

УДК 537.877+519.6

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ОБЛАСТИ ВЫСОКИХ ШИРОТ ПРИ РАЗЛИЧНОМ СОСТОЯНИИ ИОНОСФЕРЫ НА ЧАСТОТАХ СИСТЕМЫ РАДИОНАВИГАЦИИ РСДН-20 (АЛЬФА)

© 2021 г. О. И. Ахметов<sup>1, \*</sup>, И. В. Мингалев<sup>1, 2</sup>, О. В. Мингалев<sup>1, 2</sup>,  
В. Б. Белаховский<sup>1</sup>, З. В. Суворова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Полярный геофизический институт (ПГИ), г. Апатиты (Мурманская обл.), Россия

<sup>2</sup>Мурманский арктический государственный университет (МАГУ), г. Апатиты (Мурманская обл.), Россия

\*e-mail: akhmetov@pgia.ru

Поступила в редакцию 15.05.2020 г.

После доработки 10.09.2020 г.

Принята к публикации 28.01.2021 г.

В работе представлены результаты численного моделирования распространения в области высоких широт сверхдлинных радиоволн на несущих частотах радиотехнической системы дальней навигации (РСДН-20). Вычислительные эксперименты были проведены с различными распределениями концентрации электронов в ионосфере, которые были построены на основе данных радара некогерентного рассеяния EISCAT 42m на архипелаге Шпицберген во время геомагнитной суббури 11.12.2015 г., и при спокойном состоянии ионосферы накануне суббури. Показано существенное увеличение (в 2–5 раз и более) амплитуды принимаемых на поверхности Земли электромагнитных волн ОНЧ-диапазона, проходящих под той областью ионосферы, в которую произошло высыпание частиц из магнитосферы во время суббури. Обнаружено увеличение волнового сопротивления среды и изменение разности фаз между основными электрическими и магнитными компонентами сигналов РСДН-20 во время суббури. Обсуждаются частотные зависимости указанных характеристик в зависимости от интенсивности суббури.

DOI: 10.31857/S0016794021030020

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Электромагнитные волны с частотами 3–30 кГц называют волнами очень низкой частоты (ОНЧ-диапазон). Эти волны распространяются в волноводе Земля-ионосфера и используются для передачи сигналов радионавигации и точного времени, а также в специализированных системах связи. В *D*- и *E*-слоях ионосферы имеют место большие вариации электронной концентрации, обусловленные изменением времени года и суток и высыпаниями энергичных частиц из магнитосферы. Эти вариации существенно зависят от высоты над поверхностью Земли и оказывают заметное влияние на амплитудные и фазовые характеристики радиоволн ОНЧ-диапазона [Макаров и др., 1970]. Актуально определить, какую информацию о распределении концентрации электронов в слое *D* и нижней части *E* слоя ионосферы можно получить из анализа данных об амплитудных и фазовых характеристиках сигналов ОНЧ-диапазона на поверхности Земли. Эта информация и наличие регулярно действующих источников радиосигнала ОНЧ-диапазон дадут возможность проводить мониторинг тех параметров

ионосферы, которые влияют на указанные выше характеристики.

Отметим, что высыпания в ионосферу заряженных частиц в широком диапазоне энергий во время суббури приводят к появлению ионосферных неоднородностей различных масштабов и к существенному увеличению концентрации электронов в ионосфере в области высыпаний. При этом в нижней части *D*-слоя ионосферы концентрация электронов может увеличиться более чем в 100 раз. Это приводит к существенному понижению верхней границы волновода между литосферой и ионосферой, в котором распространяются волны ОНЧ-диапазона. Это понижение, в свою очередь, приводит к искажению принимаемого радиосигнала. По этой причине представляется актуальным с помощью численного моделирования определить изменения амплитудных и фазовых характеристик волн ОНЧ-диапазона, возбуждаемых наземным передатчиком и распространяющихся в авроральной области во время геомагнитной суббури по сравнению со спокойными условиями.

Механизм возникновения суббури связан с накоплением энергии солнечного ветра в хвосте магнитосферы и ее последующим взрывным высвобождением в виде инжекции заряженных частиц (электронов, протонов) в магнитосферу и их высыпания в атмосферу [Rostoker et al., 1980]. Суббурия вызывает целый комплекс геофизических явлений в магнитосферно-ионосферной системе Земли: рост продольных токов, рост ионосферных токов, появление ярких полярных сияний, рост риометрического поглощения и т.д.

Экспериментальные исследования параметров сигналов ОНЧ-диапазона на поверхности Земли проводились коллективами авторов [Bashkuev et al., 2018; Стародубцев и др., 2019]. В этих работах авторы анализируют амплитудные и фазовые характеристики сигналов радиотехнической системы дальней навигации РСДН-20 для магнитного и электрического поля совместно с другими данными о состоянии ионосферы.

Амплитудные и фазовые характеристики сигналов ОНЧ-диапазона вдоль радиотрассы при различных геофизических условиях отличаются довольно сложным поведением, которое, возможно, обусловлено тем, что вдоль радиотрассы существенно изменяется вертикальное распределение концентрации электронов в ионосфере и вследствие этого изменяется высота верхней границы волновода между поверхностью Земли и ионосферой, по которому распространяются сигналы.

Для интерпретации данных измерений сигналов ОНЧ-диапазона полезно получить и проанализировать поведение на поверхности Земли волнового сопротивления (отношение амплитуд напряженности электрического и магнитного полей) и разности фаз между напряженностями электрического и магнитного полей радиосигналов ОНЧ-диапазона при заданных распределениях электронной концентрации, частоты столкновений электронов и геомагнитного поля в ионосфере. Получить перечисленные характеристики радиосигналов позволяет метод численного моделирования.

Цель данной работы состоит в том, чтобы исследовать, как на поверхности Земли меняются амплитудные и фазовые характеристики сигналов на частотах несущих волн сети РСДН-20 в случае, когда вертикальные профили концентрации электронов в ионосфере и частоты столкновений электронов с нейтралами и ионами изменяются от профилей, соответствующих спокойным условиям в районе архипелага Шпицберген, к профилям, соответствующим моменту высыпания энергичных частиц из магнитосферы во время суббури в этом районе. Это позволит установить, возможно ли из анализа данных о волновом сопротивлении и разности фаз между напряженно-

стями электрического и магнитного полей радиосигналов, принимаемых на поверхности Земли, определить факт высыпаний энергичных частиц из магнитосферы в ионосферу над участками радиотрассы, расположенными между пунктами регистрации ОНЧ-радиосигналов.

Для достижения поставленной цели было проведено численное моделирование распространения электромагнитных волн ОНЧ-диапазона в прямоугольном участке волновода Земля-ионосфера для десяти вариантов распределений концентрации электронов в ионосфере и распределений частоты столкновений электронов с ионами и нейтральными частицами. Все распределения являются горизонтально однородными и задаются вертикальными профилями. Первый вертикальный профиль концентрации электронов соответствует условиям сильных высыпаний частиц в ионосферу в районе архипелага Шпицберген во время суббури. Десятый вертикальный профиль концентрации электронов соответствует спокойному состоянию ионосферы в этом районе, а профили со второго по девятый соответствуют переходным условиям от первого профиля к десятому профилю.

В данной работе изложены результаты численного моделирования и проведен анализ влияния изменений вертикального профиля концентрации электронов на следующие параметры радиосигналов ОНЧ-диапазона, измеряемые на поверхности Земли: амплитуды электрического и магнитного полей, волновое сопротивление и разности фаз между напряженностями электрического и магнитного полей.

## 2. ОБЛАСТЬ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИСТОЧНИК СИГНАЛА

В качестве области моделирования для численных экспериментов использовался прямоугольный участок волновода Земля-ионосфера. Горизонтальный размер участка составлял  $128 \times 400$  км, по высоте в атмосфере и ионосфере – 200 км, в глубину в литосфере – 25 км. Шаг сетки над поверхностью Земли – 500 м по вертикали и по горизонтали, в литосфере – 250 м по вертикали. Центр источника сигнала располагался на расстоянии 64 км от трех боковых граней полученного параллелепипеда. Как и в работе [Akhmetov et al., 2019a], для всех внешних поверхностей, кроме нижней, использовалось условие ухода свободной волны вместе с адаптированными поглощающими слоями PML и профилем потерь Беренгера [Berenger, 1994]. Это позволило снизить уровень отражений сигналов от границ области до 0.1%, что важно в случае непрерывно действующего источника сигнала.

Источник излучения задавался следующим образом. На расстоянии 74 км от левой вертикальной границы прямоугольной области моделирования на части вертикальной плоскости, параллельной этой границе, шириной 60 км и на высотах от поверхности Земли до 60 км было задано горизонтальное магнитное поле в виде суммы гармонических колебаний на частотах радиотехнической системы дальней навигации РСДН-20, а именно 11905, 12679, 14881 Гц [Хафизов, 2010; Jacobsen, 2020]. Это позволило в первом приближении задать плоский фронт волны, создаваемой вблизи источника.

Радиотехническая Система Дальней Навигации-20 (РСДН-20 или Альфа), работающая в диапазоне низких частот, предназначенная для определения координат самолетов и кораблей различного назначения. Дальность действия – 10 тыс. км от ведущей станции. Точность определения положения от 2.5 до 7 км. Реальные антенны системы РСДН представляют собой высокие вертикальные изолированные мачты на растяжках, высотой 462 м. Система Альфа состоит из передатчиков, которые расположены в Новосибирске (55°45' N, 84°26' E), Краснодаре (45°24' N, 38°09' E) и Комсомольске-на-Амуре (50°04' N, 136°36' E). Эти передатчики излучают последовательности сигналов длительностью 3.6 с, состоящие из шести импульсов на частотах 11.905 кГц, 12.649 кГц и 14.881 кГц продолжительностью 400 мс с паузами в 200 мс [Хафизов, 2010; Jacobsen, 2020]. Первые два импульса последовательности вещают все станции на разных частотах, оставшиеся четыре импульса передаются с разными комбинациями станций и частоты. В представленной работе, не ставилась задача полностью повторить последовательности импульсов системы РСДН. В представленных численных экспериментах длительность моделированного сигнала не превышала несколько сотен полных колебаний. Этого достаточно для достижения целей исследования.

### 3. ЗАДАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ИОНОСФЕРЫ

При численном моделировании распределения концентрации электронов и частоты их столкновений с нейтралами и ионами считались горизонтально однородными. Вертикальные профили концентрации электронов над поверхностью Земли были заданы с использованием данных радара некогерентного рассеивания EISCAT 42m, расположенного на архипелаге Шпицберген, и двухпараметрической модели ионосферы Уайта [Wait and Spies, 1964] по формуле:

$$N_e(h) = 1.43 \times 10^7 e^{(-0.15h')} e^{[\beta - 0.15](h-h')}, \quad (1)$$

где  $h'$  и  $\beta$  – два параметра в км и км<sup>-1</sup>, обозначающих высоту D-слоя и резкость ионосферного перехода соответственно. Параметр  $\beta$  был выбран

равным 0.2, а высота  $h'$  подбиралась для каждого профиля таким образом, чтобы он соединялся с профилем EISCAT. Все высоты  $h'$  лежали в диапазоне от 54 до 64 км.

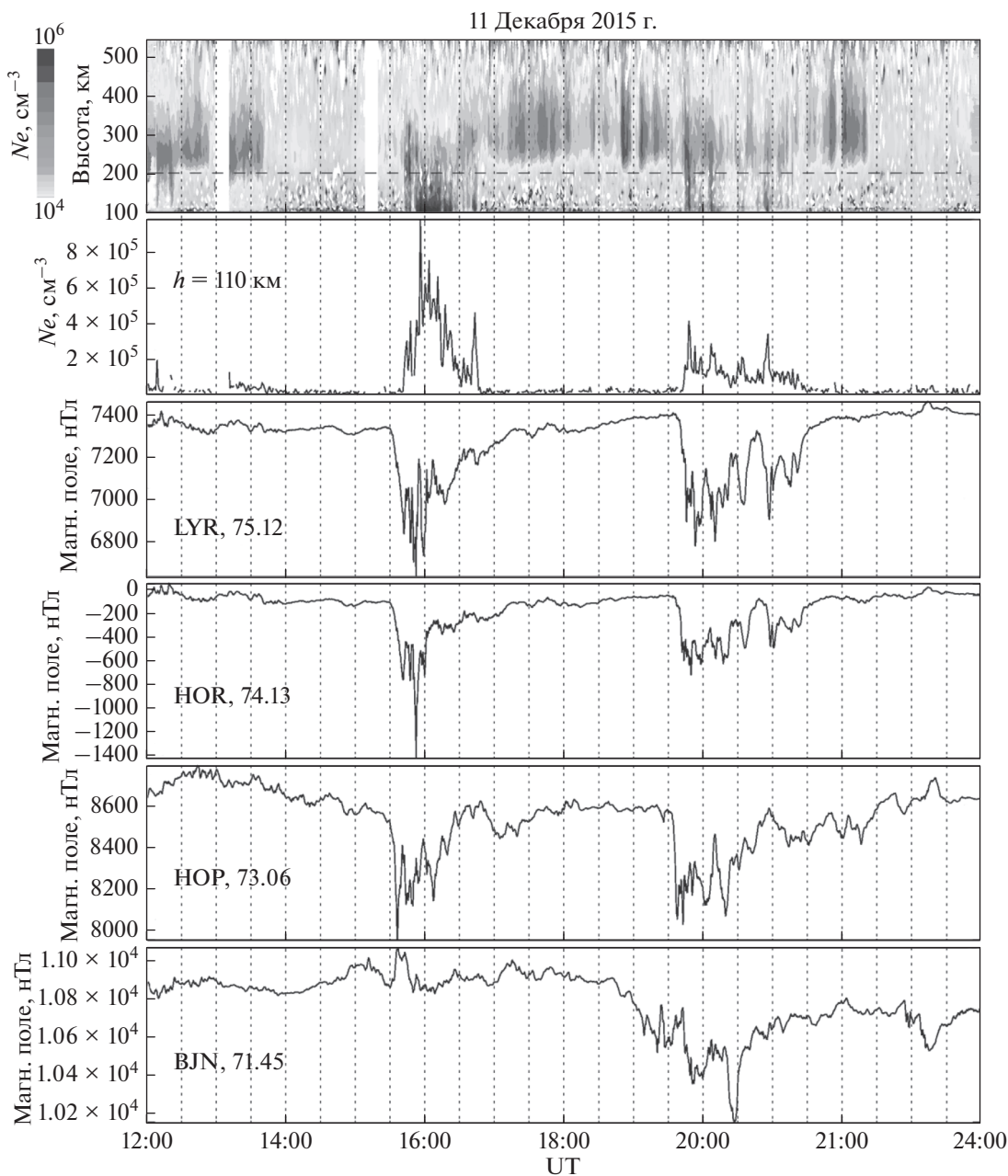
Выбор данных радара EISCAT42m на архипелаге Шпицберген, а не в Тромсё обусловлен тем, что при численном моделировании геомагнитное поле бралось вертикальным, направленным к поверхности Земли и равным  $5.3 \times 10^{-5}$  Тл.

Для задания первого вертикального профиля концентрации электронов использовались данные радара EISCAT 42m (его луч направлен вдоль геомагнитного поля) во время магнитной суббури 11 декабря 2015 г. в 16:00 UT.

По данным магнитометров сети IMAGE (рис. 1), во временном интервале 15.30–17.00 UT была зарегистрирована суббуря на станциях, расположенных выше 70° геомагнитной широты. На станции BJN (Bear Island, геомагнитные координаты:  $\Phi = 71.45^\circ$ ,  $\lambda = 108.07^\circ$ ) в X-компоненте геомагнитного поля наблюдалась небольшая положительная бухта с амплитудой около 150–200 нТл. Максимум суббурового возмущения по данным станции HOR (Hornsund, геомагнитные координаты:  $\Phi = 74.13^\circ$ ,  $\lambda = 109.59^\circ$ ) достигал около 1400 нТл. Суббурия наблюдалась в вечернем секторе MLT (MLT = UT + 3), что характерно для полярных суббурь [Клейменова и др., 2012], и происходила без геомагнитной бури ( $SUM-H \approx -10$  нТл). Однако в период регистрации суббури скорость солнечного ветра по данным базы OMNI была достаточно высока (640–680 км/с).  $B_z$ -компонента межпланетного магнитного поля (ММП) в момент начала суббури меняла свой знак с отрицательного на положительный, а затем снова стала отрицательной, что обеспечило проникновение плазмы солнечного ветра в магнитосферу и развитие суббуровой активности.

Суббурия привела к резкому увеличению плотности ионосферной плазмы (более чем на порядок) на высотах от 90 до 300 км по данным радара EISCAT 42m. Это было довольно сильное ионосферное возмущение для этой широты, так как данная суббурия привела к сильному росту фазовых GPS-сцинтилляций (более 2 радиан) [Belakhovsky et al., 2019]. По данным GPS-приемника на ст. NYA (Ny Ålesund, геомагнитные координаты:  $\Phi = 75.25^\circ$ ,  $\lambda = 112.08^\circ$ ), во время взрывной фазы суббури в течение 10–20 мин отсутствовали данные по ПЭС (полное электронное содержание) ионосферы, что, по-видимому, вызвано срывом фазы GPS-сигнала.

Для задания десятого вертикального профиля концентрации электронов использовались данные радара EISCAT 42m 11 декабря 2015 г. в 15:00 UT, т.е. за полчаса до всплеска электронной концентрации, вызванного вторжением авроральных и энергичных заряженных частиц в ионосферу Земли.

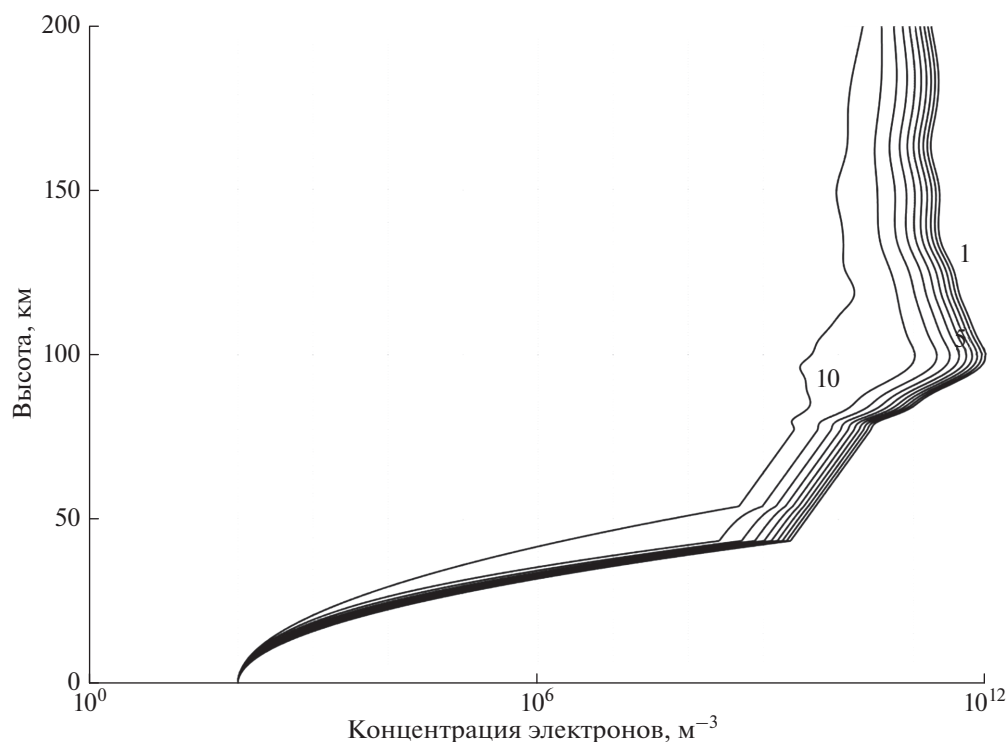


**Рис. 1.** Сверху вниз: изменения во времени вертикального профиля концентрации электронов на архипелаге Шпицберген по данным радара EISCAT 42m; изменения  $N_e$  на высоте 110 км; вариации X-компоненты геомагнитного поля на LYR, HOR, HOP, BJN по данным сети станций IMAGE, после кода станции показана геомагнитная широта.

На рисунке 2 представлены десять вертикальных профилей концентрации электронов, использованных в численных экспериментах, обсуждаемых далее. Номера этих профилей используются при обсуждении полученных результатов для идентификации параметров ионосферы, использовавшихся для расчетов. Первый профиль соответствует описанным выше условиям суббури. Десятый профиль соответствует спокойным условиям. Профили со второго по девятый соот-

ветствуют переходным условиям от возмущенного состояния ионосферы к спокойному. Эти профили были получены линейной интерполяцией между профилями 1 и 10. Профили с номерами со 2 по 9 являются модельными и напрямую они не привязаны к экспериментальным профилям.

Частота столкновений с нейтрами для соответствующих профилей электронной концентрации рассчитывалась с помощью данных EISCAT, данных модели NRLMSISE-00 и аналитической



**Рис. 2.** Вертикальные профили концентрации электронов на архипелаге Шпицберген 11.12.2015 г. для различных геофизических условий: профиль, отмеченный цифрой 1, соответствует суббуре в момент UT = 16:00, профиль, отмеченный цифрой 10, соответствует спокойным условиям.

аппроксимации результатов измерений, представленной в работе [Wait and Spies, 1964] по формуле

$$v_e(h) = 1.816 \times 10^{11} e^{(-0.15h)}, \quad (2)$$

где  $h$  обозначает высоту в км.

Профиль проводимости литосферы был задан с учетом результатов исследований проводимости земных пород на Кольском полуострове, полученных несколькими научными группами и опубликованных в работе [Kogja et al., 2002], по формуле

$$\sigma_L(z) = 2 \times 10^5 \times 10^{(-z-0.22222...)}, \quad (3)$$

где  $z$  обозначает глубину в км.

#### 4. МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

В данной работе использовалась модель распространения электромагнитных сигналов в волноводе Земля–ионосфера, основанная на численном интегрировании по времени системы уравнений Максвелла и уравнения для плотности тока с учетом инерции электронов в ионосфере на регулярной пространственной сетке. Различные модификации этой модели также использо-

вались в работах [Ахметов и др., 2019; Akhmetov et al., 2019a; Akhmetov et al., 2019b].

Для численного интегрирования по времени в ионосфере и литосфере применяются две различных схемы. В обеих схемах используется расщепление по пространственным направлениям и по физическим процессам. В схемах чередуются шаги распространения по каждому направлению и шаги затухания и вращения электрического поля сигнала. На шагах распространения по пространственным направлениям используется противоположная аппроксимация пространственных производных (метод Годунова с коррекцией потоков). Схемы являются консервативными, монотонными, имеют второй порядок точности по времени и третий по пространственным переменным.

Схема численного интегрирования уравнений Максвелла в литосфере следующая. Пусть  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  – декартовы координаты;  $t$  – время;  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  и  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  – напряженность и индукция электрического и магнитного полей;  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  – плотность тока в момент времени  $t$  в точке с радиус-вектором  $\mathbf{r}$ . Рассмотрим уравнение Фарадея и уравнение Максвелла в системе СИ

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\text{rot} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \text{rot} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{j}(\mathbf{r}, t). \quad (4)$$

В литосфере эти уравнения замыкаются законом Ома в форме

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \sigma(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (5)$$

где  $\sigma(\mathbf{r})$  – скалярная проводимость среды, и материальными уравнениями

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0\mu(\mathbf{r})\mathbf{H}(\mathbf{r}, t), \quad (6)$$

где  $\varepsilon(\mathbf{r})$  и  $\mu(\mathbf{r})$  – безразмерные относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды в низкочастотном пределе;  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная проницаемости вакуума. В представленных расчетах мы полагали, что в литосфере  $\mu(\mathbf{r}) = 1$ , однако мы сохраним  $\mu$  в дальнейших формулах, поскольку используемая методика позволяет рассматривать общий случай с переменной  $\mu(\mathbf{r})$ .

Пусть  $c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$  – скорость света в вакууме;  $c(\mathbf{r}) = c_0/\sqrt{\varepsilon(\mathbf{r})\mu(\mathbf{r})}$  – скорость света в среде в точке с радиус-вектором  $\mathbf{r}$ . Систему (4)–(5) можно записать в виде

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\text{rot} \mathbf{E}, \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{c_0^2}{\varepsilon} \text{rot} \left( \frac{\mathbf{B}}{\mu} \right) - \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} \mathbf{E}. \quad (7)$$

Для численного интегрирования системы (7) применим метод расщепления по физическим процессам. Общий шаг интегрирования разделяется на два шага. Один из них – это шаг распространения, на котором интегрируется система уравнений

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\text{rot} \mathbf{E}, \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{c_0^2}{\varepsilon} \text{rot} \left( \frac{\mathbf{B}}{\mu} \right), \quad (8)$$

второй – шаг затухания сигнала, на котором аналитически интегрируется система уравнений  $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} \mathbf{E}$  по формулам  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t + \tau) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp\left(-\frac{\sigma(\mathbf{r})\tau}{\varepsilon_0\varepsilon(\mathbf{r})}\right)$ . Правильное чередование шагов расщепления обеспечивает второй порядок точности по времени.

Рассмотрим численное интегрирование системы (8). Введем перенормированные поля  $\tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) = c_0\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ ,  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = c_0/c(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ , а также вектор  $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \nabla c$  в представленных расчетах, равный  $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \nabla c + c\nabla\mu(\mathbf{r})/\mu(\mathbf{r})$  в общем случае. Умножая уравнение Фарадея на  $c_0$ , получим уравнение

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}}{\partial t} = -\text{rot}(c\tilde{\mathbf{E}}). \quad (9)$$

Подстановка введенных обозначений в уравнение Максвелла приводит это уравнение к виду

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t} = \text{rot}(c\tilde{\mathbf{B}}) - [\mathbf{M} \times \tilde{\mathbf{B}}]. \quad (10)$$

Для численного интегрирования системы уравнений (9) и (10) используется разработанная авторами схема, детально описанная в работе [Мингалев и др., 2018]. Это явная схема расщепления по пространственным направлениям и физическим процессам с противотоковой аппроксимацией пространственных производных (метод Годунова с коррекцией потоков). Схема является консервативной, монотонной, имеет 2-й порядок точности по времени и 3-й по пространственным переменным.

Схема численного интегрирования уравнений Максвелла в ионосфере следующая. Мы полагали, что безразмерная относительная магнитная проницаемость ионосферы  $\mu(\mathbf{r}) = 1$  и выполняется формула  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ . Также мы полагали, что имеет место поляризация плазмы  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ , где  $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$  – вектор поляризации, причем плотность тока поляризации  $\partial\mathbf{P}/\partial t = \mathbf{j}$  совпадает с полной плотностью тока в плазме. Уравнение Фарадея и уравнение Максвелла в этом случае принимают вид

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\text{rot} \mathbf{E}, \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = c_0^2 \text{rot} \mathbf{B} - \frac{2}{\varepsilon_0} \mathbf{j}. \quad (11)$$

Система (11) замыкается уравнением для плотности тока электронов, вызванного полем сигнала:

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = -v_e \mathbf{j} - \Omega_e [\mathbf{j} \times \mathbf{b}] + \omega_e^2 \varepsilon_0 \mathbf{E},$$

где  $v_e$  – частота столкновений электронов,  $\Omega_e = e|\mathbf{B}_{\text{ext}}|/m_e$  – гирочастота электронов,  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  – внешнее геомагнитное поле,  $\mathbf{b} = \mathbf{B}_{\text{ext}}/|\mathbf{B}_{\text{ext}}|$  – единичный вектор, направленный вдоль геомагнитного поля,  $\omega_e^2 = e^2 n_e / (m_e \varepsilon_0)$  – квадрат плазменной частоты электронов.

В ионосфере, как и в литосфере, применяется метод расщепления по физическим процессам с разделением на два шага. Один из них – это шаг распространения, а второй – это шаг затухания и вращения электрического поля и тока. Правильное чередование шагов расщепления обеспечивает второй порядок точности по времени. На шаге распространения учитывается только распространение сигнала и численно интегрируется система уравнений

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\text{rot} \mathbf{E}, \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = c_0^2 \text{rot} \mathbf{B} \quad (12)$$

с помощью той же схемы, что и система (9) и (10) в литосфере.

На шаге затухания и вращения электрического поля и тока магнитное поле сигнала не изменяется. На этом шаге учитываются только затухание электрического поля и его вращение за счет внешнего геомагнитного поля. При этом в каж-

дой точке расчетной сетки аналитически интегрируется система уравнений

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\frac{2}{\epsilon_0} \mathbf{j}, \quad \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = -v_e \mathbf{j} - \Omega_e [\mathbf{j} \times \mathbf{b}] + \omega_e^2 \epsilon_0 \mathbf{E}. \quad (13)$$

Эта система разделяется на две независимых системы. Первая для продольного электрического поля  $E_{\parallel} = (\mathbf{b}, \mathbf{j})$  и продольного тока  $j_{\parallel} = (\mathbf{b}, \mathbf{j})$

$$\frac{\partial E_{\parallel}}{\partial t} = -\frac{2}{\epsilon_0} j_{\parallel}, \quad \frac{\partial j_{\parallel}}{\partial t} = -v_e j_{\parallel} + \omega_e^2 \epsilon_0 E_{\parallel}, \quad (14)$$

а вторая для поперечных электрического поля  $\mathbf{E}_{\perp} = \mathbf{E} - \mathbf{b}E_{\parallel}$  и тока  $\mathbf{j}_{\perp} = \mathbf{j} - \mathbf{b}j_{\parallel}$ :

$$\frac{\partial \mathbf{E}_{\perp}}{\partial t} = -\frac{2}{\epsilon_0} \mathbf{j}_{\perp}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{j}_{\perp}}{\partial t} = -v_e \mathbf{j}_{\perp} - \Omega_e [\mathbf{j}_{\perp} \times \mathbf{b}] + \omega_e^2 \epsilon_0 \mathbf{E}_{\perp}.$$

Системы (14) и (15) являются автономными линейными системами обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решения задачи Коши для этих систем выражаются достаточно громоздкими аналитическими формулами.

В той части ионосферы, где выполнено неравенство  $v_e \tau \geq 20$ , системы (14) и (15) заменяются на более простые уравнение и систему

$$\frac{\partial E_{\parallel}}{\partial t} = -\frac{2\omega_e^2}{v_e} E_{\parallel}, \quad \frac{\partial \mathbf{E}_{\perp}}{\partial t} = -\frac{2\omega_e^2 v_e}{v_e^2 + \Omega_e^2} \left( \mathbf{E}_{\perp} - \frac{\Omega_e}{v_e} [\mathbf{E}_{\perp} \times \mathbf{b}] \right),$$

которые также имеют аналитические решения задачи Коши.

Изложенная схема позволяет учесть частотную дисперсию и моделировать распространение широкополосных сигналов произвольной формы в замагниченной ионосферной плазме и хорошо воспроизводит известные из литературы физические эффекты распространения волн в волноводе с анизотропной ионосферой. В работе [Ахметов и др., 2019] продемонстрировано хорошее соответствие расчетных волновых характеристик, известных из литературы [Лебедь и др., 2017; Ларченко и др., 2018], для таких тонких эффектов, как поляризация волн ионосферного источника в высокоширотной замагниченной ионосферной плазме.

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В работе проведено численное моделирование распространения электромагнитных волн ОНЧ-диапазона в прямоугольном участке волновода Земля–ионосфера для десяти вариантов горизонтально однородных распределений концентрации электронов в ионосфере, описанных в раз-

деле 2. Номер вычислительного эксперимента соответствует номеру вертикального профиля концентрации электронов, который использовался в расчетах.

На рисунке 3 показан спектр магнитных компонент моделируемого сигнала на расстоянии 50 км от источника. На этом рисунке немного заметны вторые гармоники, возникающие при распространении в волноводе Земля–ионосфера, однако их величина незначительна и не оказывает заметного влияния на обсуждаемые в работе результаты.

На рисунке 4 показаны отношения амплитуды компоненты  $E_z$  электрического поля на поверхности Земли на расстоянии 180 км от источника, полученной в разных вычислительных экспериментах, к амплитуде компоненты  $E_z$  в той же точке, полученной в вычислительном эксперименте 10, который соответствует спокойным условиям. На рисунке 5 показаны отношения амплитуды компоненты  $H_x$  магнитного поля на поверхности Земли на расстоянии 180 км от источника, полученной в разных вычислительных экспериментах, к амплитуде компоненты  $H_x$  в той же точке, полученной в вычислительном эксперименте 10. На обоих рисунках по оси  $x$  указан номер вычислительного эксперимента, а тип линии указывает частоту сигнала.

Расстояние 180 км от источника для сравнения амплитуд было выбрано по результатам анализа характеристик электромагнитного сигнала во всех указанных вычислительных экспериментах. На данном расстоянии от источника все характеристики сигнала (волновое сопротивление, разность фаз между электрическими и магнитными компонентами поля) устанавливаются в соответствии с состоянием волновода Земля–ионосфера и не меняются при дальнейшем удалении от источника.

На рисунках 4 и 5 видно, что наблюдается значительный рост амплитуды сигнала при переходе от профиля 10 к профилю 1, т.е. при увеличении концентрации электронов в нижней части  $E$  слоя и в  $D$  слое ионосферы за счет высыпаний частиц из магнитосферы во время суббури. Видно, что для сигнала с частотой 14881 Гц амплитуды электрического и магнитного полей увеличиваются примерно в 2.3 раза, для сигнала с частотой 12649 Гц эти амплитуды увеличиваются примерно в 4.7 раза, а для сигнала с частотой 11905 Гц амплитуда электрического поля увеличивается примерно в 10.7 раза, а магнитного поля увеличивается примерно в 5.2 раз. Таким образом, амплитуда сигнала увеличивается сильнее всего для сигнала с наименьшей частотой и слабее всего для сигнала с наибольшей частотой. Вероятно, данный эффект связан со сжатием волновода Земля–ионосфера по высоте из-за возрастания концентрации элект-

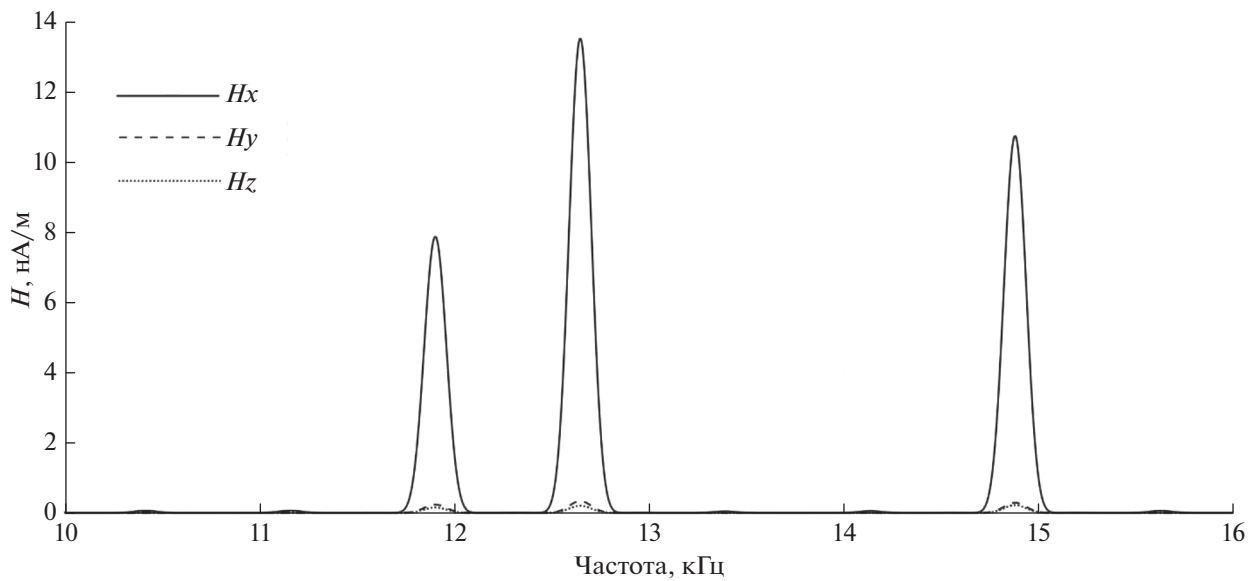


Рис. 3. Частотный спектр магнитных компонент моделируемого сигнала на расстоянии 50 км от источника.

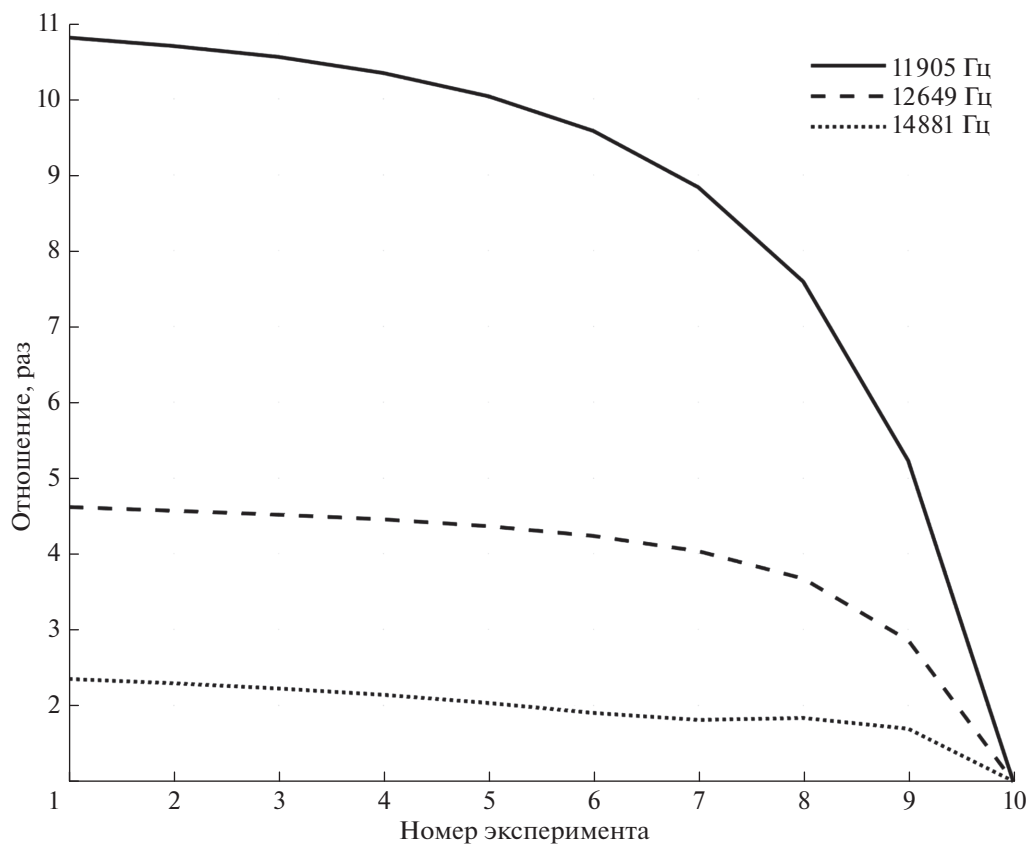
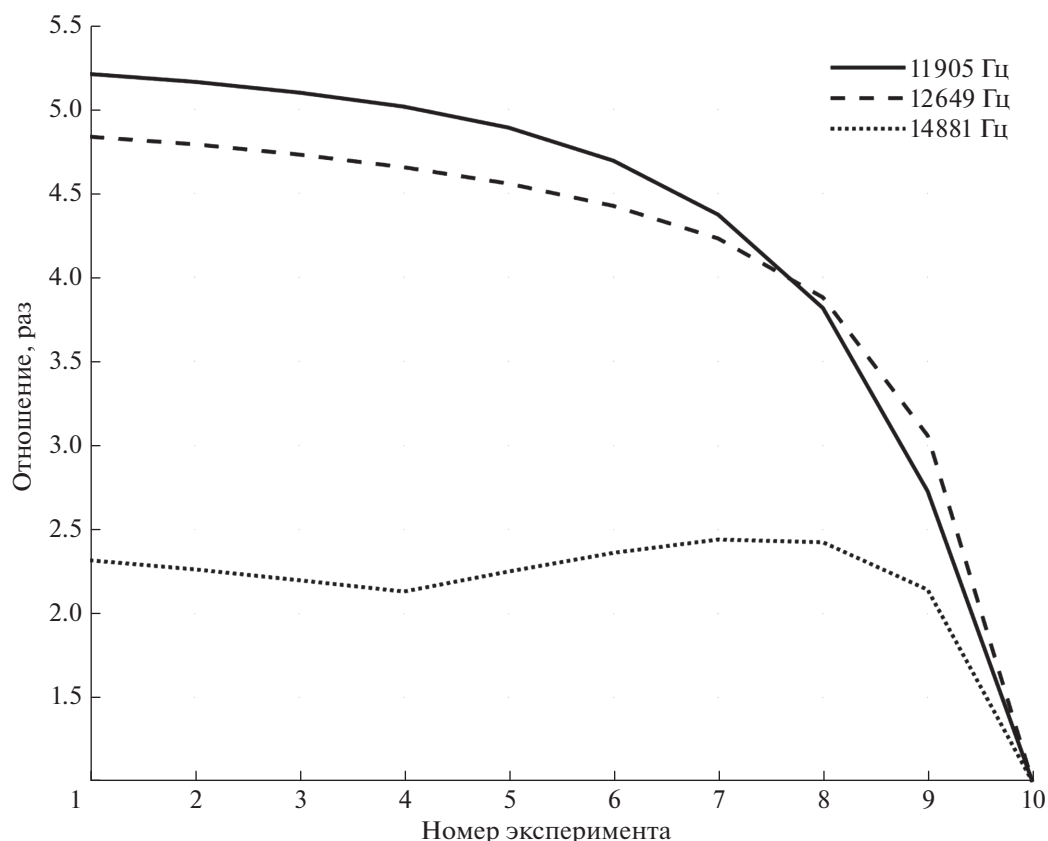


Рис. 4. Отношения амплитуды компоненты  $E_z$  электрического поля на поверхности Земли на расстоянии 180 км от источника, полученные в разных вычислительных экспериментах, к амплитуде компоненты  $E_z$  в той же точке, полученной в вычислительном эксперименте 10, который соответствует спокойным условиям. По оси  $x$  указан номер вычислительного эксперимента, а тип линии указывает частоту сигнала.





**Рис. 5.** Отношения амплитуды компоненты  $H_x$  магнитного поля на поверхности Земли на расстоянии 180 км от источника, полученные в разных вычислительных экспериментах, к амплитуде компоненты  $H_x$  в той же точке, полученной в вычислительном эксперименте 10, который соответствует спокойным условиям. По оси  $x$  указан номер вычислительного эксперимента, а тип линии указывает частоту сигнала.

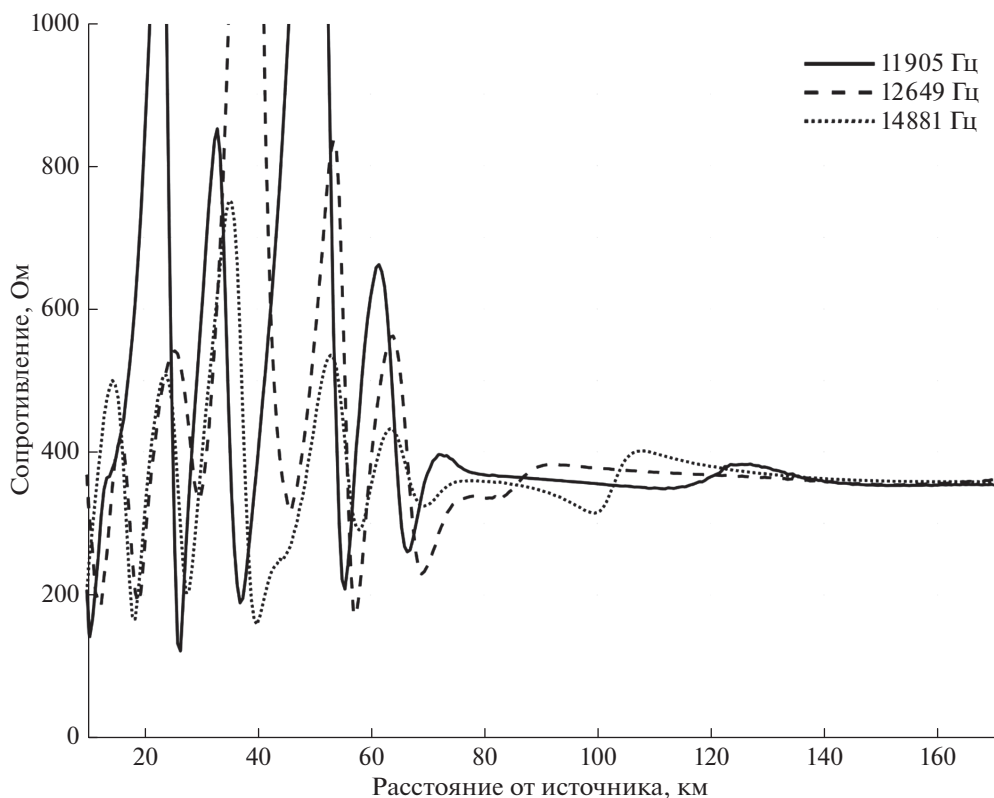
тронов в  $D$ -слое ионосферы во время вторжения авроральных и энергичных частиц в условиях суббури.

На рисунке 6 для трех частот показаны зависимости волнового сопротивления среды (отношение амплитуд напряженности электрического и магнитного полей на поверхности Земли) от расстояния до источника сигнала, полученные в вычислительном эксперименте 10, который соответствует спокойным условиям. Тип линии указывает частоту сигнала. Видно, что для всех трех частот на расстояниях от источника менее 80 км волновое сопротивление меняется в широких пределах, а на расстоянии от источника более 140 км волновое сопротивление практически не меняется. Описанная зависимость волнового сопротивления среды от расстояния до источника излучения означает, что на расстояниях от источника более 140 км устанавливается характерный для волновода режим распространения сигнала.

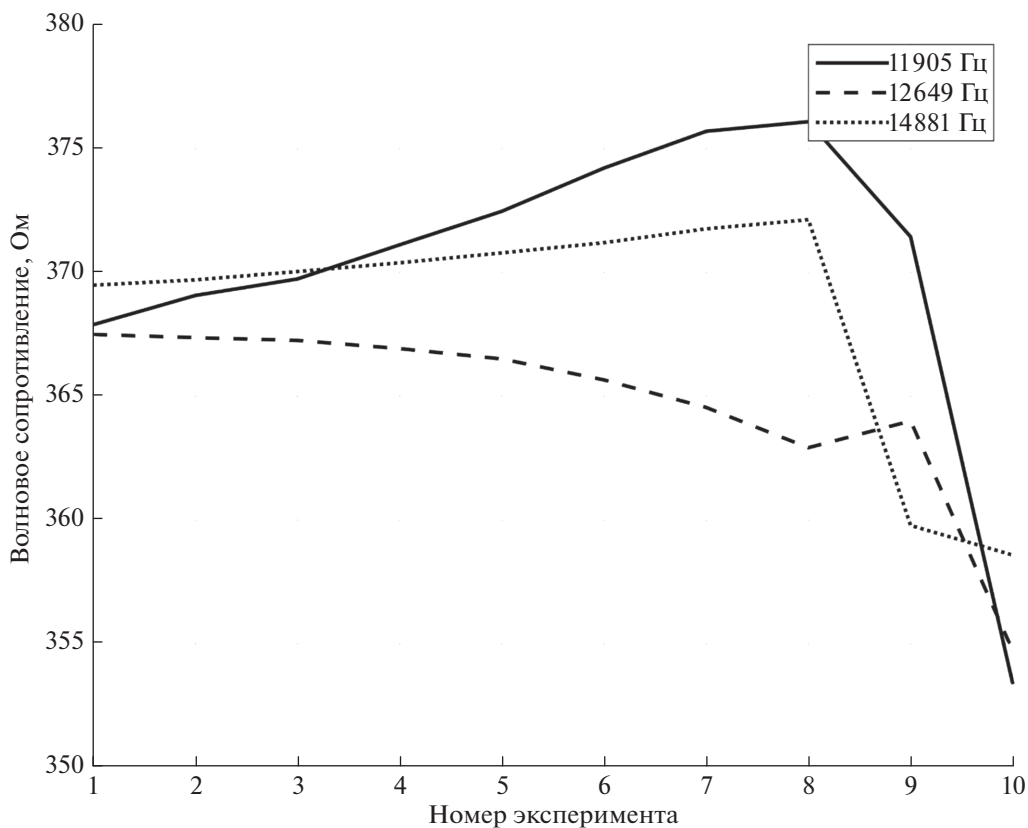
На рисунке 7 показано волновое сопротивление среды на расстоянии 160 км от источника для трех частот, полученное в результате всех вычислительных экспериментов. По оси  $x$  указан номер

вычислительного эксперимента, а тип линии указывает частоту сигнала. На рисунке 7 видно, что волновое сопротивление среды для каждой частоты по-разному изменяется при изменении вертикального профиля концентрации электронов. Видно, что для заданной частоты сигнала близкие значения волнового сопротивления среды могут иметь место для различных вертикальных профилей концентрации электронов. Также видно, что для всех трех частот сигнала волновое сопротивление среды для вертикального профиля концентрации электронов 10 меньше, чем для других профилей. Таким образом, можно сделать вывод, что при существенном увеличении концентрации электронов в  $D$  слое и нижней части  $E$  слоя ионосферы волновое сопротивление среды на частотах 11905 Гц, 12649 Гц и 14881 Гц увеличивается на 10–15 Ом, т.е. на 3–5%.

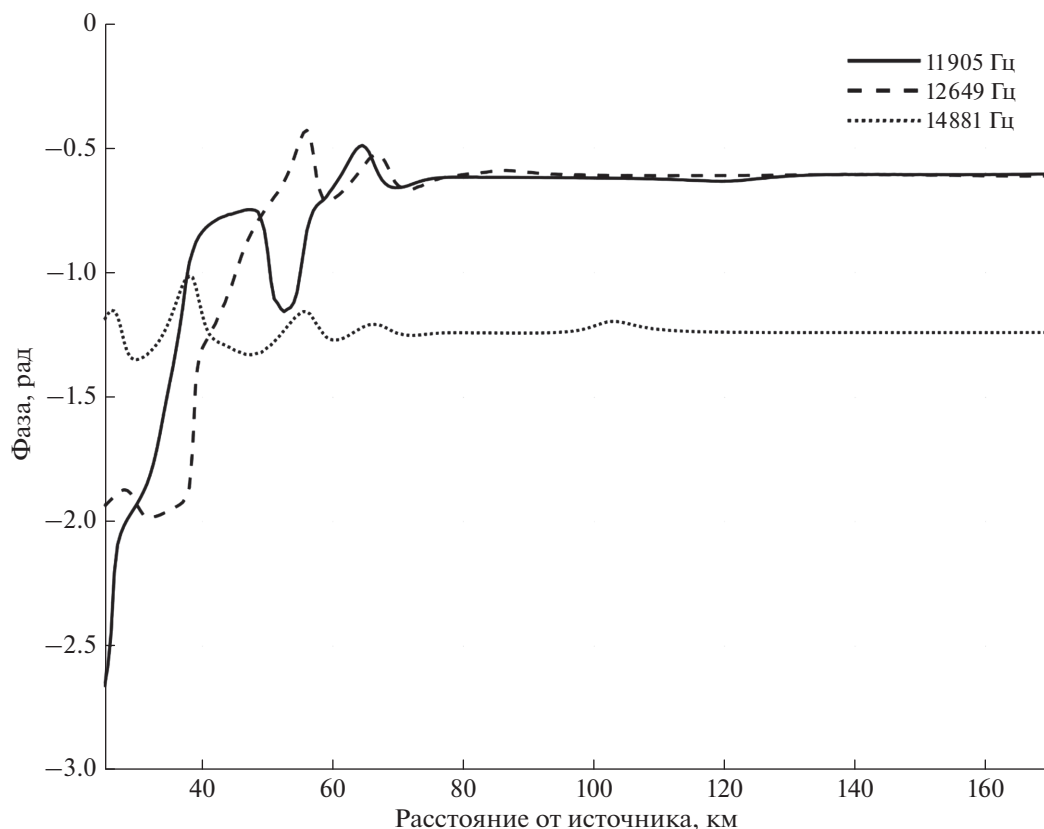
На рисунке 8 для трех частот показаны зависимости разности фаз между основными компонентами напряженностей полей  $E$  и  $H$  от расстояния до источника сигнала, полученные в вычислительном эксперименте 10, который соответствует спокойным условиям. На рисунке 9 показаны эти



**Рис. 6.** Волновое сопротивление среды в зависимости от расстояния до источника для случая спокойной ионосферы. Тип линии указывает частоту сигнала.



**Рис. 7.** Волновое сопротивление среды в зависимости от номера эксперимента на расстоянии 160 км от источника. По оси x указан номер вычислительного эксперимента, а тип линии указывает частоту сигнала.



**Рис. 8.** Разность фаз между основными компонентами напряженности поля  $E$  и  $H$  в зависимости от расстояния до источника в спокойных условиях (вычислительный эксперимент 10). Тип линии указывает частоту сигнала.

же зависимости, полученные в вычислительном эксперименте 1, который соответствует возмущенным условиям во время высыпания частиц. Тип линии указывает частоту сигнала. Видно, что для всех трех частот на расстояниях от источника менее 80 км разность фаз заметно меняется, а на расстоянии от источника более 140 км она практически не меняется.

На рисунках 8 и 9 видно, что при переходе от вертикального профиля концентрации электронов 10 к профилю 1 разность фаз для сигнала на частоте 14881 Гц меняется не более чем на 30 градусов. Для сигнала на частоте 12649 Гц эта разность фаз меняется не более чем на 70 градусов, а для сигнала на частоте 11905 Гц меняется более чем на 150 градусов. Указанное выше значительное изменение разности фаз для сигнала на частоте 11905 Гц является критерием существенных изменений вертикального профиля концентрации электронов в окрестности пункта регистрации ОНЧ-сигналов на расстоянии  $\sim 50$ –80 км от точки измерений в направлении прихода электромагнитной волны.

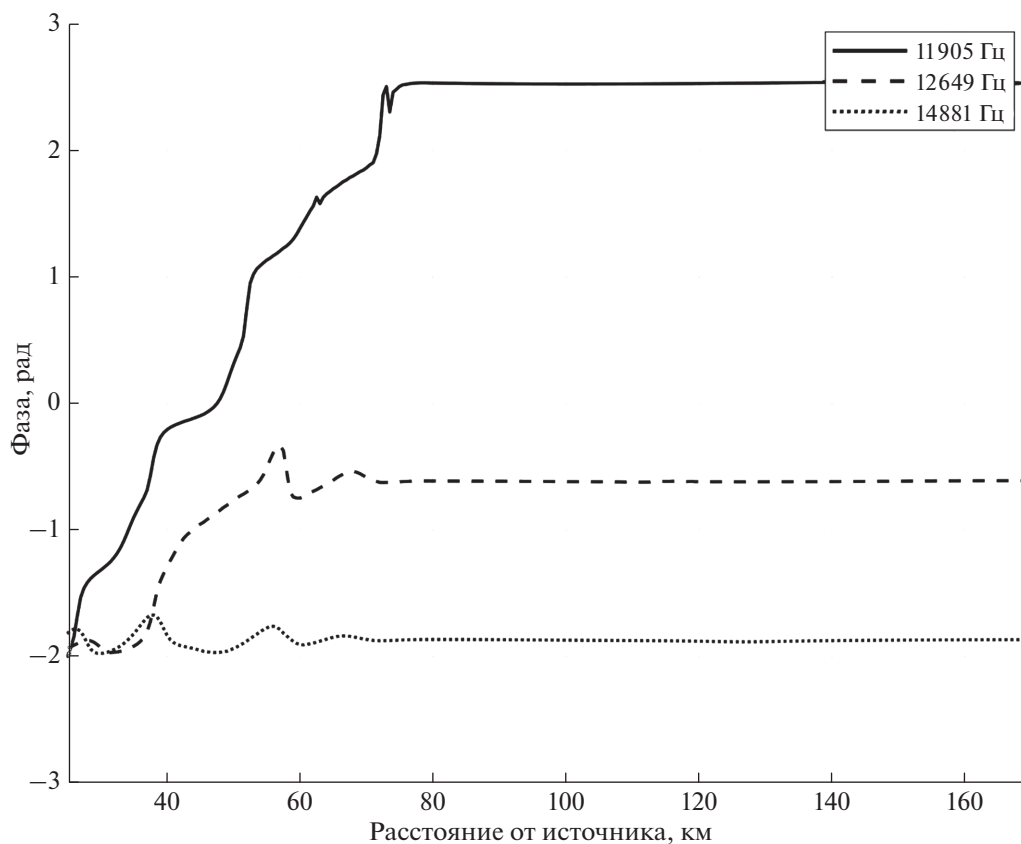
Волновое сопротивление и разности фаз между напряженностями электрического и магнитного полей радиосигналов РСДН-20 более ста-

бильны, чем амплитуды и фазы отдельных компонент электромагнитного поля радиосигналов, так как зависят только от состояния волновода Земля–ионосфера и не зависят от расстояния до источника и скорости распространения радиоволны.

## 6. ВЫВОДЫ

Представленные в данной работе результаты численного моделирования распространения электромагнитных волн ОНЧ-диапазона в области высоких широт в прямоугольном участке волновода Земля–ионосфера для десяти вариантов распределений концентрации электронов в ионосфере и распределений частоты столкновений электронов с ионами и нейтральными частицами позволяют сделать следующие выводы.

При существенном увеличении концентрации электронов в  $D$  слое и нижней части  $E$  слоя полярной ионосферы, которое вызвано высыпаниями энергичных частиц из магнитосферы во время суббури, происходит существенное увеличение (в 2–5 раз и более) амплитуды принимаемых на поверхности Земли электромагнитных волн ОНЧ-диапазона, проходящих под той областью



**Рис. 9.** Разность фаз между основными компонентами напряженности поля  $E$  и  $H$  в зависимости от расстояния до источника в возмущенных условиях (вычислительный эксперимент 1). Тип линии указывает частоту сигнала.

ионосферы, в которую произошло высыпание частиц. При этом чем ниже частота сигнала, тем сильнее увеличение амплитуды сигнала на поверхности Земли. Волновое сопротивление среды, рассчитанное по максимальным амплитудам напряженности электрического и магнитного полей, на частотах 11905 Гц, 12649 Гц и 14881 Гц увеличивается на 10–15 Ом. Разность фаз между основными электрическими и магнитными компонентами сигналов РСДН-20 на частоте 11905 Гц изменяется более чем на 150 градусов при увеличении концентрации электронов в  $D$  слое и нижней части  $E$  слоя полярной ионосферы.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что если в одной точке измерять все компоненты электромагнитного поля радиосигналов РСДН-20 и предположить, что ионосфера слабо изменяется на расстоянии 2–4 длин волн (50–80 км) от точки измерений, то по значениям волнового сопротивления и разности фаз между напряженностями электрического и магнитного полей можно оценить состояние ионосферы в районе точки измерений, а измеряя амплитуды сигналов РСДН-20 сетью наземных пунктов, можно регистрировать факт высыпаний энергич-

ных частиц из магнитосферы в ионосферу над участками радиотрассы.

### 7. БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность сотрудникам и организаторам сети IMAGE (<https://space.fmi.fi/image>) за возможность использования данных магнитометров, коллективу команды EISCAT (<https://eiscat.se/>) — за возможность использования данных радара. EISCAT — международная ассоциация, поддерживаемая исследовательскими организациями Китая, Финляндии, Японии, Норвегии, Швеции, Великобритании.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 18-77-10018 (Ахметов О.И., Белаховский В.Б.).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

— Ахметов О.И., Мингалев И.В., Мингалев О.В., Суворова З.В. Тестирование численной схемы интегрирования уравнений Максвелла для широкополосных сигналов на задаче распространения электромагнитных

- волн от ионосферного источника // Тр. Кольского научного центра РАН. Т. 8. С. 193–198. 2019.  
<https://doi.org/10.25702/KSC.2307-5252.2019.10.8.193-198>
- Клейменова Н.Г., Антонова Е.Е., Козырева О.В., Мильшева Л.М., Корнилова Т.А., Корнилов И.А. Волновая структура магнитных суббурь в полярных широтах // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 52. № 6. С. 785–793. 2012.
- Ларченко А.В., Пильгаев С.В., Лебедь О.М., Федоренко Ю.В. Особенности структуры электромагнитного поля ОНЧ-диапазона на арх. Шпицберген в экспериментах по нагреву ионосферы // Вестн. Кольского научного центра РАН. № 3. С. 115–119. 2018.
- Лебедь О.М., Пильгаев С.В., Никитенко А.С., Ларченко А.В., Федоренко Ю.В. Оценка высоты ионосферного источника, образованного при ВЧ-нагреве стендом EISCAT/heating, по данным измерений фаз на сети высокоширотных станций в спокойных и возмущенных гелиогеофизических условиях // Вестн. Кольского научного центра РАН. № 4. С. 6–74. 2017.
- Макаров Г.И., Новиков В.В., Орлов А.Б. Современное состояние исследований распространения СДВ в волноводном канале Земля-ионосфера // Изв. вузов. Радиофизика. Т. 13. № 3. С. 321–355. 1970.
- Мингалев И.В., Суворова З.В., Ахметов О.И., Мингалев О.В. Явная схема расщепления для уравнений Максвелла // Математическое моделирование. Т. 30. № 12. С. 17–38. 2018.  
<https://doi.org/10.31857/S023408790001934-1>
- Стародубцев С.А., Баишев Д.Г., Григорьев В.Г., Каримов Р.Р., Козлов В.И., Корсаков А.А., Макаров Г.А., Моисеев А.В. Анализ солнечных, космо- и геофизических событий в сентябре 2017 г. по комплексным наблюдениям ИКФИА СО РАН // Солнечно-земная физика. Т. 5. № 1. С. 17–38. 2019.  
<https://doi.org/10.12737/szf-51201903>
- Хафизов А.В. Радионавигационные системы дальней навигации (РСДН): учебно-методическое пособие. Кировоград: Изд-во ГЛАУ. 30 с. 2010.
- Akhmetov O., Mingalev O., Mingalev I., Suvorova Z., Belakhovsky V., Cherniakov S. About horizontal inhomogeneities of electron concentration in fluence on the propagation of ULF signals in the Earth-ionosphere waveguide / Russian Open Conf. on Radio Wave Propagation (RWP) / IEEE. P. 224–227. 2019a.  
<https://doi.org/10.1109/RWP.2019.8810389>
- Akhmetov O.I., Mingalev I.V., Mingalev O.V., Suvorova Z.V., Belakhovsky V.B., Cherniakov S.M. Determination of ULF-wave characteristics most strongly reacting to minor changes of ionospheric electron density in a high-latitude region // Solar-Terr. Phys. V. 5. № 4. P. 81–90. 2019b.  
<https://doi.org/10.12737/stp-54201911>
- Bashkuev Y., Advokatov V., Buyanova D., Pushkarev M. Analysis of the conditions for the radio waves propagation in the waveguide “Earth-Ionosphere” on the paths “Novosibirsk-Ulan-Ude” and “Komsomolsk-on-Amur-Ulan-Ude” during magnetic storms august 31 – September 12, 2017 // IX Intern. Conf. “Solar-Terrestrial Relations and Physics of Earthquake Precursors” (STRPEP 2018). E3S Web of Conferences. V. 62. id. 01002. 2018.  
<https://doi.org/10.1051/e3sconf/20186201002>
- Belakhovsky V.B., Jin Y., Miloch W.J. Influence of different ionospheric disturbances on the GPS scintillations at high latitudes // Springer Proc. in Earth and Environ. Sci. P. 281–287. 2019.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-030-21788-4\\_24](https://doi.org/10.1007/978-3-030-21788-4_24)
- Berenger J.-P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // J. Computational Phys. V. 114. № 2. P. 185–200. 1994.  
<https://doi.org/10.1006/jcph.1994.1159>
- Jacobsen T. The Russian VLF navaid system alpha, RSDN-20. Halden. Norway. 2020. <http://www.vlf.it/alphatrand/alpha.htm>
- Korja T., Engels M., Zhamaletdinov A.A. et al. Crustal conductivity in Fennoscandia—a compilation of a database on crustal conductance in the Fennoscandian shield // Earth Planets Space. V. 54. № 5. P. 535–558. 2002.  
<https://doi.org/10.1186/BF03353044>
- Rostoker G., Akasofu S.-I., Foster J., Greenwald R., Kamide Y., Kawasaki K., Lui A., McPherron R., Russell C. Magnetospheric substorms – definition and signatures // J. Geophys. Res. V. 85(A4). P. 1663–1668. 1980.  
<https://doi.org/10.1029/JA085iA04p01663>
- Wait J.R., Spies K.P. Characteristics of the Earth-ionosphere waveguide for VLF radio waves. Technical Note 300, National Bureau of Standards, Boulder, Colorado. 96 p. 1964.