительно уменьшить влияние длинноволновых составляющих на интересующие нас масштабы-пе-

риоды. Вейвлет-коэффициенты, полученные после исключения так полученного, обоснованного тренда, показаны на рис. 2в и 2г для разных диапазонов масштабов.

На рисунке 2в можно явственно выделить составляющую, периодичность которой меняется в пределах 300–450 лет. На интервале 1000–1700 гг. ее период стабилизируется и составляет 330–380 лет, а интенсивность заметно падает и становится значимой только после 1500 г. Кроме того, на рис. 2г, уверенно выделяется ~ 200 –250 летняя составляющая, а также несколько менее стабильные 100–130 летние моды.

4.2. Вейвлет анализ N

На рисунке 3а представлены коэффициенты вейвлет-анализа временного ряда числа нормализованных полярных сияний N (1000–1700 гг.). Сам временной ряд приведен на рис. 1а. Можно видеть, что для временного ряда полярных сияний N (1000–1700 гг.) характерно доминирование ~ 200 летних периодичностей: 210–227 лет до 1500 г. и 193–197 лет — после 1550 г. Очевидно также присутствие периодичностей >300 лет, которые не могут быть выделены при длине ряда в 700 лет. В вейвлет-спектре видны также ~ 100 -летние периодичности. Однако их интенсивность значительно уступает интенсивности ~ 200 -летней моды за исключением начального периода с 1000 по 1150 г. Затем интенсивность ~ 100 -летних периодичностей сильно падает, кроме того, они расщепляются на две ветви: ~ 80 -летние и ~ 120 -летние. Падение интенсивности очевидно отражает понижение общего уровня значений N в данный промежуток времени (рис. 1а), но при этом позволяет увидеть присутствие составляющих с периодами ~ 55 –60 лет. Рост интенсивности ~ 200 -летних вариаций после 1500 г. приводит к тому, что далее ~ 100 -летние периодичности уже не могут быть локализованы, и на их фоне максимальные амплитуды смещаются в сторону 50–70 летних.

4.3. Вейвлет анализ SN

Вейвлет-коэффициенты ММ для временного интервала 1000–1700 гг. и масштабов (периодов), представленных на рис. 2г, вынесены на рис. 3б. На рисунке 3в показаны вейвлет-коэффициенты, вычисленные для временного ряда реконструкции SN . Видно, что в спектре доминируют две составляющие — цикл Зюсса и цикл Глейсберга. Цикл Зюсса с периодами 200–220 лет носит устойчивый характер, интенсивность его растет к концу 17 в, и этот рост непрерывно продолжается вплоть до конца 20 в. Наблюдавшиеся в исходном ряду N 80–100 летние периодичности после введения поправки за ММ в ряду SN стали гораздо более четкими, а их интенсивность по сравнению

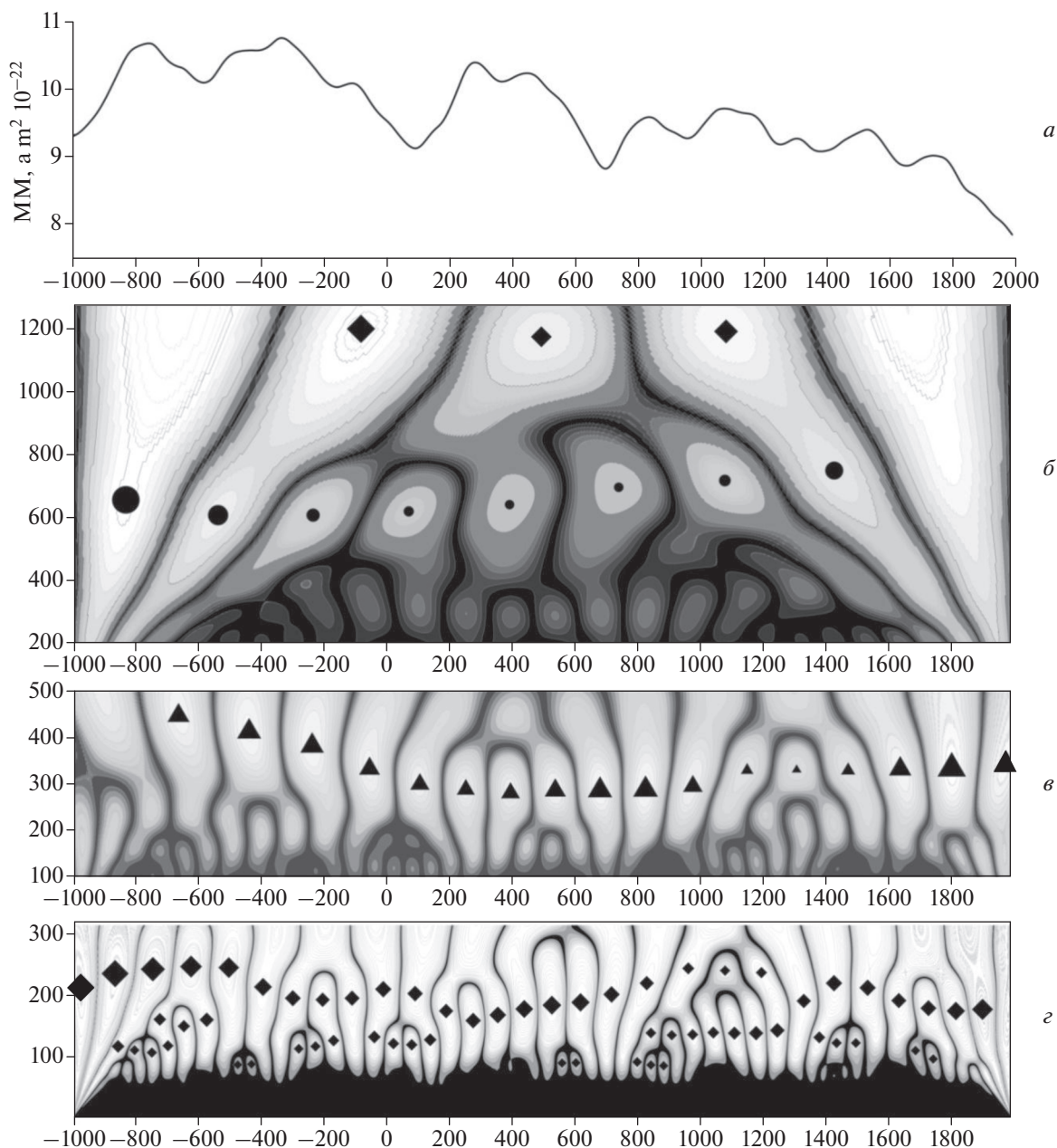


Рис. 2. Временной ряд ММ и его вейвлет преобразование на разных масштабах. (а) – изменение ММ во времени; (б, в и г) – вейвлет коэффициенты ряда ММ.

с вейвлет-спектром авроральной активности значительно выросла и значения амплитуд ~ 100 и ~ 200 -летних составляющих сблизились.

Рассмотрим подробнее структуру околорекордовой вариации Глейсберга. Видно, что наиболее интенсивной она была в 1000–1150 гг., с периодом 110 лет, затем эта составляющая расщепилась на две несколько менее интенсивные ветви с периодами ~ 80 и ~ 120 лет. При этом ~ 80 -летняя вариация фиксировалась с 1150 г. до середины 17 века, когда доминанта перешла к 60-летним состав-

ляющим. Амплитуды 100-летних и 80-летних вариаций на интервале их совместного существования, практически совпадают и описывают кривую, близкую по форме к изменению амплитуды 200-летней моды: максимум в начале периода, затем длинный минимум, вплоть до 1650 г., и последующий рост. Такой характер изменения амплитуды говорит в пользу возможной модуляции и 100-летних и 200-летних спектральных составляющих сигналом с периодом порядка 1000 лет или больше.

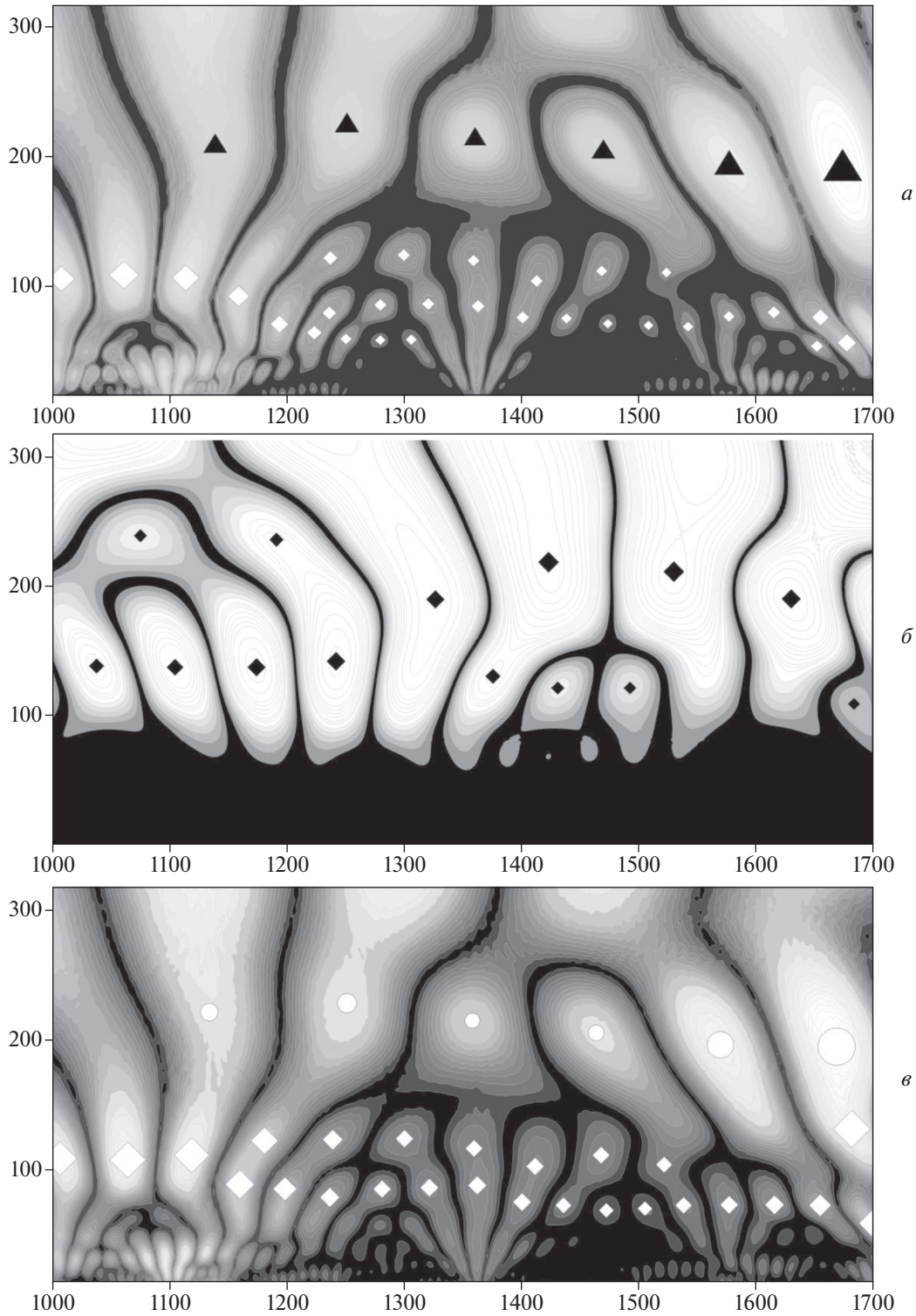


Рис. 3. Коэффициенты вейвлет анализа. (а) – ряд N , (б) – ряд MM , (е) – ряд SN . Символами отмечены локальные максимумы.

Следует отметить, что и длина периодов и 100-летней, и 200-летней составляющих также систематически изменяются в 1000–1700 гг. Для

200-летней вариации максимальное значение периода в 230 лет получено для середины 13 века с последующим гладким убыванием до выражен-

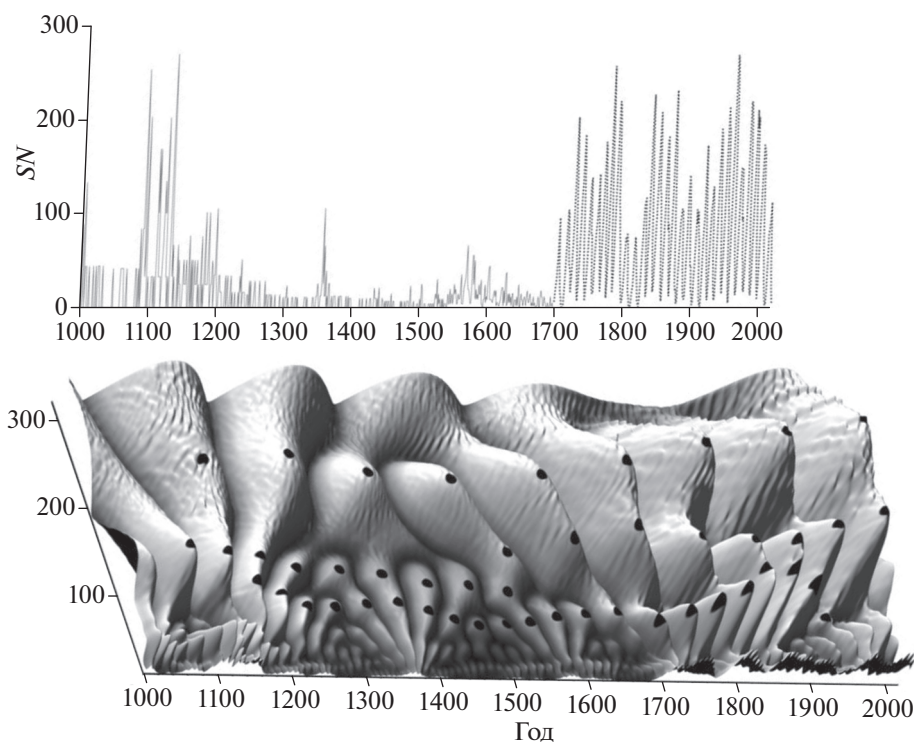


Рис. 4. Коэффициенты непрерывного вейвлет-анализа для ряда SN в 1000–2000 гг. Сплошная линия – реконструированный ряд SN , пунктирная линия – наблюдательный ряд SN , 3D-поверхность – вейвлет-коэффициенты. Символами отмечены выраженные максимумы спектра.

ного минимума 195 лет в 1700 году. Что касается 100-летней составляющей, то для нее максимальный период 125 лет получен в 1300 г., а затем наблюдается систематическое убывание. К 1500 году периоды 100-летней и 200-летней составляющих настолько сближаются, что при доминировании 200-летней разделить их вклады и определить период 100-летней не удастся. Для вариаций длины периода 80-летних составляющих на фоне общего убывания, схожего с изменением периода 200-летних, можно выделить два максимума в 1350 и в 1600 гг. и отчетливый минимум в 1500 г. После 1600 года доминируют 60-летние составляющие и проследить 80-летние не удастся.

Можно заключить, что в вейвлет-спектре SN по сравнению со спектром N снизилось влияние 350-летней составляющей ММ, что выразилось в более четкой локализации в спектре SN 200-летних периодов. Кроме того, учет вариаций ММ, а именно удаление экранирующего воздействия магнитного поля Земли, выравняло значения амплитуд околостолетней и двухсотлетней вариаций SN (рис. 3в) по сравнению с соотношением этих составляющих в вейвлет-спектре числа полярных сияний N (рис. 3б).

При стабильности рассматриваемых спектральных составляющих следует отметить, что как изменения их амплитуд, так и вариации зна-

чений периодов, по-видимому, контролируются более длинноволновыми процессами.

4.4. Проверка совместности (непрерывности перехода) спектров SN , реконструированных для 1000–1700 гг. и наблюдательных за последние 300 лет

Для сравнения вейвлет-спектров реконструированных и наблюдательных данных временной ряд нашей реконструкции SN в 1000–1700 гг. был дополнен данными телескопических наблюдений для 1700–2000 гг. (*WDC-SILSO*, по версии 2.0). Этот синтетический ряд представлен на рис. 4 на временной шкале 1000–2000 гг. Реконструированный ряд показан сплошной тонкой линией, наблюдательный ряд – штриховой. Для всего ряда в целом был проведен вейвлет-анализ, аналогичный описанному выше. На рисунке 4б показано изменение во времени вейвлет-коэффициентов объединенного ряда в виде 3D-поверхности.

Вейвлет-спектры SN в 1000–2000 гг. (рис. 4) показывают особенности аналогичные тем, которые видны для вейвлет-спектра на рис. 3в в 1000–1700 гг. Видно, что по спектральному составу ряды, реконструированные на основе информации о полярных сияниях (1000–1700 гг.), прекрасно стыкуются с рядами, полученными из на-

блюдавательных данных СА (1700–2000 г.). Для полученных спектров характерна непрерывность и подобие их изменения при переходе от реконструкции к наблюдательному ряду. Это повышает доверие, как к полученной реконструкции, так и к результатам анализа цикличностей.

Околовековой цикл Глейсберга состоит из двух ветвей, расположенных в полосе частот соответствующих периодам 100–140 лет и 60–80 лет. Вторая его ветвь (60–80 лет) состоит из узкополосной моды ~80 лет, которая устойчиво определяется до 1650 г., затем на некоторое время доминанта переходит на 60-летнюю составляющую, а начиная с 1800 г., вновь доминирует 80-летний цикл. Одновременно с этим, после 250-летнего перерыва, на протяжении которого 100-летнюю составляющую не удается уверенно выделить на фоне 200-летней, она вновь четко прослеживается до 1990 г. Эта особенность связана сначала с систематическим уменьшением длины периода 200-летней моды и ее сближением со 100-летней составляющей, а затем с систематическим увеличением длины периода 200-летней после минимума в 1650 г. таким, что уже к 1800 году вклады этих двух спектральных составляющих перестают перекрываться.

4.5. Амплитудная и частотная длинноволновая модуляция

Непрерывность спектра расширенного ряда *SN* позволяет проверить предположение о модуляции спектра *SN* более длинноволновым процессом. На рисунок 5 вынесены квазипериодические вариации амплитуд (*a*) и периодов (*b*) ~100-летних и ~200-летних спектральных составляющих. Амплитуды разных циклов отмечены теми же символами, что и периоды. Для двух мод цикла Глейсберга изменения во времени амплитуд практически ложатся на одну кривую, которую можно охарактеризовать как модулирующую длинноволновую составляющую с периодом, превышающим 1000 лет. Кроме того, можно видеть, что изменение амплитуды отчетливо выделяемой после 1800 г. 60-летней волны прекрасно согласуется с ходом этой кривой. Хотя для 200-летней составляющей изменение амплитуды по форме несколько отличается, но и здесь можно выделить длинноволновый тренд. Этот факт свидетельствует о том, что найденная амплитудная модуляция связана с одним длинноволновым процессом, природа которого требует дополнительного исследования.

Анализ изменения периодов (рис. 5б) показывает, что длинноволновая модуляция выражена не только в амплитудах, но и в частотной области. Причем, как хорошо видно на рис. 5б, кроме длинноволновой частотной модуляции для циклов Глейсберга можно выделить и составляющие

с более короткими периодами. Частотная модуляция представляет особый интерес, поскольку отражает процесс, который влияет на генерацию основного колебания [Wilson, 1996]. Поэтому нами была предпринята попытка получить оценки периодов модуляторов. Очевидно, что обычными методами это сделать затруднительно, поэтому мы применили аппроксимацию несколькими синусоидами, для которых неизвестными были период, фаза и амплитуда. Результат зависел, в том числе, и от количества синусоид в аппроксимации. После осреднения полученных периодов мы получили в качестве оценки для длинноволновой и амплитудной, и частотной модуляции мод Глейсберга период равный 1500 ± 300 лет. Для модуляции 200-летней составляющей эта оценка составила 1700 ± 100 лет. Полученные оценки не противоречат друг другу, что говорит в пользу предположения о наличии длинноволнового процесса, осуществляющего и амплитудную, и частотную модуляцию собственных солнечных циклов.

На рисунке 5 также отчетливо видна частотная модуляция с меньшим периодом. Для этой составляющей при аппроксимации синусоидами также была получена оценка периода 216 ± 40 лет, что лежит в пределах значений периодов цикла Зюсса. Для получения частотно-модулированного сигнала, как правило, требуется наличие внешнего периодического воздействия, меняющего частотные характеристики основного колебания [Wilson, 1996]. Это позволяет предположить, что полученная в спектре реконструированной нами СА 200-летняя составляющая не принадлежит к собственным солнечным циклам, а представляет собой отражение модулирующего внешнего по отношению к солнечному динамо процесса с близким периодом. Действительно, основное проявление в спектре частотной модуляции состоит в появлении дублирующих основное колебание полос, сдвинутых на периоды кратные периоду основного колебания. Если основные солнечные циклы это 11 и 22 года, то со сдвигом примерно на 200 лет мы как раз и получим наблюдаемую спектральную составляющую. В качестве дополнительного критерия можно было бы использовать дублирование 100-летней моды, но увидеть это нам не позволяет длина ряда. Однако, например, в [McCracken et al., 2013] авторами отмечались среди основных составляющие с периодами и 350, и 508, и 709 лет.

Заметим, что характер изменения периода 60-летней составляющей также поддерживает нашу гипотезу о присутствии частотного модулятора с периодом 216 лет. Легко видеть, что если исключить среднее, то изменение 60-летней составляющей хорошо ложится на кривую 80-летнего колебания, модулированного ~200-летней волной (рис. 5).

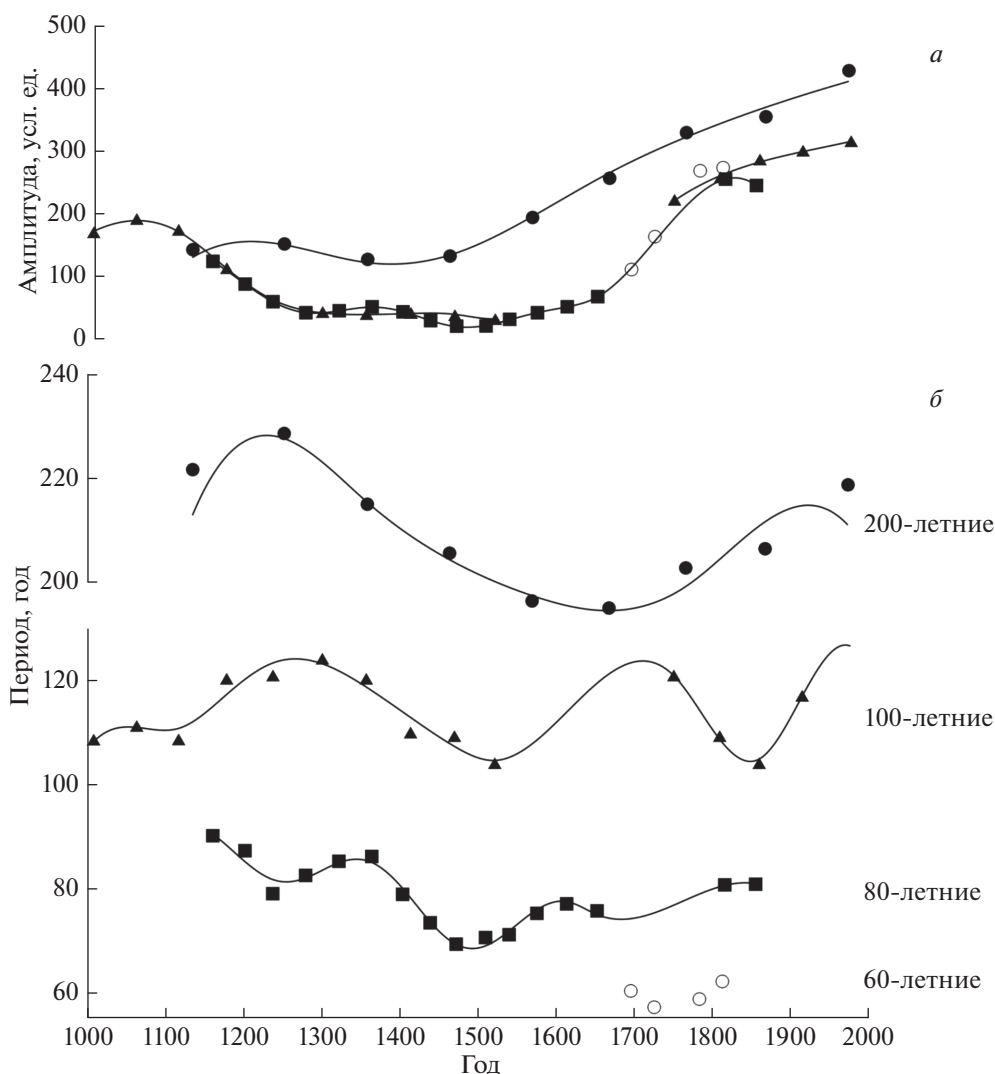


Рис. 5. Вариации амплитуд и периодов циклов Зюсса и Глейсберга в 1000–2000 гг. Символы – полученные значения, сплошная линия – аппроксимация сумой синусоид.

На данном этапе наше утверждение о том, что ~200-летняя составляющая, найденная в реконструированной нами СА, отражает периодичность модулирующего солнечные циклы внесолнечного процесса, остается на уровне гипотезы, хотя и имеющей косвенные подтверждения. Для ее проверки требуется проведение дополнительных исследований.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Источником, определяющим вариации SN , полученные при помощи нашего метода реконструкции, является спектральная структура числа полярных сияний N . В рядах N нашего каталога полярных сияний обнаруживаются циклы близкие к циклам Глейсберга и Зюсса (рис. 3б). В авроральной активности доминирует ~200-летняя

вариация, а ~100-летняя вариация Глейсберга гораздо менее интенсивна. Сравнение с вариациями ММ показывает присутствие близких по периодам, но сдвинутых по фазе составляющих. В результате учета вклада ММ амплитуды периодов группы Глейсберга в спектре SN усиливаются, проявляются более четко и по интенсивности они приближаются к интенсивности вариации Зюсса. Этот результат согласуется с результатами нашей работы [Птицына и Демина, 2018], где было получено, в частности, что резкое возрастание ММ вблизи 1800 г. вносит существенный вклад в глубокий спад N во время минимума Дальтона. Кроме того, показано, что минимум Сильвермана в 1760–1767 гг. в N полностью обусловлен вариациями ММ в это время: если убрать геомагнитный экран, то этот минимум исчезает. Вариации ММ вносят вклад в получаемые мини-

мумы/максимумы в числе наблюдаемых солнечных сияний N и, следовательно, в реконструированной на ее основе SA , и в состоянии создавать ложные особенности, которые могут трактоваться как вариации SA .

Вариации MM на длинных временных шкалах определяются сложными геодинамическими процессами в жидком ядре Земли [Hulot et al., 2010]. В Голоцене в качестве основных периодов выделяются 20–50 млн. лет. На масштабах нескольких последних тысяч лет построены цифровые модели, использующие археомагнитные данные, данные осадочных и вулканических пород [Korte, 2011; Constable and Korte, 2015]. При построении этих моделей используются накопленные в базе *Geomag50* [Brown et al., 2015] данные, которые осредняются по месту и времени. При описании вариаций MM за последние несколько тысяч лет эти модели отличаются в деталях, но хорошо согласуются в главных тенденциях. Как раз за счет разницы в деталях по разным моделям последний максимум мог приходиться и на 2–3 в. до н. э., и на 2–3 в. н. э. По величине MM тогда в 1.5 раза превышал его современное значение. Таким образом, в некоторые исторические периоды времени вклад MM в вариации солнечной активности, реконструированной с использованием косвенных данных, зависящих от магнитного поля Земли, мог быть гораздо более существенным, чем во втором тысячелетии н. э.

Поскольку для реконструкции SN используются данные, так или иначе зависящие от магнитного поля Земли, не учет влияния MM может приводить к неправильному соотношению амплитуд циклов Глейсберга и Зюсса. Между тем, в работе [Vecchio et al., 2017] анализ числа солнечных пятен SN , групп пятен GN (1610–2014) и реконструкции SN , основанной на дендрохронологических данных (1150 до н. э.–1950 н. э.), показал, что именно соотношение циклов Глейсберга и Зюсса определяет положение, интенсивность и длительность гранд-минимумов на временной шкале. Кроме того, анализ, проведенный в работе [Javaiaiah, 2017], позволил установить, что опора на законы цикличности Глейсберга несет в себе прогностический потенциал: авторами предсказывались характерные особенности 25, 26, 28–30 циклов.

В нашей реконструкции SA уменьшено экранизирующее влияние вариаций MM с периодами >350 лет. Но более короткопериодные вариации MM также могут вносить дополнительный вклад во временной ход отдельных спектральных составляющих. Таким образом, учет вклада MM представляется важной задачей при определении соотношений циклических компонент, от которых существенным образом зависят экстремальные особенности SA на протяжении тысячеле-

тий, а также для долгосрочных прогноза SA . Для более точного учета MM при реконструкции SN необходимы более подробные модели ГМПЗ с большим разрешением. Появление таких моделей может способствовать принятию более обоснованных решений по поводу модулирующих свойств разных спектральных составляющих.

Согласно нашим результатам на всем рассматриваемом промежутке времени, в 1000–2000 гг. наблюдается доминирование нескольких циклических составляющих. Эти составляющие – цикл Зюсса с длиной квазипериода 195–230 лет и две моды цикла Глейсберга со значениями периода 60–80 и 90–140 лет. Этот результат согласуется с данными, полученными ранее другими авторами, например, в работах [Nagovitsyn, 2001; Ogyrtsov et al., 2002a].

Использование в качестве инструмента спектрального анализа вейвлетов позволило проследить изменение во времени амплитуд и периодов разных составляющих. Получено, что амплитуды как цикла Зюсса, так и цикла Глейсберга постоянно изменяются, причем эти изменения носят выраженный систематический характер и могут рассматриваться как результат модуляции более длинноволновым процессом с периодом от 1500–1700 и более лет. Аналогичная длинноволновая модуляция получена и в частотной области. Этот результат согласуется с полученными ранее фактами, свидетельствующими о модуляции цикличности SA более длинными квазипериодическими процессами. В частности, в работе [Perytskih and Damon, 2003] показано, что амплитуда и период цикла Глейсберга модулируются 2400 летним циклом.

Для циклов Глейсберга кроме длинноволновой амплитудной мы получили также и частотную модуляцию квазипериодическим процессом, длина которого составляет ~216 лет, и лежит в частотных пределах цикла Зюсса. В недавней работе [Chol-jun and Jik-su, 2019] на основе анализа прямых астрономических наблюдений солнечных пятен невооруженным глазом, а также реконструкции SA по данным космогенных изотопов было найдено наличие доминирующего пика 207 лет; при этом авторы высказали предположение, что этот цикл не является солнечным по своему происхождению, он скорее может участвовать в реконструкции косвенным образом, за счет введения каких-либо поправок, например, геомагнитной или климатической коррекции.

В нашей работе найдено, что цикл Зюсса с периодом 216 лет проявляется в частотной модуляции, что говорит о наличии квазипериодического процесса с характерной длиной ~200 лет, который оказывает влияние на условия генерации основных солнечных мод. Согласно свойствам присущим именно частотной модуляции эта

~200-летняя составляющая может отражать результат дублирования основной фундаментальной частоты (11 и 22 года) на кратных модах модулятора. Это предположение поддерживается и другими данными. Так, частотная модуляция приводит к размыванию и уширению полосы основного колебания, что и наблюдается для 11 и 22 летних циклов. Поскольку дублирование идет и в сторону высоких частот, этим можно объяснить наличие длинного высокочастотного “хвоста”.

Вековой цикл Глейсберга многими авторами интерпретируется как цикл систематического изменения амплитуды и периода 11-летнего цикла Швабе: высокие и низкие максимумы солнечных циклов группируются в околостолетнюю последовательность цикла Глейсберга. В работе [Sonett, 1982] продемонстрировано, что амплитуда 22-летнего цикла Хейла также модулируется на шкале цикла Глейсберга.

Цикл Глейсберга привлекает большое внимание исследователей солнечной физики, так как он единственный, кроме 22-летнего цикла, который, по-видимому, можно связать с циклическим формированием солнечных пятен в результате действия механизма солнечного динамо. Кроме того, вековые периодичности были обнаружены в разнообразных солнечных, солнечно-земных и климатических явлениях [Dergachev and Raspopov, 2000; Ogurtsov et al., 20026; Peristikh and Damon, 2003; Feynmann and Ruzmaikin, 2014; Usoskin, 2017], что было очень популярной темой исследований в последние два десятилетия. Однако выводы о реальности существования длинноволновых циклов в СА с периодами ~100 и ~200 лет могут быть подтверждены только инструментальными наблюдениями, которые существуют за период времени всего порядка 400 лет. При этом аккуратные прямые наблюдательные данные для числа солнечных пятен $SN(W)$ известны вообще лишь с 1845 г. Соответственно имеющейся длины наблюдательного ряда индикаторов СА недостаточно для достоверного исследования 100- и 200-летних вариаций. В результате реальность этих циклов и их связь с источниками на Солнце некоторыми авторами ставится под сомнение [Sisco, 1980; Feynman and Fogere, 1984; Ma and Vaquero, 2009; Hathaway, 2015]. Особенно сильно эти сомнения касаются 200-летнего цикла. Природа этих циклов неясна. В качестве источников этих вариаций чаще всего рассматриваются солнечные моды, но также влияние атмосферных, океанических и климатических процессов, геомагнитное поле, и возможное влияние приливных гравитационных сил планет. Полученный нами результат о наличии частотной модуляции с периодом Зюсса говорит о внесолнечной природе этого модулятора.

Анализ проявления частотной модуляции в спектре результирующего сигнала легко провести, если это два гармонических колебания. При отсутствии нескольких модуляторов (нами получено как минимум два) и нескольких собственных периодов существенно усложняет задачу. Тем более, что сигналы отнюдь не гармонические. Чтобы проследить проявления частотной модуляции и более точно оценить периоды и природу модуляторов, прежде всего, требуются длинные ряды и исключение из реконструкций влияния других факторов, связанных с наблюдательной стороной.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели цикличность СА в 1000–2000 гг., реконструированную на базе числа полярных сияний N в 1000–1700 гг. с учетом вариаций магнитного момента Земли. Источником, определяющим вариации SN в нашем методе реконструкции, является спектральная структура числа полярных сияний N . В спектре N явно доминирует 200-летняя цикличность. Учет при реконструкции вклада ММ изменил соотношение амплитуд спектральных составляющих SN . По сравнению со спектром N усилились составляющие цикла Глейсберга с периодами 60–140 лет и снизилось влияние трендовых >350-летних вариаций.

Анализ объединенного реконструированного ряда SN (1000–1700 гг.) и современного ряда данных SN (1700–2000 гг.) показал, что по спектральному составу реконструированные и наблюдательные ряды прекрасно сгласуются, наблюдается непрерывность спектров и подобие их изменения при переходе от реконструкции к наблюдательному ряду. Это свидетельствует о реалистичности как нашей реконструкции, так и результатов анализа ее цикличности.

Можно заключить, что исключение экранирующего влияния геомагнитного поля в 1000–1700 гг. внесло заметный вклад в соотношения основных циклов, выравнивая значения амплитуд около-столетней и около-двухсотлетней вариаций SN по сравнению с соотношением этих составляющих в исходном спектре полярных сияний N . В некоторые исторические эпохи вклад ММ в вариации солнечной активности, реконструированной с использованием косвенных данных, зависящих от магнитного поля Земли, мог быть гораздо более значительным, чем во время рассматриваемого интервала времени, в 1000–1700 гг. Поэтому аккуратное исследование и учет этого вклада в различные исторические эпохи представляет актуальную задачу, особенно принимая во внимание многочисленные попытки, которые предпринимаются в последнее время, по поиску распределения на временной шкале экстремальных “больших минимумов” и “больших

максимумов”, а также по получению долгосрочных прогнозов СА на основе ее цикличности.

Вейвлет-анализ объединенного ряда SN показал следующие характерные особенности спектрального состава исследуемых рядов.

Получено наличие двух доминирующих составляющих — около-векового цикла Глейсберга и около-двухвекового цикла Зюсса. Цикл Глейсберга состоит из двух мод — ~ 80 -летней (60–80 лет) и ~ 100 -летней (90–140 лет) моды.

Для всех циклов получена одинаковая амплитудная модуляция длиннопериодным процессом, длина которого ~ 1500 – 1700 лет. Аналогичная длинноволновая составляющая наблюдается и в изменении периодов.

Для 80-летней ветви цикла Глейсберга отчетливо, а для 100-летней — при аппроксимации синусоидами, прослеживается частотная модуляция процессом с периодом ~ 216 лет, являющимся циклом Зюсса. Можно предположить, что ~ 200 -летняя составляющая в реконструированной нами СА представляет собой отражение периода внесолнечного квазипериодического процесса. Ранее, например, обнаружено, что квазипериодические изменения с периодом ~ 200 лет являются характерной чертой геомагнитного поля [Начасова и Акимова, 2015]. Нами при вейвлет-анализе модели магнитного момента $ARCH3k$ также была получена составляющая с периодом 200–250 лет. На данном этапе наше предположение о связи 200-летней составляющей с некоторым внесолнечным квазипериодическим процессом остается на уровне гипотезы. Для ее подтверждения и конкретизации модулирующего процесса требуется проведение дополнительных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- *Наговицын Ю.А.* Солнечная активность двух последних тысячелетий: “Служба Солнца” в древнем и средневековом Китае // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 41. № 5. С. 711–720. 2001.
- *Наговицын Ю.А.* Глобальная активность Солнца на длительных временах // Астрофизический бюллетень. Т. 63. № 1. С. 45–58. 2008.
- *Начасова И.Е., Акимова С.В.* Вариации напряженности геомагнитного поля на Пиренейском п-ове в последнее тысячелетие // Физика Земли. № 5. С. 100–106. 2015. 2015.
<https://doi.org/10.7868/S0002333715050087>
- *Птицына Н.Г., Тясто М.И., Храпов Б.А.* Вариации частоты появления полярных сияний в 1837–1900 гг. по данным сети метеорологических обсерваторий России // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 55. № 4. С. 696–705. 2015. 2015.
<https://doi.org/10.1134/S001679321504012X>
- *Птицына Н.Г., Демина И.М., Тясто М.И.* Вариации авроральной активности и главного магнитного поля земли за триста лет (1600–1909 гг.) // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 58. № 6. С. 818–827. 2018.
<https://doi.org/10.1134/S0016794018060123>
- *Птицына Н.Г., Демина И.М.* Реконструкция солнечной активности в 1000–1700 гг. по данным о полярных сияниях с учетом вклада главного магнитного поля земли // Геомагнетизм и Аэрономия. Т. 60. № 3. С. 515–527. 2020.
<https://doi.org/10.31857/S0016794020030153>
- *Attolini M.R., Cecchini S., Galli M., Nanni T.* On the persistence of the 22-year solar cycle // Sol. Phys. V. 125. P. 389–398. 1990.
- *Babcock H.W.* The topology of the Sun’s magnetic field and the 22-year cycle // Astrophys. J. V. 133. P. 527–587. 1961.
- *Brown M.C., Donadini F., Korte M., Nilsson A., Korhonen K., Lodge A., Lengyel S.N., Constable C.G.* Geomag50.v3:1. General structure and modifications to the archeological and volcanic database // Earth Planets and Space. V. 67. P. 11–31. 2015.
- *Chol-jun K., Jik-su K.* About 200-Year Cycle of Solar Activity in the Mediaeval Korean Records and Reconstructions from Cosmogenic Radionuclides // arXiv:1912.11226. astro-ph. P. 1–8. <https://arxiv.org/pdf/1912.11226.pdf>. 2019.
- *Clilverd M.A., Clarke E., Ulich T., Rishbeth H., Martin J.* Predicting solar cycle 24 and beyond // Space weather. V. 4. № 9. S09005. 2006.
<https://doi.org/10.1029/2005SW000207>
- *Constable C., Korte M.* Centennial – to millennial-scale geomagnetic field variations / Treatise on Geophys. (2nd Edition). V. 5. P. 309–341.
<https://doi.org/10.1016/B978-9-444-53802-4.00103-2>. 2015.
- *Daubechies I.* Ten lectures on wavelets. Philadelphia, Pennsylvania, USA: Society for industrial and applied mathematics. 369 p. 1992.
<https://doi.org/10.1137/1.9781611970104>
- *Donadini F., Korte M., Constable C.* Geomagnetic field for 0–3 ka: 1. New data sets for global modeling // Geochem. Geophys. Geosys. V. 10. Q06007. 2009.
<https://doi.org/10.1029/2008GC002295>
- *Dergachev V.A., Raspopov O.M.* The long-term solar cyclicity (210 and 90 years) and variation of the global terrestrial air temperatures since 1868 / Proc. “1st Solar and Space Weather Euroconf”. Santa Cruz de Tenerife, Spain, 25–29 September 2000. Ed. A. Wilson. Noordwijk, Netherlands: ESA Publications Division, 2000 xi, 680 p. ESA SP. V. 463. P. 485–491. ISBN 9290926937. 2000.
- *de Vries H.* Variation in concentration of radiocarbon with time and location on Earth / Proc. Koninkl. Ned. Acad. Wet. Ser. B. V. 61. P. 94–102. 1958.
- *Eddy J.A.* The historical record of solar activity / Proc. Conf. “The ancient sun: Fossil record in the earth, moon and meteorites”. Boulder, Colorado, USA, Oct. 16–19, 1979. A81-48801 24-91. New York and Oxford: Pergamon Press. P. 119–134. 1980.
- *Gleissberg W.* Evidence for a long solar cycle // The Observatory. V. 65. № 282. P. 123–125. 1944.
- *Grossman A., Morlet J.* Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape // SIAM J. Math. V. 15. № 4. P. 723–736. 1984.
<https://doi.org/10.1137/0515056.m>
- *Hale G.E., Nicholson S.B.* The law of sun-spot polarity // Astrophys. J. V. 62. P. 270–300. 1925.
- *Hathaway D.H.* The Solar Cycle // Living Rev Solar Phys. V. 12. lrsp-2015-4, <https://doi.org/10.1007/lrsp-2015-4>. <http://www.livingreviews.org/lrsp-2015-4>. arXiv:1502.07020. 2015.
- *Hulot G., Finlay C.C., Constable C.G., Olsen N., Mandea M.* The Magnetic Field of Planet Earth // Space Sci. Rev.

- V. 152. P. 159–222. 2010.
<https://doi.org/10.1007/s11214-010-9644-0>
- *Feynman J., Fougere P.F.* Eighty-eight year periodicity in solar–terrestrial phenomena confirmed // *J. Geophys. Res.* V. 89. P. 3023–3027. 1984.
- *Feynman J., Ruzmaikin A.* The centennial Gleissberg cycle and its association with extended minima // *J. Geophys. Res. Space Phys.* V. 119. № 8. P. 6027–6041. 2014.
- *Javaraiah J.* Will solar cycles 25 and 26 be weaker than cycle 24? // *Solar Phys.* V. 292. № 11. P. 172–188. 2017.
<https://doi.org/10.1007/s11207-017-1197-x>
- *Keimatsu M.* A chronology of aurorae and sunspots observed in China, Korea and Japan // *Ann. Sci.* V. 13. P. 1–32. 1976.
- *Kern A.K., Harzhauser M., Piller W.E., Mandic O., Soliman A.* Strong evidence for the influence of solar cycles on a Late Miocene lake system revealed by biotic and abiotic proxies // *Palaeogeography, palaeoclimatology, palaeoecology.* V. 329. P. 124–136. 2012. <https://arxiv.org/pdf/1912.11226.pdf>. 2012.
- *Kolla'th Z., Ola'h K.* Multiple and changing cycles of active stars I. Methods of analysis and application to the solar cycles // *Astron. and Astrophys. Manuscript no. 11303 c.* ESO 2009. arXiv:0904.1747 [astro-ph.SR].
<https://doi.org/10.1051/0004-6361/200811304>. 2009.
- *Komitov B., Kafian V.* The sunspot cycle no. 24 in relation to long term solar activity variation // *J. Adv. Res.* V. 4. № 3. P. 279–282. 2013.
<https://doi.org/10.1016/j.jare.2013.02.001>
- *Komitov B., Sello S., Duchlev P., Dechev M., Penev K., Koleva K.* The sub- and quasi-centennial in solar and geomagnetic activity data series // *Bulgar. Astron. J.* V. 25. P. 78–103. 2016.
- *Korte M.* Reconstructing the global geomagnetic field of the Holocene // *Latinmag Lett.* V. 1. Special Iss. C02. P. 1–6. Proc. Latinmag conf. Tandil. Argentina. 23–26 Nov. 2011.
- *Kuklin G.V.* Cyclical and secular variations of solar activity / *Basic Mechanisms of Solar Activity.* Ed. V. Bumba and J. Kleczek. Boston, Mass.: D. Reidel. P. 147–190. 1976.
- *Lin Y.C., Fan C.Y., Damon P.E., Wallick E.I.* Long term modulation of cosmic ray intensity and solar activity cycles / Proc. “14th Int. Cosmic Ray Conf”. Munchen, Nov 1, 1975. V. 3. P. 995–999. Garching, Germany: Max Planck Institut für extraterrestrische Physik, 1975.
- *Liritzis Y., Petropoulos B.* Latitude dependence of auroral frequency in relation to solar-terrestrial and interplanetary parameters // *Earth, Moon and Planets.* V. 39. № 1. P. 75–91. 1987.
- *McCracken K.G., Beer J., Steinhilber F., Abreu J.* A phenomenological study of the cosmic ray variations over the past 9400 years, and their implications regarding solar activity and the solar dynamo // *Solar Phys.* V. 286. № 2. P. 609–627. 2013.
- *Ma L.H., Vaquero J.M.* Is the Suess cycle present in historical naked-eye observations of sunspots? // *New Astron.* V. 14. P. 307–310. 2009.
- *Nagovitsyn Yu.A., Georgieva K., Osipova A.A., Kuleshova A.I.* Eleven_year cyclicality of the Sun on the 2000-year time scale // *Geomagnetism and Aeronomy.* V. 55. № 8. P. 1081–1088. 2015.
<https://doi.org/10.1134/S001679321508023X>
- *Ogurtsov M.G., Nagovitsyn Yu.A., Kocharov G.E., Jungner H.* Long-period cycles of the sun’s activity recorded in direct solar data and proxies // *Solar Phys.* V. 211. P. 371–394. 2002a.
- *Ogurtsov M.G., Kocharov G.E., Lindholm M., Nagovitsyn Yu.A. et al.* Evidence of solar variation in tree-ring-ased climate reconstructions // *Solar Phys.* V. 205. № 2. P. 403–417. 2002b.
<https://doi.org/10.1023/A:1014277121166>
- *Peristykh A.N., Damon P.E.* Persistence of the Gleissberg 88 year cycle over the last 12000 years: evidence from cosmogenic isotope // *J. Geophys. Res. Space Phys.* V. 108. № A1. P. SSH 1-1-SSH 1–15. 2003.
<https://doi.org/10.1029/2002JA009390>
- *Scargle J.D.* Wavelet and other multi-resolution methods for time series analysis. Statistical challenges in modern astronomy II / Ed. G.J. Babu and E.D. Feigelson. P. 333–347. N.Y, USA: Springer-Verlag. 1997.
- *Schove D.J.* Aurora numbers since 500 B.C. // *J. Brit. Astron. Assoc.* V.72. № 1. P. 31–35. 1962.
- *Siscoe G.L.* Evidence in the auroral record for secular solar variability // *Rev. Geophys.* V. 1. № 8. P. 647–658. 1980.
- *Sonett C.P.* Sunspot time series: Spectrum from square law modulation of the Hale cycle // *Geophys. Res. Lett.* V. 9. P. 1313–1316. 1982.
- *Sonett C.P., Finney S.A.* The spectrum of radiocarbon / The Earth’s climate and variability of the sun over recent millennia: geophysical, astronomical and archaeological aspects / Ed. J.-C. Pecker and S. K. Runcorn. P. 15–27. London, UK: R. Soc., 1990.
- *Steinhilber F., Abreu J.A., Beer J. et al.* 9400 year cosmogenic isotope data and solar activity reconstruction / *IGBP PAGES/WDC Paleoclimat. Data. Contr. Ser. # 2012-040.* NOAA/NCDC. Boulder CO, USA: Paleoclimat. Program. 2012.
- *Suess H.E.* The radiocarbon record in tree rings of the last 8000 years // *Radiocarbon.* V. 22. P. 200–209. 1980.
- *Svalgaard L.* Up to nine millennia of multimessenger solar activity // <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1810/1810.11952.pdf>. 2018.
- *Usoskin I.G., Kovaltsov G.A.* Occurrence of extreme solar particle events: assessment from historical proxy data // *Astrophys. J.* V. 757. P. 92–98. arXiv:1207.5932. 2012.
<https://doi.org/10.1088/0004-637X/757/1/92>
- *Usoskin I.G.* A history of solar activity over millennia // *Living Rev. Sol. Phys.* V. 14. № 3. P. 1–94. 2017.
<https://doi.org/10.1007/s41116-017-0006-9>
- *Vaquero J.M., Gallego M.C., Garcia J.A.* A 250-year cycle in naked-eye observations of sunspot // *Geophys Res. Lett.* V. 29. № 20. P. 199–204. 2002.
- *Vasquez M., Vaquero J.M., Gallego M.C.* Long-term spatial and temporal variations of aurora borealis events in the period 1700–1905 // *Solar Phys.* V. 289. № 5. P. 1843–1861. 2014.
- *Vecchio A., Lepreti F., Laurenza M., Alberti T., Carbone V.* Connection between solar activity cycles and grand minima generation // *Astron and Astrophys.* V. 599. P. 292–304. A58. 2017.
<https://doi.org/10.1051/0004-361/201629758>
- *Wilson S.G.* Digital modulation and coding. Charlottesville, Virginia, USA: Prentice-Hall, 667 p. ISBN: 1258629917. 1996.
- *Wu C.J., Usoskin I.G., Krivova N., Kovaltsov G.A., Baroni M., Bard E., Solanki S.K.* Solar activity over nine millennia: A consistent multi-proxy reconstruction // *Astron. Astrophys.* V. 615. A93. P. 1–13. 2018.