

## СУТОЧНЫЕ ВАРИАЦИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗМЕНЧИВОСТИ $NmF2$ ПО ДАННЫМ НАЗЕМНЫХ ИОНОЗОНДОВ НИЗКИХ ШИРОТ В ГЕОМАГНИТО-СПОКОЙНЫХ УСЛОВИЯХ ПРИ НИЗКОЙ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

© 2023 г. А. В. Павлов<sup>1</sup>, \*, Н. М. Павлова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН (ИЗМИРАН), Москва, Троицк, Россия

\*e-mail: pavlov@izmiran.ru

Поступила в редакцию 07.12.2022 г.

После доработки 02.03.2023 г.

Принята к публикации 28.03.2023 г.

Выполнено исследование суточных вариаций статистических характеристик изменчивости электронной концентрации  $NmF2$  максимума слоя  $F2$  ионосферы для каждого месяца (М) года в геомагнито-спокойных условиях при низкой солнечной активности по данным часовых измерений критической частоты слоя  $F2$  ионосферы в Нуансау и Лисамагса. Вычислялись математическое ожидание  $NmF2_E$ , арифметически среднее  $NmF2_A$ , наиболее вероятное  $NmF2_{MP}$ , арифметически средняя месячная медиана  $NmF2_{MED}$ , стандартные отклонения  $\sigma_E$ ,  $\sigma_A$ ,  $\sigma_{MP}$ ,  $\sigma_{MED}$  и коэффициенты вариаций  $CV_E$ ,  $CV_A$ ,  $CV_{MP}$  и  $CV_{MED}$  величины  $NmF2$  от  $NmF2_E$ ,  $NmF2_A$ ,  $NmF2_{MP}$  и  $NmF2_{MED}$  соответственно. Найдено, что отличие  $NmF2_{MED}(UT, M)$  от  $NmF2_E(UT, M)$  не превосходит 46%,  $NmF2_{MP}(UT, M)$  от  $NmF2_E(UT, M)$  – 102% и  $NmF2_{MP}(UT, M)$  от  $NmF2_{MED}(UT, M)$  – 85%, где UT – мировое время. Вычисленные статистические параметры  $\sigma_E$ ,  $\sigma_A$ ,  $\sigma_{MP}$ ,  $\sigma_{MED}$ ,  $CV_E$ ,  $CV_A$ ,  $CV_{MP}$  и  $CV_{MED}$  – характеристики изменчивости  $NmF2$  от одних суток к другим суткам при фиксированных значениях М и UT над низкоширотными ионозондами Нуансау и Лисамагса в геомагнито-спокойных условиях при низкой солнечной активности. Расчеты показали, что коэффициенты  $CV_E$ ,  $CV_{MED}$  и  $CV_{MP}$  изменяются в пределах 18–82%, 19–107% и 18–288% соответственно и в преобладающем большинстве случаев величина  $CV_E(UT, M)$  меньше коэффициентов  $CV_{MED}(UT, M)$  и  $CV_{MP}(UT, M)$ . Показано, что минимизация стандартного отклонения и коэффициента вариаций  $NmF2$  при использовании математического ожидания  $NmF2$  обеспечивает наилучшее описание множества измерений  $NmF2$  одним единственным статистическим параметром  $NmF2$  в рассмотренных условиях. Наименьшее значение  $CV_E$  изменяется от 18% (апрель) до 29% (сентябрь), а наибольшая величина  $CV_E$  находится в интервале от 63% (ноябрь) до 73% (январь). Среднесуточное значение  $CV_E$  (среднесуточная относительная изменчивость  $NmF2$ ) максимально в сентябре (40%) и минимально в апреле (33%).

DOI: 10.31857/S0016794022600685, EDN: OUPJBS

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение вариаций ионосферных параметров примерно над одной и той же точкой поверхности Земли в фиксированные день года и момент местного времени (или при близких значениях местного времени и номера дня в году) в геомагнито-спокойных условиях и примерно одинаковом уровне солнечной активности выявило значительную ежесуточную изменчивость от одних суток к другим суткам (day-to-day variability) электронной концентрации  $NmF2$  максимума слоя  $F2$  ионосферы. Рассматриваемая изменчивость  $NmF2$  и ее источники обсуждались, например, в работах [Forbes et al., 2000; Fang et al., 2018; Rishbeth and Mendillo, 2001; Somoye and Akala, 2010; Liu and Richmond, 2013; Pavlov and Pavlova, 2016, 2021;

Pavlov, 2018]. Данная изменчивость  $NmF2$  позволяет рассматривать  $NmF2$  как случайный параметр, для изучения вариаций которого можно применять статистические методы, описанные, например, в монографиях [Кремер, 2012; Ross, 2004]. Такой статистический подход был использован авторами работ [Павлов и Павлова, 2012; Pavlov et al., 2010; Pavlov, 2012; Pavlov and Pavlova, 2013, 2014] для исследования зимней и полугодовой аномалий  $NmF2$  и аномального явления весенне-осенней асимметрии  $NmF2$  вблизи полдня. В работе [Павлов и Павлова, 2015] были вычислены математическое ожидание  $NmF2_E$ , арифметически среднее  $NmF2_A$ , наиболее вероятное (мода)  $NmF2_{MP}$  и арифметически средняя месячная медиана  $NmF2_{MED}$  электронной концентрации мак-

симула слоя  $F2$  ионосферы для геомагнито-спокойных условий каждого месяца года вблизи полдня при низкой солнечной активности по данным измерений критической частоты  $foF2$  слоя  $F2$  ионосферы средних широт с помощью 18 ионозондов Северного географического полушария за период с 1957–1969 гг. по 1994–2015 гг. Авторы работы [Павлов и Павлова, 2022] выполнили сравнение статистических характеристик изменчивости  $NmF2$  над Москвой при низкой и средней солнечной активности по данным наземного ионозонда. В этих исследованиях было впервые показано, что для каждого ионозонда значения  $NmF2_E$ ,  $NmF2_{MP}$  и  $NmF2_{MED}$  могут заметно отличаться друг от друга при фиксированном месяце года и моменте мирового времени UT, и изучено влияние солнечной активности на характеристики изменчивости  $NmF2$ .

Стандартные (среднеквадратичные) отклонения  $NmF2$  от  $NmF2_E$ ,  $NmF2_{MP}$  и  $NmF2_{MED}$  и коэффициенты вариации  $NmF2$  относительно  $NmF2_E$ ,  $NmF2_{MP}$  и  $NmF2_{MED}$  (относительные стандартные отклонения  $NmF2$  от  $NmF2_E$ ,  $NmF2_{MP}$  и  $NmF2_{MED}$  соответственно) характеризуют изменчивость  $NmF2$  от одних суток к другим суткам для выбранного месяца года и UT над одной и той же точкой поверхности Земли в геомагнито-спокойных условиях и примерно одинаковом уровне солнечной активности. Цель настоящей работы – впервые рассчитать для каждого месяца года суточные вариации вышеуказанных статистических характеристик изменчивости  $NmF2$  в геомагнито-спокойных условиях при низкой солнечной активности по данным часовых измерений  $foF2$  низкоширотными ионозондами Huancayo и Jicamarca и изучить найденные зависимости от времени и месяца года рассматриваемых статистических характеристик изменчивости  $NmF2$ .

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И МЕТОД ИХ АНАЛИЗА

В работе используются часовые измерения  $foF2$  ионозондов Huancayo (12.0° S, 284.8° E) и Jicamarca (11.9° S, 283.1° E) в течение периодов с 1 января 1957 г. по 28 февраля 1989 г. (Huancayo) и с 1 января 1998 г. по 31 декабря 2021 г. (Jicamarca). Величины  $foF2$ , измеренные ионозондами Huancayo и Jicamarca, скопированы с помощью интернета из баз мирового центра данных по солнечно-земной физике США и Великобритании соответственно. Близость географических координат ионозондов Huancayo и Jicamarca позволяет использовать данные ионозонда Jicamarca вместо отсутствующих данных ионозонда Huancayo и вычислить статистические характеристики изменчивости  $NmF2$ . Для определения значений  $NmF2$ , измеренных ионозондами, используется связь

между  $NmF2$  и  $foF2$  (см., например, [Пиггот и Равер, 1978]).

Следуя подходу [Павлов и Павлова, 2012, 2015, 2022; Pavlov et al., 2010; Pavlov, 2012; Pavlov and Pavlova, 2013, 2014, 2016, 2021], величина  $NmF2$  рассматривается как геомагнито-спокойная электронная концентрация максимума слоя  $F2$  ионосферы, если трехчасовой индекс геомагнитной активности  $Kp \leq 3$  в течение 24-часового периода, предшествующего моменту измерения  $foF2$ , и в момент измерения  $foF2$ . Так же, как и в предшествующих исследованиях изменчивости  $NmF2$  [Павлов и Павлова, 2022; Pavlov and Pavlova, 2021], зависимость  $NmF2$  от солнечной активности приближенно описывается в терминах изменений индексов  $F10.7$  (среднесуточный поток излучения Солнца на длине волны 10.7 см для рассматриваемых суток),  $F10.7p$  (величина  $F10.7$  за предшествующие сутки) и  $\langle F10.7 \rangle$  (арифметически среднее значение индекса  $F10.7$  за 81 день с центром в рассматриваемый день). Если каждый из индексов  $F10.7$ ,  $F10.7p$  и  $\langle F10.7 \rangle$  изменяется в пределах от  $65 \times 10^{-22}$  Вт м<sup>-2</sup> Гц<sup>-1</sup> до  $100 \times 10^{-22}$  Вт м<sup>-2</sup> Гц<sup>-1</sup>, то значения  $NmF2$  считаются измеренными при низкой солнечной активности.

Результаты измерений геомагнито-спокойных  $NmF2$  сортируются в соответствии с номером месяца в году, измеренные при UT = 0, 1, ..., 23 ч. Связь местного солнечного времени SLT с UT определяется соотношением  $SLT = UT + \lambda/15$ , где  $\lambda$  – географическая долгота в градусах, а единицы измерения SLT и UT – часы.

В качестве количественных характеристик, обеспечивающих наилучшее описание множества наблюдений рассматриваемой случайной величины  $X$  параметром  $Y$ , в математической статистике используются математическое ожидание, арифметически среднее, наиболее вероятное значение и медиана  $X$  [Кремер, 2012; Ross, 2004; Gatti, 2005]. Стандартное отклонение и коэффициент вариации  $X$  обычно применяются для определения изменчивости (меры рассеяния)  $X$  относительно  $Y$  [Кремер, 2012; Ross, 2004; Gatti, 2005]. Такой подход используется и в настоящей работе, если под  $X$  подразумевается  $NmF2$ .

Рассмотрим выбранную совокупность геомагнито-спокойных значений  $NmF2(UT, M)$  при низкой солнечной активности и фиксированных значениях UT и месяца M года. Введем интервалы изменения  $NmF2(UT, M)$  одной и той же длины  $\Delta NmF2$ :

$$NmF2_k(UT, M) - 0.5\Delta NmF2 < NmF2(UT, M) \leq NmF2_k(UT, M) + 0.5\Delta NmF2, \quad (1)$$

где  $NmF2_k(UT, M) = (k - 0.5)\Delta NmF2$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ ,  $K$  – число используемых интервалов  $\Delta NmF2$ .

В этом случае вероятность  $P_k(UT, M)$  появления  $NmF2(UT, M)$  в интервале (1) вычисляется по формуле

$$P_k(UT, M) = F_k(UT, M)/F(UT, M), \quad (2)$$

где  $F_k(UT, M)$  – число измерений  $NmF2(UT, M)$  в интервале (1) для выбранных  $UT$  и  $M$ ;  $F(UT, M)$  – полное число измерений  $NmF2(UT, M)$  (объем выборки) при фиксированных  $UT$  и  $M$ .

Вероятность  $P_k(UT, M)$  максимальна в промежутке изменения  $NmF2$  от  $NmF2_{MP}(UT, M) - 0.5\Delta NmF2$  до  $NmF2_{MP}(UT, M) + 0.5\Delta NmF2$ .

При заданных значениях  $UT$  и  $M$  математическое ожидание  $NmF2$  определяется выражением

$$NmF2_E(UT, M) = \sum_{k=1}^K NmF2_k(UT, M)P_k(UT, M), \quad (3)$$

а арифметически среднее значение  $NmF2$  вычисляется по формуле

$$NmF2_A(UT, M) = \sum_{k=1}^K NmF2_k(UT, M)/F(UT, M). \quad (4)$$

Арифметически средняя месячная медиана  $NmF2_{MED}(UT, M)$  электронной концентрации максимума слоя  $F2$  ионосферы определяется как сумма месячных медиан  $NmF2^*(UT, M)$ , деленная на общее число медиан для данного набора измерений ионозонда при фиксированных  $UT$  и  $M$ . Значение  $NmF2^*(UT, M)$  вычисляется из измеренной медианы  $foF2^*(UT, M)$  критической частоты  $foF2(UT, M)$  слоя  $F2$  ионосферы, используя связь между  $NmF2$  и  $foF2$  (см., например, [Пиггот и Равер, 1978]). Для нахождения  $foF2^*(UT, M)$  значения  $foF2(UT, M)$ , измеренные ионозондом в течение месяца  $M$  при данном  $UT$  сортируются в порядке возрастания их амплитуд, формируя последовательность  $foF2(UT, M)$ . При нечетном количестве  $foF2(UT, M)$  медиана  $foF2^*(UT, M)$  равна  $foF2(UT, M)$ , расположенной в середине этой последовательности. Если количество  $foF2(UT, M)$  в рассматриваемой последовательности нечетно, то  $foF2^*(UT, M)$  вычисляется как арифметически среднее значение двух срединных величин данной последовательности  $foF2(UT, M)$ . Значения индексов  $F10.7$ ,  $F10.7p$  и  $\langle F10.7 \rangle$  для дня, соответствующего срединной  $foF2(UT, M)$ , или двух дней в случае двух срединных  $foF2(UT, M)$  определяют уровень солнечной активности для  $NmF2^*(UT, M)$ . Отметим, что измерения  $foF2(UT, M)$  отсутствуют для некоторых дней и при малом количестве измерений  $foF2(UT, M)$  в месяце найденную величину  $foF2^*(UT, M)$  нельзя рассматривать в качестве месячной медианы  $foF2(UT, M)$ . В настоящей работе и, например, в работах [Павлов и Павлова, 2015; Pavlov and Pavlova, 2016, 2021] вычисленная  $foF2^*(UT, M)$  рассматривается как месячная медиана

$foF2(UT, M)$ , если число измерений  $foF2(UT, M)$  больше или равно 20.

Стандартные отклонения  $\sigma_E(UT, M)$ ,  $\sigma_{MP}(UT, M)$ ,  $\sigma_A(UT, M)$  и  $\sigma_{MED}(UT, M)$  величины  $NmF2(UT, M)$  соответственно от  $NmF2_E(UT, M)$ ,  $NmF2_{MP}(UT, M)$ ,  $NmF2_{MED}(UT, M)$  и  $NmF2_A(UT, M)$  имеют вид

$$\sigma_E(UT, M) = \left\{ \sum_{k=1}^K P_k(UT, M) \times \right. \\ \left. \times [NmF2_k(UT, M) - NmF2_E(UT, M)]^2 \right\}^{0.5}, \quad (5)$$

$$\sigma_{MP}(UT, M) = \left\{ \sum_{k=1}^K P_k(UT, M) \times \right. \\ \left. \times [NmF2_k(UT, M) - NmF2_{MP}(UT, M)]^2 \right\}^{0.5}, \quad (6)$$

$$\sigma_{MED}(UT, M) = \left\{ \sum_{k=1}^K P_k(UT, M) \times \right. \\ \left. \times [NmF2_k(UT, M) - NmF2_{MED}(UT, M)]^2 \right\}^{0.5}, \quad (7)$$

$$\sigma_A(UT, M) = \left\{ \sum_{k=1}^K P_k(UT, M) \times \right. \\ \left. \times [NmF2_k(UT, M) - NmF2_A(UT, M)]^2 \right\}^{0.5}. \quad (8)$$

Выраженные в процентах коэффициенты вариации  $CV_E(UT, M)$ ,  $CV_{MP}(UT, M)$ ,  $CV_{MED}(UT, M)$  и  $CV_A(UT, M)$  величины  $NmF2(UT, M)$  относительно  $NmF2_E(UT, M)$ ,  $NmF2_{MP}(UT, M)$ ,  $NmF2_{MED}(UT, M)$  и  $NmF2_A(UT, M)$  определяются по формулам

$$CV_E(UT, M) = 100\sigma_E(UT, M)/NmF2_E(UT, M), \quad (9)$$

$$CV_{MP}(UT, M) = \\ = 100\sigma_{MP}(UT, M)/NmF2_{MP}(UT, M), \quad (10)$$

$$CV_{MED}(UT, M) = \\ = 100\sigma_{MED}(UT, M)/NmF2_{MED}(UT, M). \quad (11)$$

$$CV_A(UT, M) = 100\sigma_A(UT, M)/NmF2_A(UT, M). \quad (12)$$

Для изучения изменчивости геомагнито-спокойных значений  $NmF2(UT, M)$  вычисляются  $NmF2_E(UT, M)$ ,  $NmF2_{MP}(UT, M)$ ,  $NmF2_{MED}(UT, M)$ ,  $NmF2_A(UT, M)$ ,  $\sigma_E(UT, M)$ ,  $\sigma_{MP}(UT, M)$ ,  $\sigma_A(UT, M)$ ,  $\sigma_{MED}(UT, M)$ ,  $CV_E(UT, M)$ ,  $CV_{MED}(UT, M)$ ,  $CV_{MP}(UT, M)$ ,  $CV_A(UT, M)$  и  $F(UT, M)$ .

Так же, как и в работах [Pavlov and Pavlova, 2016, 2021; Павлов и Павлова, 2019, 2022], будем вычислять выраженное в процентах отличие между двумя статистическими параметрами  $A$  и  $B$  электронной концентрации максимума слоя  $F2$

ионосферы при заданных значениях  $UT$  и  $M$  при низкой солнечной активности:

$$Z(A, B) = 200|A - B| / (A + B). \quad (13)$$

Результаты проведенных измерений  $NmF2(UT, M)$  могут иногда существенно отличаться от наблюдаемых средних значений  $NmF2(UT, M)$ . Необходимо быть уверенным, что эти результаты не являются грубой ошибкой измерений (промахом, выбросом, аномальным измерением). Грубые ошибки обычно обусловлены неправильным отсчетом по шкале прибора, ошибкой при записи наблюдений, наличием сильно влияющей величины, неисправностью средств измерений и эти ошибки влияют на достоверность измерений и величин статистических параметров [Агекян, 1968; Кобзарь, 2006]. Поэтому результаты измерений, содержащие грубые ошибки, необходимо выявлять и исключать из обработки данных.

Промахи обычно приводят к аномально большим или очень малым по абсолютной величине ошибкам измерений и эти грубые ошибки измерений можно обнаружить по резкому выпадению аномального результата из общего ряда полученных экспериментальных данных [Агекян, 1968; Кобзарь, 2006]. Величина  $NmF2$  зависит от уровня солнечной и геомагнитной активности. Неточности, возникающие при использовании индексов солнечной и геомагнитной активности для определения этих уровней, являются одними из основных источников формирования рассматриваемой изменчивости  $NmF2$  [Fang et al., 2018; Forbes et al., 2000; Rishbeth and Mendillo, 2001; Somoye and Akala, 2010]. Например, характерная продолжительность полярной суббури составляет от 1 до 3 ч [Акасофу, 1971]. Поэтому использование трехчасового индекса  $Kp$  может привести к некорректной идентификации геомагнито-спокойных условий, так как за это время полярная суббура может начаться и закончиться. Кроме того, трехчасовой индекс  $Kp$  как количественная оценка планетарной геомагнитной активности не соответствует нашим нынешним знаниям о происхождении геомагнитных нарушений, вызванных межпланетными магнитными полями и солнечным ветром [Levitin et al., 2012].

Исходя из исследований вариаций  $NmF2$  низких широт при изменении уровней солнечной и геомагнитной активности [Heelis, 2008; Liu et al., 2007; Stolle and Liu, 2013] можно сделать вывод, что часть промахов в используемой выборке  $NmF2$  можно исключить, если в расчетах используются только

$$\begin{aligned} 0.25NmF2_E(UT, M) &\leq \\ &\leq NmF2(UT, M) \leq 4NmF2_E(UT, M). \end{aligned} \quad (14)$$

Отметим, что согласно исследованиям [Pavlov and Pavlova, 2021; Павлов и Павлова, 2022] и ре-

зультатам настоящей работы (см. п. 3) математическое ожидание  $NmF2$  обеспечивает наилучшее описание множества измерений  $NmF2$  одним единственным статистическим параметром  $NmF2$ . Поэтому в выражении (14) используется  $NmF2_E(UT, M)$ , а не  $NmF2_{MED}(UT, M)$  или  $NmF2_{MP}(UT, M)$ . Статистические параметры  $NmF2$  вычисляются методом последовательных приближений для уменьшения влияния промахов на эти параметры при определении интервала (14) допустимых изменений  $NmF2$ .

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Статистическое исследование распределения  $NmF2$  по амплитуде проводится при  $\Delta NmF2 = 2 \times 10^4 \text{ см}^{-3}$  и  $K = 1100$ . Для приведенных в п. 2 промежутков времени часовых ионозондовых измерений  $foF2$ , используемых в исследовании вариаций гемагнито-спокойных  $NmF2$  в условиях низкой солнечной активности, величина  $F(UT, 12) = 95, 99, 91$  при  $UT = 8, 9, 10$  ч,  $F(10, 1) = 95$  и  $F(UT, M) \geq 100$  при других значениях  $UT$  и  $M$ . Вычисления  $NmF2_E(UT, M)$ ,  $NmF2_A(UT, M)$ ,  $\sigma_E(UT, M)$ ,  $\sigma_A(UT, M)$ ,  $CV_E(UT, M)$  и  $CV_A(UT, M)$  корректны при  $F(UT, M) \geq 30$ , в то время как для определения других статистических параметров  $NmF2$  значение  $F(UT, M)$  должно быть около 100 или более 100 [Gatti, 2005; Rumsey, 2022]. Таким образом, используемые величины  $F(UT, M)$  достаточно велики для корректного определения рассматриваемых статистических параметров  $NmF2$ .

Из проведенных расчетов следует, что при фиксированных значениях  $UT$  и  $M$   $Z(NmF2_E, NmF2_{MED}) \leq 46\%$ ,  $Z(NmF2_E, NmF2_{MP}) \leq 102\%$ ,  $Z(NmF2_{MED}, NmF2_{MP}) \leq 85\%$ . Таким образом, количественные статистические характеристики, каждая из которых может обеспечить описание множества наблюдений случайной величины  $NmF2$ , существенно отличаются друг от друга и результаты решения задачи с участием одной из статистических характеристик  $NmF2$  зависят от выбора между  $NmF2_E(UT, M)$ ,  $NmF2_{MED}(UT, M)$  и  $NmF2_{MP}(UT, M)$ . Следует отметить, что  $Z(NmF2_E, NmF2_A) \leq 3.0\%$ ,  $Z(\sigma_E, \sigma_A) \leq 1.6\%$  и  $Z(CV_E, CV_A) \leq 1.9\%$ . Таким образом, отличия между  $NmF2_E$  и  $NmF2_A$ ,  $\sigma_E$  и  $\sigma_A$ ,  $CV_E$  и  $CV_A$  незначительны.

Математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины  $X$  от любой постоянной величины превосходит или совпадает с математическим ожиданием квадрата отклонения  $X$  от математического ожидания  $X$  [Кремер, 2012; Ross, 2004]. В соответствии с этим общим выводом математической статистики вычисленные значения  $\sigma_E$ ,  $\sigma_{MED}$  и  $\sigma_{MP}$  удовлетворяют неравенствам

$$\begin{aligned} \sigma_E(UT, M) &\leq \sigma_{MED}(UT, M), \\ \sigma_E(UT, M) &\leq \sigma_{MP}(UT, M). \end{aligned} \quad (15)$$

Таким образом, абсолютная величина изменчивости  $NmF2$  минимальна при использовании  $NmF2_E(UT, M)$ . Отметим, что максимальные значения  $Z(\sigma_E, \sigma_{MED})$ ,  $Z(\sigma_E, \sigma_{MP})$  и  $Z(\sigma_{MED}, \sigma_{MP})$  составляют 64, 41 и 65% соответственно. т.е., стандартные отклонения  $\sigma_E(UT, M)$ ,  $\sigma_{MED}(UT, M)$  и  $\sigma_{MP}(UT, M)$  могут существенно отличаться друг от друга.

Стандартные отклонения  $\sigma_E(UT, M)$ ,  $\sigma_{MED}(UT, M)$  и  $\sigma_{MP}(UT, M)$  дают абсолютную оценку меры разброса электронной концентрации максимума слоя  $F2$  ионосферы относительно  $NmF2_E(UT, M)$ ,  $NmF2_{MED}(UT, M)$  и  $NmF2_{MP}(UT, M)$  соответственно. Чтобы определить, насколько разброс  $NmF2$  велик или мал относительно самих значений этих статистических параметров независимо от их величины, используются коэффициенты вариаций  $CV_E(UT, M)$ ,  $CV_{MED}(UT, M)$  и  $CV_{MP}(UT, M)$ . Кроме того, статистические параметры  $NmF2_E(UT, M)$ ,  $NmF2_{MED}(UT, M)$  и  $NmF2_{MP}(UT, M)$  зависят от времени и месяца года. Поэтому коэффициенты вариаций  $NmF2$ , являющиеся относительными показателями изменчивости  $NmF2$ , также необходимы и для сопоставления степени этой изменчивости при рассматриваемых значениях времени и месяца года.

Расчеты показали, что коэффициенты  $CV_E(UT, M)$ ,  $CV_{MED}(UT, M)$  и  $CV_{MP}(UT, M)$  изменяются в пределах 18–82%, 19–107% и 18–288% соответственно. Найдено, что коэффициенты вариаций  $NmF2$  относительно математического ожидания  $NmF2$ , арифметически средней месячной медианы  $NmF2$  и наиболее вероятного значения  $NmF2$  могут существенно отличаться друг от друга. В преобладающем большинстве случаев значение  $CV_E(UT, M)$  меньше, чем величина  $CV_{MED}(UT, M)$  или  $CV_{MP}(UT, M)$ .

Результаты расчетов вероятности  $P_k(UT, M)$  появления  $NmF2(UT, M)$  в интервале (1) показаны на рис. 1 вблизи полдня в 05:00 UT (11:59 SLT) и на рис. 2 вблизи полночи в 17:00 UT (23:59 SLT) для каждого месяца года. Видно, что вычисленная вероятность достигает локального максимума в нескольких точках, т.е. распределение вероятности является полимодальным (многомодальным или мультимодальным). Полимодальность рассматриваемого распределения свидетельствует о существенной неоднородности множества значений исследуемой величины и может показывать, что наблюдения состоят из нескольких подмножеств данных с разными распределениями [Titterton et al., 1985; Howell, 2013]. Поэтому можно предположить, что полимодальность  $P_k(UT, M)$  может возникать благодаря существованию нескольких источников изменчивости  $NmF2$ , приведенных в работах [Fang et al., 2018; Forbes et al., 2000; Rishbeth and Mendillo, 2001; So-

moye and Akala, 2010]. Следует отметить, что полимодальность  $P_k(UT, M)$  характерна и для средних широт [Pavlov and Pavlova, 2016].

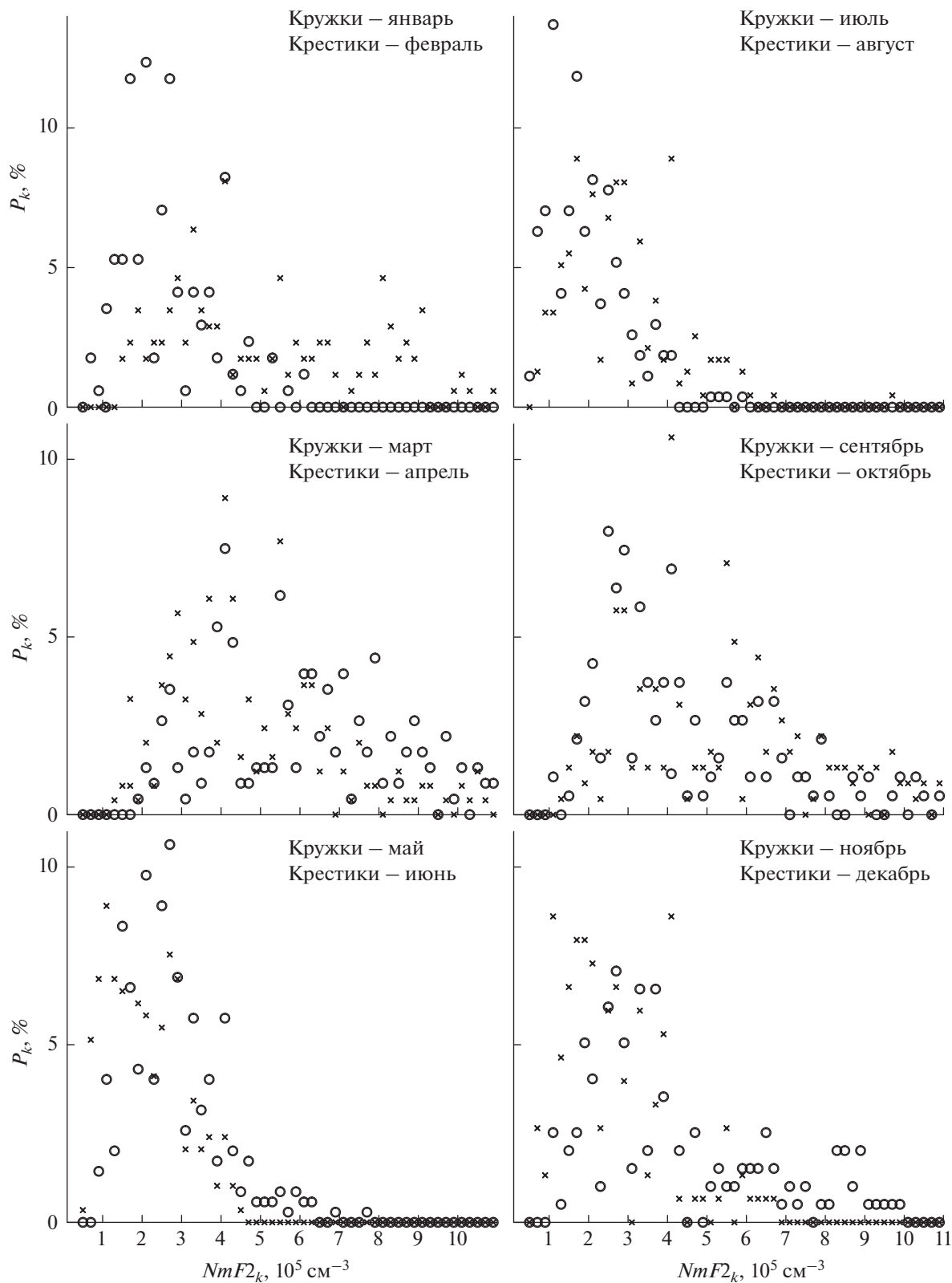
Вычисленные зависимости коэффициента  $CV_E(UT, M)$  от месяца года при фиксированных значениях SLT показаны на рис. 3 и 4 при фиксированных значениях SLT.

Проведенное исследование показало, что наименьшие значения 23, 22, 20, 18, 20, 24, 22, 23, 29, 26, 24 и 24% коэффициента вариаций  $NmF2$  относительно математического ожидания  $NmF2$  реализуются в 6:59, 6:59, 7:59, 6:59, 17:59, 12:59, 6:59, 6:59, 13:59, 8:59, 6:59 и 6:59 SLT для января, февраля, марта, апреля, мая, июня, июля, августа, сентября, октября, ноября и декабря соответственно и изменяются в пределах от 18% (апрель) до 29% (сентябрь). При изменении месяца года последовательно от января до декабря наибольшие в каждом месяце года значения 73, 69, 72, 77, 67, 70, 74, 68, 70, 82, 63 и 71% коэффициента вариаций  $NmF2$  относительно математического ожидания  $NmF2$  соответствуют 4:59 SLT. Таким образом, рассматриваемые наибольшие значения  $CV_E(UT, M)$  находятся в пределах от 63% (ноябрь) до 73% (январь).

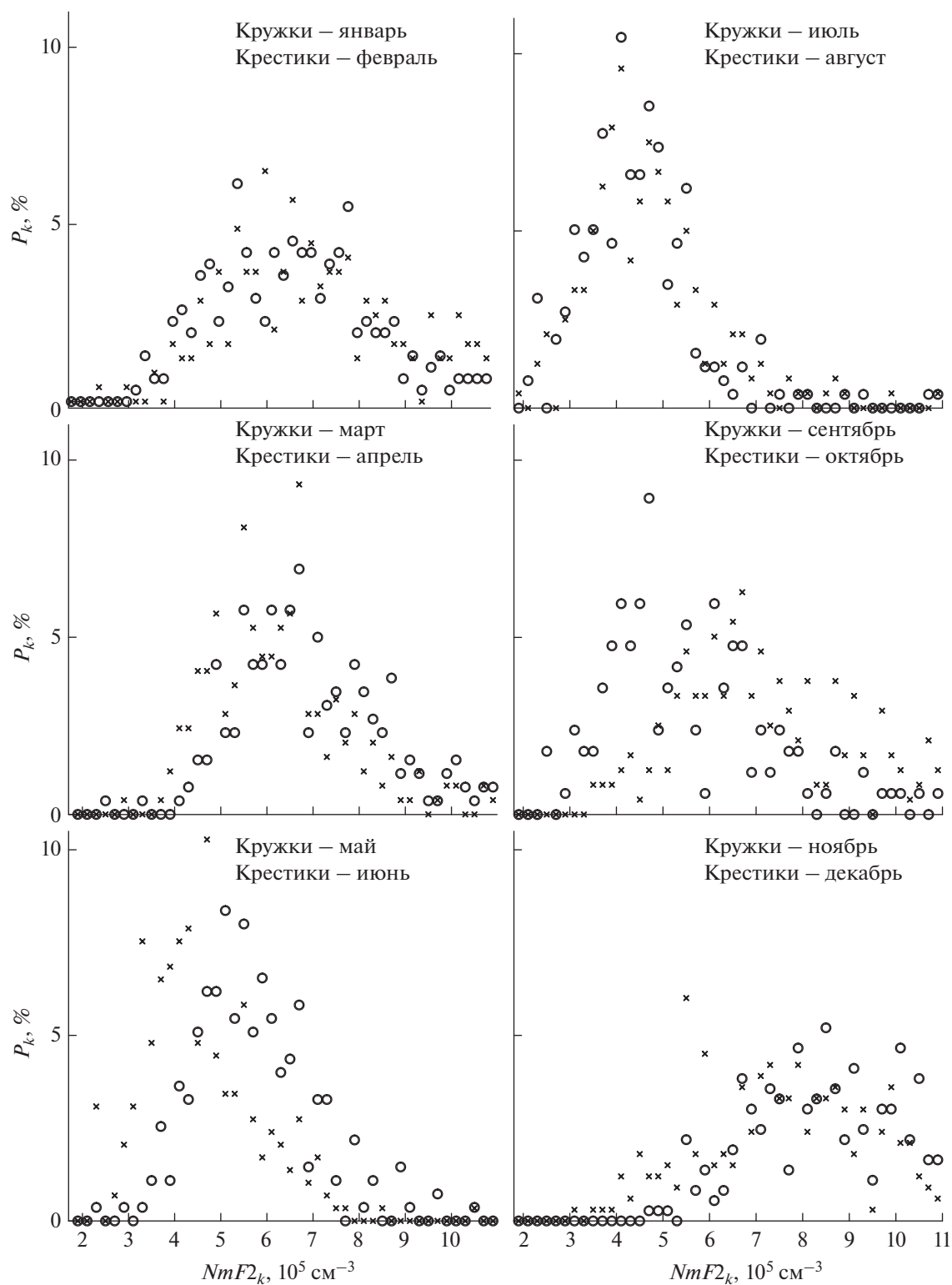
При изменении месяца года последовательно от января до декабря вычисленные среднеарифметические по времени ( $UT = 0, 1, \dots, 23$  ч) значения коэффициента вариаций  $NmF2$  относительно математического ожидания  $NmF2$  составляют 35, 38, 35, 33, 34, 36, 37, 38, 40, 37, 36 и 37% соответственно. Таким образом, арифметически среднесуточное значение  $CV_E(UT, M)$ , характеризующее среднесуточную изменчивость  $NmF2$  в выбранном месяце года, максимально в сентябре (40%) и минимально в апреле (33%).

Чем меньше коэффициент вариации случайной величины  $X$  относительно статистического параметра  $Y$ , тем более точной является оценка  $X$  параметром  $Y$ . Если условие минимизации стандартного отклонения и коэффициента вариации  $NmF2$  принимается в качестве критерия наилучшего описания множества измерений  $NmF2$  одним единственным статистическим параметром  $NmF2$ , то согласно результатам настоящей работы использование в ионосферных исследованиях математического ожидания  $NmF2$  в наилучшей степени обеспечивает выполнение этого критерия в геомагнито-спокойных условиях при низкой солнечной активности для низких широт.

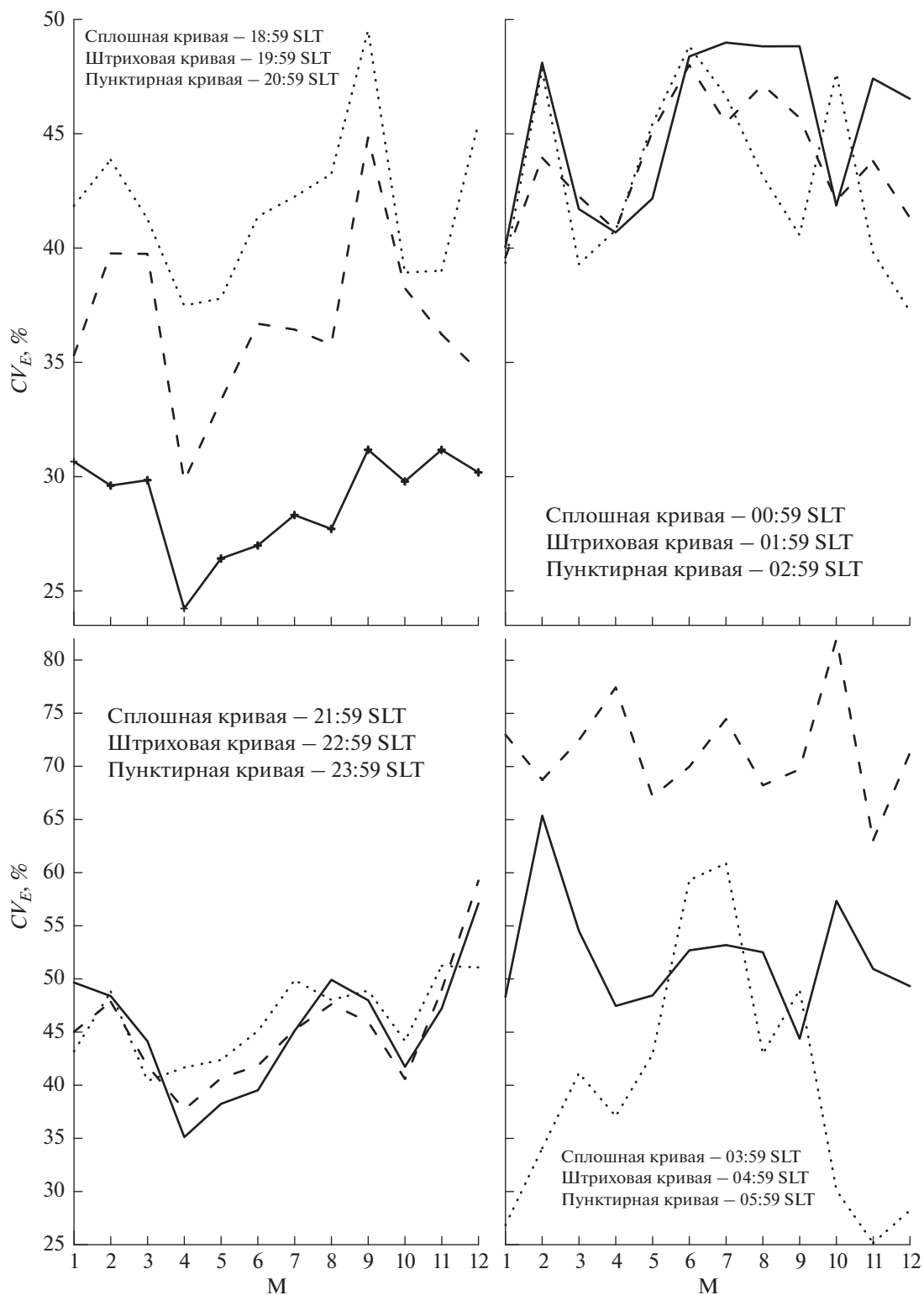
Месячная медиана  $NmF2$  часто используется в ионосферных исследованиях в качестве характеристики измерений  $NmF2$  при примерно одинаковом уровне солнечной активности и предполагается, что месячная медиана  $NmF2$  соответствует геомагнито-спокойным условиям. Такой подход применяется, например, в эмпирической модели ионосферы IRI [Bilitza et al., 2014]. В действитель-



**Рис. 1.** Зависимость  $P_k(UT, M)$  от  $NmF2_k$  в 05:00 UT (11:59 SLT). Кружки и крестики соответствуют январю и февралю (верхняя левая панель), марту и апрелю (средняя левая панель), маю и июню (нижняя левая панель), июлю и августу (верхняя правая панель), сентябрю и октябрю (средняя правая панель) и ноябрю и декабрю (нижняя правая панель).

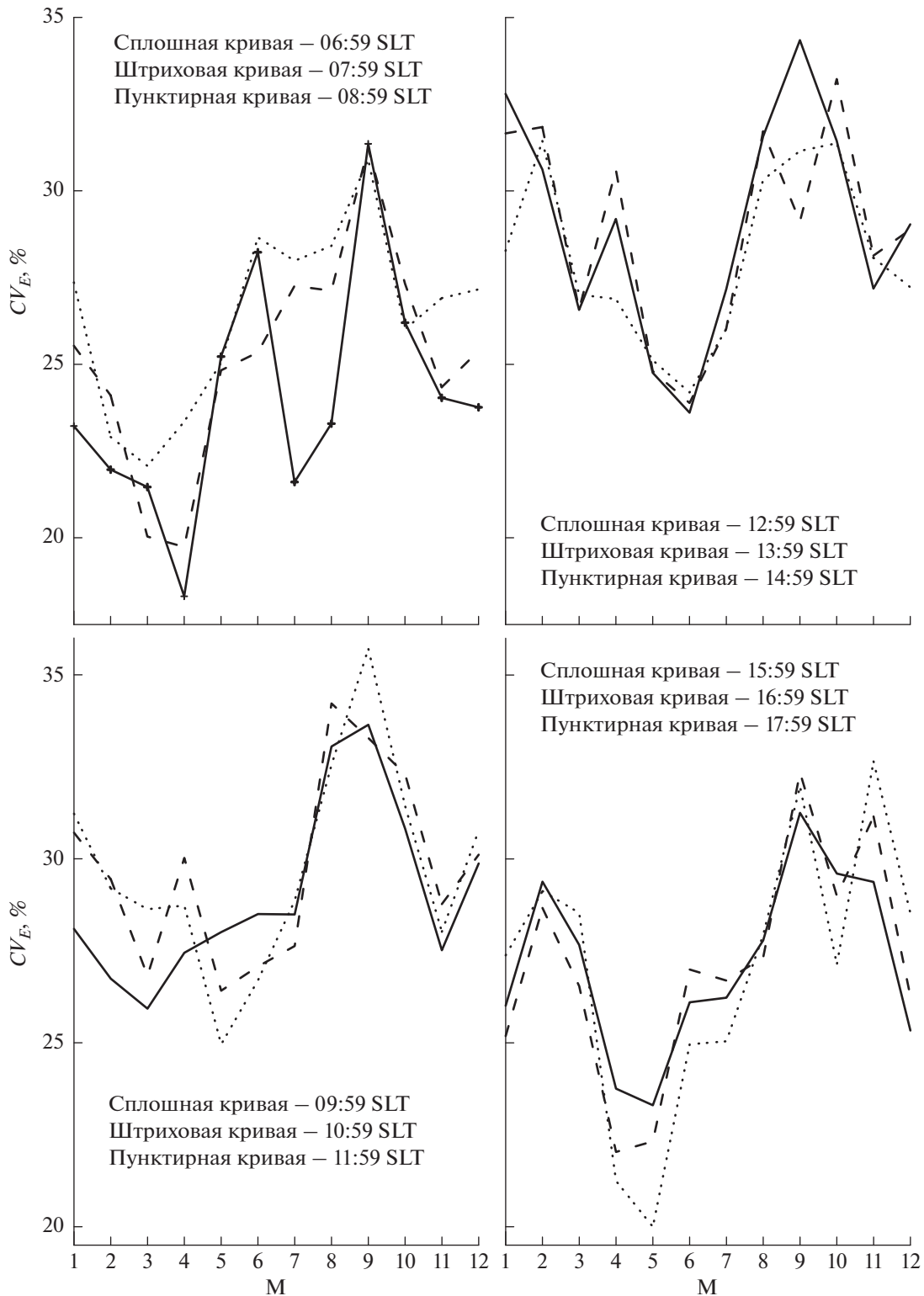


**Рис. 2.** Зависимость  $P_k(UT, M)$  от  $NmF2_k$  в 17:00 UT (23:59 SLT). Кружки и крестики соответствуют январю и февралю (верхняя левая панель), марту и апрелю (средняя левая панель), маю и июню (нижняя левая панель), июлю и августу (верхняя правая панель), сентябрю и октябрю (средняя правая панель) и ноябрю и декабрю (нижняя правая панель).



**Рис. 3.** Зависимости от месяца года  $CV_E(UT, M)$  в 18:59, 10:59 и 20:29 SLT (сплошные, штриховые и пунктирные кривые соответственно на верхней левой панели); 21:59, 22:59 и 23:59 SLT (сплошные, штриховые и пунктирные кривые соответственно на нижней левой панели); 0:59, 1:59 и 2:59 SLT (сплошные, штриховые и пунктирные кривые соответственно на верхней правой панели); 3:59, 4:59 и 5:59 SLT (сплошные, штриховые и пунктирные кривые соответственно на нижней правой панели).





**Рис. 4.** Зависимости от месяца года  $CV_E(UT, M)$  в 6:59, 7:59 и 8:59 SLT (сплошные, штриховые и пунктирные кривые соответственно на верхней левой панели); 9:59, 10:59 и 11:59 SLT (сплошные, штриховые и пунктирные кривые соответственно на нижней левой панели); 12:59, 13:59 и 14:59 SLT (сплошные, штриховые и пунктирные кривые соответственно на верхней правой панели); 15:59, 16:59 и 17:59 SLT (сплошные, штриховые и пунктирные кривые соответственно на нижней правой панели).

ности, приведенное в п. 2 (см. также работу [Пигот и Равер, 1978]) определение месячной медианы  $NmF2$  не связано с геомагнитной активностью и ее величина может соответствовать как геомагнитно-спокойным, так и геомагнитно-возмущенным условиям. В работе [Pavlov and Pavlova, 2016] было впервые показано, что месячная медиана  $NmF2$  может заметно отличаться от исправленной месячной медианы  $NmF2$ , при определении которой учитываются только геомагнитно-спокойные значения  $NmF2$ . В отличие от математического ожидания  $NmF2$ , месячная медиана  $NmF2$  не учитывает каждое измерение  $NmF2$  для рассматриваемых условий и, следовательно, не использует всю информацию, доступную в данных. Кроме того, для корректного определения статистических параметров случайной величины  $X$  необходимо использовать достаточно большое число  $F$  значений  $X$ . Для определения наиболее вероятного значения, медианы, стандартного отклонения и коэффициента вариаций  $X$  необходимо, чтобы минимальная величина  $F$  была бы около 100 [Gatti, 2005]. Используемая в ионосферных исследованиях месячная медиана  $NmF2$  не удовлетворяет этому условию. Таким образом, использование месячной медианы  $NmF2$  может привести к не корректному определению медианы  $NmF2$  для рассматриваемых условий. С другой стороны, для определения математического ожидания  $X$  необходимо, чтобы минимальная величина  $F$  была бы около 30 [Gatti, 2005; Verma and Verma, 2020], т.е. для вычисления математического ожидания  $NmF2$  требуется существенно меньшее количество измерений  $NmF2$  в сравнении с расчетом медианы  $NmF2$ .

При фиксированных значениях  $UT$  и  $M$  вероятность  $P_k(UT, M)$  зависит от  $NmF2_k(UT, M)$  и для этой зависимости характерно присутствие нескольких пиков  $P_k(UT, M)$ , наибольший из которых реализуется при  $NmF2_k(UT, M) = NmF2_{MP}(UT, M)$  (см. рис. 1 и 2 настоящей работы и работы [Pavlov and Pavlova, 2016]). Во многих случаях значение второго по величине пика  $P_k(UT, M)$  близко к максимальной величине  $P_k(UT, M)$ . В отличие от  $NmF2_{MP}(UT, M)$ , вклад всех существенных пиков  $P_k(UT, M)$  учитывается при вычислении  $NmF2_E(UT, M)$ . Поэтому  $NmF2_E(UT, M)$  в большей степени, чем  $NmF2_{MP}(UT, M)$  описывает множество наблюдений рассматриваемой случайной величины  $NmF2$ . Например, статистический анализ [Pavlov and Pavlova, 2016] результатов измерений  $NmF2$  ионозондами de l'Ebre и Rome в геомагнитно-спокойных условиях вблизи полдня при низкой солнечной активности показал, что вероятность наблюдения зимней аномалии  $NmF2$  составляет 65–69%, но эта аномалия  $NmF2$  не существует, если сравнивать зимние и летние значения  $NmF2_{MP}$ . В то же время, в соответствии

с вышеуказанным значением вероятности рассматриваемое явление зимней аномалии  $NmF2$  существует, если сравнивать зимние и летние величины  $NmF2_E$ .

Исходя из приведенных выше аргументов и выполненного в настоящей работе исследования изменчивости  $NmF2$  можно сделать вывод о необходимости использования математического ожидания  $NmF2$ , а не месячной медианы  $NmF2$  или наиболее вероятного значения  $NmF2$ , в качестве количественной характеристики, обеспечивающей наилучшее описание множества измерений  $NmF2$  одним единственным статистическим параметром  $NmF2$ .

Исследование относительной роли процессов формирования суточных вариаций статистических характеристик изменчивости  $NmF2$  выходит за рамки целей настоящей работы.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено исследование суточных вариаций статистических характеристик  $NmF2$  для каждого месяца года в геомагнитно-спокойных условиях при низкой солнечной активности по данным часовых ( $UT = 0, 1, \dots, 23$  ч) измерений  $foF2$  с 1 января 1957 г. по 28 февраля 1989 г. ионозондом Huancaуо и с 1 января 1998 г. по 31 декабря 2021 г. ионозондом Jісарса. В качестве этих статистических параметров  $NmF2$  использовались математическое ожидание  $NmF2_E$ , арифметически среднее  $NmF2_A$ , наиболее вероятное  $NmF2_{MP}$ , арифметически средняя месячная медиана  $NmF2_{MED}$ , стандартные отклонения  $\sigma_E(UT, M)$ ,  $\sigma_A(UT, M)$ ,  $\sigma_{MP}(UT, M)$  и  $\sigma_{MED}(UT, M)$  величины  $NmF2$  от  $NmF2_E$ ,  $NmF2_A$ ,  $NmF2_{MP}$  и  $NmF2_{MED}$  и коэффициенты вариаций  $CV_E(UT, M)$ ,  $CV_A(UT, M)$ ,  $CV_{MP}(UT, M)$  и  $CV_{MED}(UT, M)$  значения  $NmF2$  относительно  $NmF2_E$ ,  $NmF2_{MP}$  и  $NmF2_{MED}$  соответственно.

Расчеты показали, что абсолютная величина изменчивости  $NmF2$  минимальна при использовании  $NmF2_E(UT, M)$ . Найдено, что отличие арифметически средней месячной медианы  $NmF2$  от математического ожидания  $NmF2$  изменяется от 0% до 46%, наиболее вероятного  $NmF2$  от математического ожидания  $NmF2$  – от 0% до 102% и наиболее вероятного  $NmF2$  от средней месячной медианы  $NmF2$  – от 0% до 85%.

Вычисленные статистические параметры  $\sigma_E(UT, M)$ ,  $\sigma_A(UT, M)$ ,  $\sigma_{MP}(UT, M)$ ,  $\sigma_{MED}(UT, M)$ ,  $CV_E(UT, M)$ ,  $CV_A(UT, M)$ ,  $CV_{MP}(UT, M)$  и  $CV_{MED}(UT, M)$  являются характеристиками изменчивости  $NmF2$  ото дня к другому дню для каждого месяца года и указанных моментов времени  $UT$  над низкоширотными ионозондами Huancaуо и Jісарса в геомагнитно-спокойных условиях при низкой солнечной активности. Из результатов расчетов сле-

дует, что величины  $CV_E(UT, M)$ ,  $CV_{MED}(UT, M)$  и  $CV_{MP}(UT, M)$  изменяются в пределах 18–82%, 19–07% и 18–288% соответственно. Найдено, что отличия между  $NmF2_E$  и  $NmF2_A$ ,  $\sigma_E$  и  $\sigma_A$ ,  $CV_E$  и  $CV_A$  незначительны.

В соответствии с общепринятыми выводами математической статистики стандартное отклонение  $NmF2$  относительно математического ожидания  $NmF2$  меньше или совпадает с величинами стандартных отклонений  $NmF2$  относительно арифметически средней месячной медианы  $NmF2$  или наиболее вероятного значения  $NmF2$ .

Проведенное исследование показало, что в преобладающем большинстве случаев коэффициент вариации  $NmF2$  относительно математического ожидания  $NmF2$  меньше коэффициентов вариации  $NmF2$  относительно арифметически средней месячной медианы  $NmF2$  или наиболее вероятного значения  $NmF2$ . Если величина  $CV_E(UT, M)$  больше, чем значение  $CV_{MED}(UT, M)$  или  $CV_{MP}(UT, M)$ , то отличие между коэффициентами  $CV_E(UT, M)$  и  $CV_{MED}(UT, M)$  или между значениями  $CV_E(UT, M)$  и  $CV_{MP}(UT, M)$  не значительно в сравнении с их величинами. Эти результаты и приведенные в статье дополнительные аргументы позволяют рекомендовать использовать математическое ожидание  $NmF2$  в качестве количественной характеристики, обеспечивающей наилучшее описание множества измерений  $NmF2$  одним единственным статистическим параметром  $NmF2$  низких широт в геомагнито-спокойных условиях при низкой солнечной активности для выбранного месяца года и момента времени.

Если проводится сравнение коэффициента вариаций  $NmF2$  относительно математического ожидания  $NmF2$  в каждом месяце года для различных моментов времени, то наименьшее значение  $CV_E(UT, M)$  изменяется от 18% (апрель) до 29% (сентябрь), а наибольшая величина  $CV_E(UT, M)$  находится в интервале от 63% (ноябрь) до 73% (январь).

Показано, что арифметически среднесуточное значение  $CV_E(UT, M)$ , характеризующее среднесуточную изменчивость  $NmF2$  в выбранном месяце года, максимально в сентябре (40%) и минимально в апреле (33%).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Агекян Т.А. Основа теории ошибок для астрономов и физиков. М.: Наука, 148 с. 1968.
- Акасофу С.-И. Полярные и магнитосферные суббури. М.: Мир, 316 с. 1971.
- Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. М.: Физматлит, 816 с. 2006.
- Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 551 с. 2012.
- Павлов А.В., Павлова Н.М. Вариации статистических параметров зимней аномалии  $NmF2$  с широтой и солнечной активностью // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 52. № 3. С. 356–364. 2012.
- Павлов А.В., Павлова Н.М. Зависимости от месяца года статистических характеристик  $NmF2$  средних широт в геомагнито-спокойных условиях вблизи полдня при низкой солнечной активности // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 55. № 4. С. 504–510. 2015. <https://doi.org/10.7868/S0016794015040112>
- Павлов А.В., Павлова Н.М. Влияние вариаций солнечной активности на изменчивость  $NmF2$  в геомагнито-спокойных условиях по данным ионозонда Москва // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 62. № 3. С. 355–364. 2022. <https://doi.org/10.31857/S0016794022030142>
- Пугот В.П., Павер К. Руководство URSI по интерпретации и обработке ионограмм. М.: Наука, 342 с. 1978.
- Bilitza D., Altadill D., Zhang Y., Mertens C., Truhlik V., Richards P., Reinisch B. The International Reference Ionosphere 2012 – A model of international collaboration // J. Space Weather Spac. V. 4. A07. 2014. <https://doi.org/10.1051/swsc/2014004>
- Fang T.-W., Fuller-Rowell T., Yudin V., Matsuo T., Viereck R. Quantifying the sources of ionosphere day-to-day variability // J. Geophys. Res. – Space. V. 123. № 11. P. 9682–9696. 2018. <https://doi.org/10.1029/2018JA025525>
- Forbes J.M., Palo S.E., Zhang X. Variability of the ionosphere // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. V. 62. № 8. P. 685–693. 2000. [https://doi.org/10.1016/S1364-6826\(00\)00029-8](https://doi.org/10.1016/S1364-6826(00)00029-8)
- Gatti P.L. Probability Theory and Mathematical Statistics for Engineers. London and N.Y.: Spon Press of Taylor & Francis Group, 356 p. 2005.
- Howell D.C. Statistical Methods for Psychology, Belmont, CA: Wadsworth Cengage Learning, 771 p. 2013.
- Heelis R.A. Low- and Middle-Latitude Ionospheric Dynamics Associated With Magnetic Storms / Midlatitude Ionospheric Dynamics and Disturbances / Geophysical Monograph Series, 181 / Eds. P.M. Kintner Jr., A.J. Coster, T. Fuller-Rowell, A.J. Mannucci, M. Mendillo, R. Heelis. Washington, DC: American Geophysical Union. P. 51–62. 2008. <https://doi.org/10.1029/181GM06>
- Levitin A.E., Gromova L.I., Gromov S.V., Dremukhina L.A. Kp-index and local high-latitude geomagnetic activity / Proc. the 9th International Conference “Problems of Geocosmos” / Eds. V.N. Troyan, M. Hayakawa, and V.S. Semenov. Saint-Petersburg: Saint-Petersburg State University. P. 295–300. 2012.
- Liu H.-L., Richmond A.D. Attribution of ionospheric vertical plasma drift perturbations to large-scale waves and the dependence on solar activity // J. Geophys. Res. – Space. V. 118. № 9. P. 2452–2465. 2013. <https://doi.org/10.1002/jgra.50265>
- Liu H., Stolle C., Förster M., Watanabe S. Solar activity dependence of the electron density in the equatorial anomaly regions observed by CHAMP // J. Geophys. Res. – Space. V. 112. № 11. A11311. 2007. <https://doi.org/10.1029/2007JA012616>

- *Pavlov A.V.* The low and middle latitude semi-annual anomaly in *NmF2* near noon: a statistical study // *Adv. Space Res.* V. 49. № 5. P. 922–936. 2012.  
<https://doi.org/10.1016/j.asr.2011.12.024>
- *Pavlov A.V.* Causes of the mid-latitude daytime *NmF2* semi-annual anomaly at solar minimum // *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.* V. 169. № 4. P. 6–15. 2018.  
<https://doi.org/10.1016/j.jastp.2017.12.015>
- *Pavlov A.V., Pavlova N.M., Makarenko S.F.* A statistical study of the mid-latitude *NmF2* winter anomaly // *Adv. Space Res.* V. 45. № 3. P. 374–385. 2010.  
<https://doi.org/10.1016/j.asr.2009.09.003>
- *Pavlov A.V., Pavlova N.M.* Variations in statistical parameters of the *NmF2* equinoctial asymmetry with latitude and solar activity near noon // *Adv. Space Res.* V. 51. № 11. P. 2018–2034. 2013.  
<https://doi.org/10.1016/j.asr.2013.01.007>
- *Pavlov A.V., Pavlova N.M.* Influence of the equinoctial asymmetry on the semi-annual anomaly in *NmF2* near noon in the northern geographic hemisphere: a statistical study // *Adv. Space Res.* V. 53. № 4. P. 619–634. 2014.  
<https://doi.org/10.1016/j.asr.2013.12.014>
- *Pavlov A.V., Pavlova N.M.* Long-term monthly statistics of mid-latitude *NmF2* in the northern geographic hemisphere during geomagnetically quiet and steadily low solar activity conditions // *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.* V. 142. № 5. P. 83–97. 2016.  
<https://doi.org/10.1016/j.jastp.2016.03.001>
- *Pavlov A.V., Pavlova N.M.* Statistical characteristics of the mid-latitude *NmF2* day-to-day Variability during geomagnetically quiet conditions at low solar activity obtained from the Dourbes and Juliusruh ionosonde observations // *Pure Appl. Geophys.* V. 178. № 10. P. 3887–3907. 2021.  
<https://doi.org/10.1007/s00024-021-02859-z>
- *Ross S.M.* Introduction to probability and statistics for engineers and scientists. Amsterdam: Elsevier Academic Press, 624 p. 2004.
- *Rishbeth H., Mendillo M.* Patterns of F2-layer variability // *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.* V. 63. № 15. P. 1661–1680. 2001.  
[https://doi.org/10.1016/S1364-6826\(01\)00036-0](https://doi.org/10.1016/S1364-6826(01)00036-0)
- *Rumsey D.J.* Statistics II. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 423 p., 2022.
- *Somoye E.O., Akala A.O.* *NmF2* variability at equatorial and low latitude stations: a review // *Research J. Physics.* V. 4. № 2. P. 50–55. 2010.  
<https://doi.org/10.3923/rjp.2010.50.55>
- *Stolle C., Liu H.* Low-Latitude Ionosphere and Thermosphere: Decadal Observations From the CHAMP Mission // Modeling the Ionosphere-Thermosphere System / Eds. J. Huba, R. Schunk, G. Khazanov. Geophysical Monograph Series, 201. Washington, DC: American Geophysical Union. P. 259–272. 2013.  
<https://doi.org/10.1002/9781118704417.ch21>
- *Titterton D.M., Smith A.F.M., Makov U.E.* Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions. Chichester, UK: John Wiley & Sons Ltd., 243 p. 1985.
- *Verma J.P., Verma P.* Determining Sample Size and Power in Research Studies. Singapore: Springer, 127 p. 2020.  
<https://doi.org/10.1007/978-981-15-5204-5>