

МОДЕЛИ В ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОЛОГИИ И ГИДРОГЕОЛОГИИ

УДК 551.34

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОРОВОГО ДАВЛЕНИЯ ВОДЫ В ПРОМЕРЗАЮЩИХ ДИСПЕРСНЫХ ГРУНТАХ ПРИ МИГРАЦИИ ВЛАГИ

© 2023 г. Чжоу Бичэн^{1,*}, А. В. Брушков^{1,**}, Ху ЦзяБо^{2,***}

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Ленинские горы 1, Москва, 119991 Россия

²Китайский университет наук о Земле,
Лумо проспект, Ухань, Хубэй, 430074 Китай

*E-mail: zhoubicheng@mail.ru

**E-mail: brouchkov@geol.msu.ru

***E-mail: jiabo96@163.com

Поступила в редакцию 23.09.2023 г.

После доработки 06.10.2023 г.

Принята к публикации 26.10.2023 г.

Морозное пучение глинистых грунтов — одна из основных причин инженерных аварий в холодных регионах, но экспериментальные и численные исследования в своем большинстве были сосредоточены на деформации грунтов, в то время как исследований основного фактора, вызывающего деформацию при морозном пучении, — давления поровой воды — выполнено немного. Для моделирования процесса миграции воды при замерзании глинистого грунта в данном исследовании решается уравнение для частного дифференциала с целью создания модели водно-тепловой связи в промерзающем грунте. Экспериментально изучалось изменение влажности грунта, и выполнялись расчеты с помощью методов моделирования. Данные эксперимента согласуются с результатами математической модели, демонстрируя эффективность предлагаемого метода моделирования. На основе решения уравнения свободной энергии Гиббса получены новые расчетные формулы давления поровой воды для насыщенного мерзлого грунта для изучения давления поровой воды и потока воды. В целом результаты показали, что: 1) давление воды в порах промерзающего грунта с ледяным шпиром примерно в 10 раз больше, чем без шпир, что согласуется с ранее известными экспериментальными результатами; 2) температура верхней поверхности определяет предел значения порового давления воды в промерзающем глинистом грунте; 3) в зоне промерзания поровое давление воды уменьшается с глубиной быстрее, чем скорость снижения температуры.

Ключевые слова: мерзлый грунт, поровое давление воды, ледяной шпир, миграция влаги, моделирование промерзания

DOI: 10.31857/S0869780923060024, EDN: CUCUPA

ВВЕДЕНИЕ

Промерзание и набухание грунтов давно исследуются экспериментально. Большое количество работ сосредоточено на изучении деформаций, изменений температуры и влажности грунта при его замерзании. Исследования показали, что не вся поровая вода в грунтах при охлаждении замерзает, даже если температура грунта ниже 0°C. В грунте остается значительное количество незамерзшей воды, существующей в виде тонких пленок, обволакивающих поверхность частиц грунта; эта часть незамерзшей воды и температура грунтов поддерживают динамическое равновесие. В то же время под действием температурных градиентов происходит миграция влаги из незамерзающих в замерзающие области [9, 19].

Для моделирования процесса промерзания грунта в 1973 г. Harlan [6] предложил первую гидротермическую модель для объяснения морозного пучения, исследовал влажность и температуру в водонасыщенных мерзлых грунтах. Thomas [20] разработал замкнутую систему уравнений для определения деформаций, температуры и напряжений в мерзлом грунте, используя уравнения равновесия и принцип разделения напряжения в минеральных частицах и во льду. В дальнейшем появилось значительное количество исследований с использованием математических моделей мерзлых грунтов, которые были призваны не только лучше понять математические и физические проблемы замерзания грунтов, но и могли дополнить и усовершенствовать эксперимен-

тальные исследования и одновременно выполнять инженерный прогноз [15, 5].

При этом исследований давления поровой воды в мерзлых грунтах сравнительно мало. Поровое давление воды мерзлого грунта связано с образованием ледяных шпиров, поэтому его определение интересно как с научной, так и практической точек зрения.

Согласно Miller и др., существует зона, известная как “замерзающая кайма” (зона промерзания), которая разделяет мерзлые и незамерзшие области. Из-за температурного градиента незамерзшая вода может мигрировать из незамерзшей области в замерзающую зону и образовывать поровый лед, а поровый лед может продолжать наращиваться и образовывать ледяную линзу, или шпир [13, 4]. Первое экспериментальное подтверждение существования “каймы” (зоны) промерзания было получено Beskow, Hoekstra, Loch и др. Они обнаружили, что температура образования ледяных линз значительно ниже температуры образования порового льда, а самая нижняя линза находится на расстоянии 0.2–0.4 см от границы промерзания [3, 7, 13]. Miller отмечал, что ледяная линза образуется при достаточно высоком давлении поровой воды [16, 17], Konrad и Morgenstern отметили, что коэффициент проницаемости для водного потока границы замерзания контролирует развитие новых ледяных линз [11]. Zhou et al. ввели понятие коэффициента разделительных пор, как способа определения условий формирования ледяных линз [23]. Затем Akagawa [1] провел экспериментальные измерения полного напряжения и давления поровой воды в пределах мерзлой “каймы” и обнаружил значительное снижение давления поровой воды в ней. Чжан Ляньхай и др. [22] провели экспериментальные наблюдения за образцами мерзлого грунта с образованием линз и без них. Согласно полученным результатам, давление поровой воды в мерзлом грунте с образованием линз оказалось примерно в 10 раз выше, чем в грунте без образования линз.

Тем не менее данные экспериментальных и модельных исследований промерзания грунтов противоречивы, сегодня их недостаточно для надежного прогноза давления поровой воды. Проведение экспериментальных исследований порового давления воды, создаваемого естественным промерзанием грунта, особенно при отсутствии внешних нагрузок, не просто. Поэтому использование методов моделирования для расчетов не только экономично, но и может дополнить экспериментальные исследования.

Цель настоящего исследования — расчет давления поровой воды и водного потока в промерзающих грунтах с использованием методов моделирования.

Для достижения заявленной цели решались следующие задачи:

- математическая формулировка задачи промерзания водонасыщенного глинистого грунта,
- выполнение расчетов давления поровой воды и потока воды,
- экспериментальное моделирование промерзания,
- сравнение экспериментальных и расчетных результатов.

ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ

Основной методологией данной работы являлось экспериментальное и математическое моделирование. Для получения результатов по распределению влажности были проведены эксперименты по замораживанию глинистого грунта. Затем для моделирования процесса миграции влаги при его промерзании с помощью дифференциальных уравнений в частных производных разработана связанная гидротермическая модель промерзающего грунта с параметрами, полученными на основе экспериментальных данных. Наконец, на основе этой модели рассчитывалась величина порового давления воды на границе промерзания в зависимости от времени.

Уравнение для давления поровой воды при миграции влаги

Для того чтобы получить формулу для давления поровой воды, необходимо определиться, в каком напряженном состоянии находится мерзлый грунт. Известно, что напряженное состояние в мерзлом грунте с линзами льда и без них различно. Как показано на рис. 1, если на границе замерзания не образуется ледяная линза, поровый лед оказывается в воде, и частицы грунта не вступают с ним в непосредственный контакт. Если же образуется ледяная линза, она вступает в непосредственный контакт с частицами грунта, и таким образом, напряженное состояние мерзлого грунта, упрощая, можно разделить на два случая:

- без ледяной линзы $p_i = p_w$,
- при образовании ледяной линзы $p_i = \delta_s$,

где p_w — давление поровой воды, p_i — давление льда, δ_s — эффективное напряжение.

На основании приведенных выше выражений, используя уравнение Клапейрона-Клаузиуса, можно получить два варианта формул для расчета порового давления воды в мерзлом грунте:

1) формула для порового давления воды без ледяной линзы:

$$p_{w1} = -L \cdot T / (V_w T_0);$$

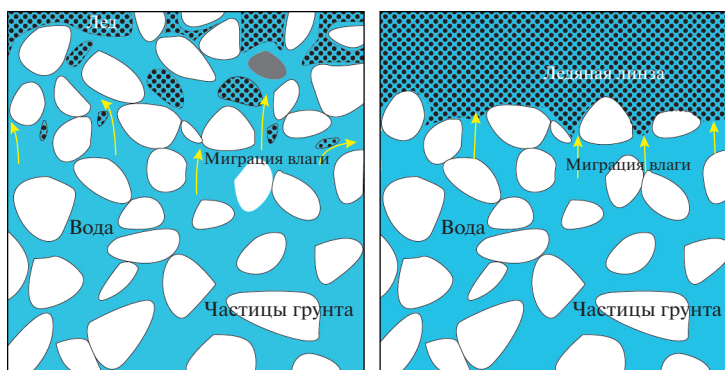


Рис. 1. Схема микростроения грунта на границе промерзания.

2) формула для порового давления воды, образованной ледяной линзой:

$$p_{w_2} = -L \cdot T / ((V_i - V_w) \cdot T_0),$$

где T – температура в градусах Цельсия; T_0 – температура точки заморзания воды в градусах Кельвина; L – скрытая теплота плавления воды (333.6 Дж/г); V_w – удельный объем воды; V_i – удельный объем льда [18, 10].

Другое выражение для порового давления воды без ледяной линзы может быть получено путем преобразования формулы для свободной энергии Гиббса:

$$p = \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho_w} + \frac{\theta_w}{\theta_i} \frac{1}{\rho_i}\right)} L_f \ln \frac{T}{T_0},$$

где ρ_w, ρ_i – плотности воды и льда, θ_w – объемная влажность, θ_i – объемная льдистость, L_f – скрытая теплота плавления, p – давление поровой воды, T_0 – температура начала заморзания грунта в градусах Кельвина, T – температура грунта в градусах Кельвина.

Расчет теплопроводности и фазовых переходов

На основе дифференциальных уравнений в частных производных нами предлагается следующая математическая модель, моделирующая процесс миграции влаги в грунте при промерзании [2]. Она включает в себя два основных уравнения [2, 12]:

1) уравнение теплопередачи с учетом скрытой теплоты фазового перехода

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - L_f \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \lambda_s(\theta) \nabla^2 T,$$

где ∇ – дифференциальный оператор; T – переходная температура грунта; t – время (ч); θ – объемная влажность, θ_i – объемная льдистость; ρ – плотность грунта; C – объемная теплоемкость

(Вт/(м·°С)); λ_s – теплопроводность (Дж/(кг·°С)); L_f – скрытая теплота плавления.

2) уравнение фазового перехода лед–вода

$$\frac{\partial \theta_u}{\partial t} + \frac{\rho_l}{\rho_w} \frac{\partial \theta_l}{\partial t} = \nabla [D(\theta_u) \nabla \theta_u + k(\theta_u)],$$

где $k(\theta_u)$ – коэффициент проницаемости почвы для незамерзшей воды; θ_u – содержание незамерзшей воды; θ_l – объемная льдистость; $c(\theta_u)$ – удельная водоемкость, определяемая по модели гистерезиса; I – коэффициент импеданса.

Экспериментальные параметры и моделирование

Для эксперимента в качестве образца грунта использовалась элювиальная палеогеновая каолинитовая глина (eP1) из г. Глуховцы (Украина).

Основные свойства и физические параметры грунта следующие: размер частиц: 1–0.05, 0.05–0.002, < 0.002 мм: 0.5, 44.7, 54.8% соответственно; плотность частиц – 2.64 г/см³; плотность грунта – 1.2 г/см³; содержание незамерзшей воды при –1°C и –4°C: 8 и 3% соответственно; весовая влажность – 0.46 г/см³; удельная теплоемкость грунта C_s – 1.25 Дж/(кг·°К); теплопроводность грунта λ_s – 1.555 Вт/(м·С); температура начала заморзания грунта T_f – –0.207°C.

Выше приведены параметры экспериментальных образцов, испытанных в результате экспериментов. Остальные необходимые для расчета основные параметры модели могут быть получены из соответствующей литературы [2, 13]: θ_s – объемное содержание влаги при полном водонасыщении; θ_r – остаточное содержание влаги; k_s – коэффициент влагопроницаемости насыщенных грунтов; a, m, l – параметры модели.

Вводятся также известные параметры независимых переменных (удельная теплоемкость различных фаз, плотность, температура заморзания грунта, проницаемость грунта, насыщенность и т.д.)

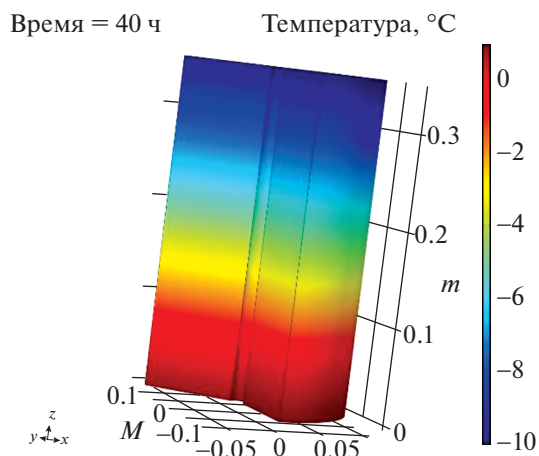


Рис. 2. 3D-модель мерзлого глинистого грунта.

и определяются зависимые переменные (объемное содержание воды, объемное содержание льда и т.д.). Геометрические параметры модели задаются радиусом 0.1 м и высотой 0.35 м. В соответствии с уравнениями, описанными в предыдущем разделе, выбираются дифференциальные уравнения, определяющие температурное поле и поле влажности соответственно, и поочередно вводятся соответствующие члены. Наконец, задаются граничные условия и запускается расчет (рис. 2). Для получения большего количества данных для исследования были заданы различные граничные условия.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Изменение температуры и содержания воды в процессе ее миграции

Как показано на рис. 3, при температуре верхней поверхности образца грунта -5°C фронт замерзания с течением времени перемещается вниз, посте-

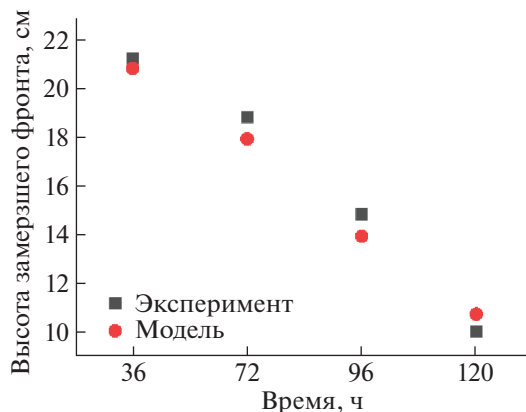


Рис. 3. Экспериментальное и модельное изменение глубины морозного фронта с течением времени.

пенно замедляясь. При этом экспериментальные результаты совпадают с результатами численного моделирования, что подтверждает целесообразность применения метода моделирования.

Согласно численному моделированию и экспериментальным результатам, содержание незамерзшей воды в мерзлой зоне со временем уменьшится. Когда поровая вода замерзает и расширяется, давление в поровом пространстве увеличивается, создавая положительное давление. Кроме того, поровый лед в зоне замерзания блокирует поступление незамерзшей воды в поровое пространство, в результате чего содержание незамерзшей воды в зоне замерзания достигает максимума вблизи границы замерзания. В то же время экспериментальные результаты влажности хорошо совпадают с результатами моделирования, что подтверждает правомерность примененного метода моделирования (рис. 4).

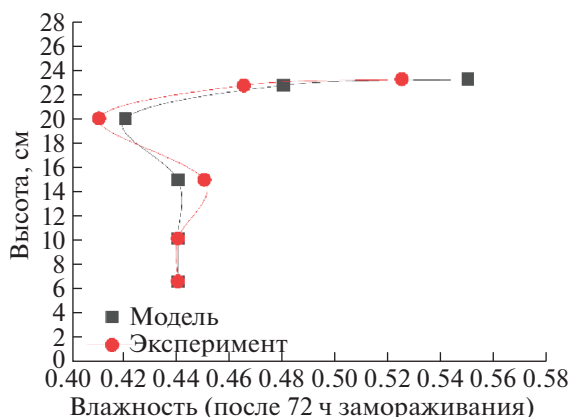
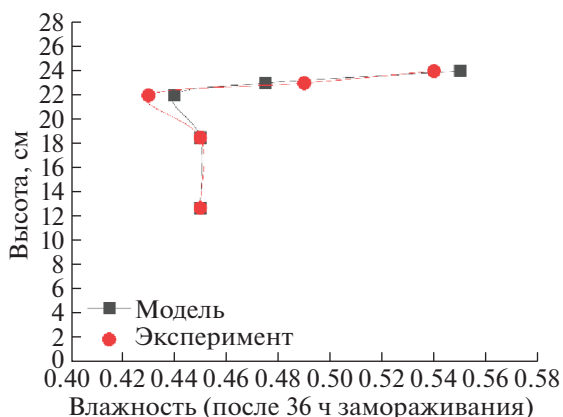


Рис. 4. Экспериментальное и модельное изменение содержания воды с течением времени на разных глубинах.

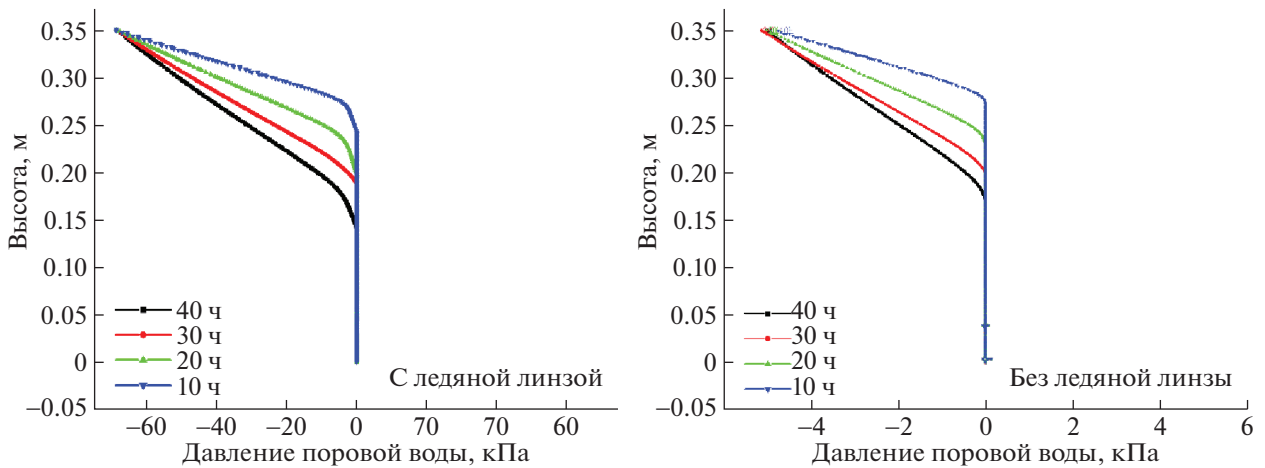


Рис. 5. Изменение давления поровой воды с течением времени на разных глубинах (температура верхней поверхности модели -5°C).

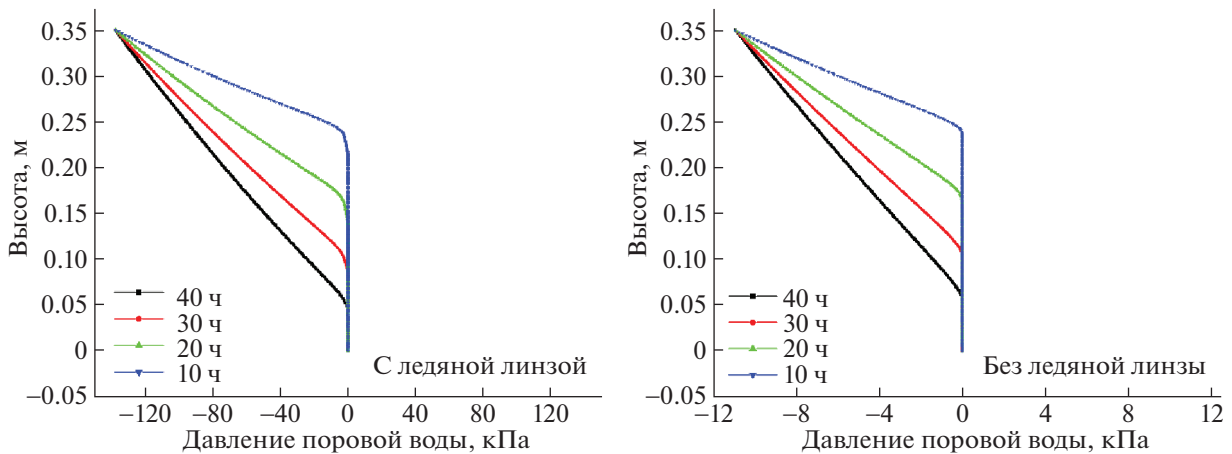


Рис. 6. Изменение давления поровой воды с течением времени на разных глубинах (температура верхней поверхности модели -10°C).

Изменение порового давления воды при миграции влаги

При промерзании образца грунта поровая вода в мерзлой зоне постепенно переходит в лед с объемным расширением, вызывая морозное пучение. В то же время часть незамерзшей воды будет отжиматься, создавая определенное давление поровой воды. По мере увеличения глубины промерзания величина давления поровой воды постепенно уменьшается, снижаясь до нуля у фронта промерзания.

Наиболее важный вывод – давление воды в порах промерзающего грунта с ледяной линзой едва ли не в 10 раз больше, чем без ледяной линзы, а расчетные результаты согласуются с ранее известными экспериментальными результатами (рис. 5).

После 10 ч заморозания пиковое давление поровой воды на верхней поверхности образца при температуре -5°C достигало -5.011 кПа , а после 40 ч заморозания -50.16 кПа , обнаружена слабая тенден-

ция к повышению величины давления. В то же время в незамерзшей зоне значение давления поровой воды равно 0, что создает постоянную разность давлений поровой воды между незамерзшей и мерзлой зоной, что заставляет незамерзшую воду непрерывно двигаться из незамерзающей зоны в мерзлую.

При температуре верхней границы -10°C и времени заморозания 10 ч пиковое давление поровой воды в образце достигает -10.93 кПа , что в 2 раза больше, чем при температуре на верхней границе образца -5°C . Таким образом, можно утверждать, что температура заморозания определяет максимальное значение давления поровой воды.

При температуре верхней поверхности модели -10°C после 40 ч промерзания максимальное значение давления трудно измерить. Это связано с тем, что температура верхней поверхности слишком низкая, и незамерзшая вода на поверхности образца мерзлого образца быстро замерзает (рис. 6).

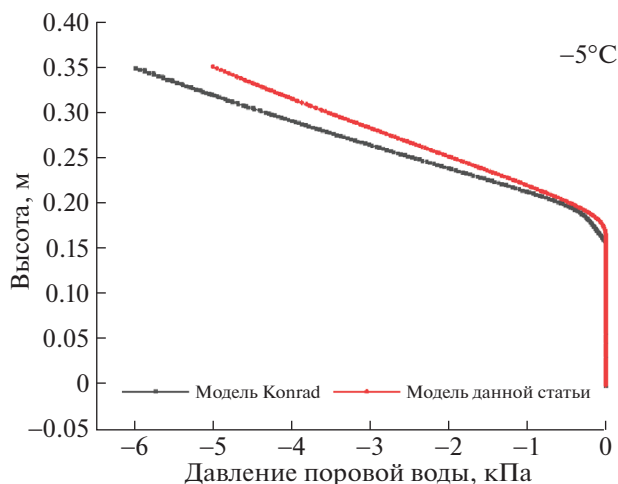


Рис. 7. Сравнение результатов модели данной работы с моделью Konrad.

Уравнение Клаузиуса-Клапейрона, которое описывает равновесие фазового перехода, является основой, на которой основана модель Konrad [9]. Уравнение Клаузиуса-Клапейрона применимо при температуре от 0 до нескольких градусов Цельсия ниже точки замерзания, но не дает возможности описывать условия при более низких температурах, согласно текущим экспериментальным результатам [21].

Результаты численного моделирования в этом исследовании хорошо согласуются с таким выводом. В модели Konrad предполагается, что описывающие состояния равновесия величины давления поровой воды мерзлого грунта и давления льда равны. Однако, если вывести уравнение для напряжений льдонасыщенного мерзлого грунта, используя уравнение для эффективного напряжения ненасыщенного незамерзшего грунта, можно ввести весовой коэффициент χ , но его значение до сих пор неизвестно. Это исследование показало, что относительные количества поровой воды и порового льда связаны между собой: чем выше температура, тем в большем количестве присутствует поровая вода. Результаты расчетов по модели, представленной в этой статье, и модели Konrad близки на границе замерзания, как видно на рис. 7. Однако температура мерзлого грунта ниже, а количество порового льда выше в мерзлой зоне.

В твердом состоянии поровый лед демонстрирует способность к адсорбции поровой воды, что приводит, вероятно, к деформированию и разрушению пор. Значение давления воды ниже, чем результаты расчетов по модели Konrad [9]. Можно предположить, что модель, используемая в настоящей статье, более соответствует фактическим условиям промерзания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье представлен численный метод определения давления поровой воды мерзлого грунта, а также новая формула давления поровой воды, результаты расчетов по которой согласуются с результатами экспериментальных исследований. Это может обеспечить прогноз свойств промерзающих и мерзлых грунтов.

Численное моделирование выявило некоторые особенности динамики порового давления воды в мерзлых грунтах. Результаты наших расчетов в целом близки к ранее полученным данным, однако уравнение, предложенное в этой статье, может иметь большее значение при описании давления поровой воды, особенно при более низких температурах. При этом результаты расчетов согласуются с экспериментальными данными, давление воды в порах промерзающего грунта с ледяной линзой примерно в 10 раз больше, чем без ледяной линзы. Температура на охлаждаемой верхней поверхности образца прямо определяет верхний предел значения порового давления воды в промерзающем грунте. В зоне промерзания поровое давление воды уменьшается с глубиной быстрее, чем скорость снижения температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Akagawa S., Hiasa S., Kanie S. et al. Pore water and effective pressure in the frozen fringe during soil freezing // Proc. of the Ninth Int. Conf. on Permafrost. 2008. P. 13–18. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2019.102899>
2. Bai Qing-Bo, Li Xu, Tian Ya-Hu, Fang Jian-Hong. Equations and numerical simulation for coupled water and heat transfer in frozen soil // Chinese Journal of Geotechnical Engineering. 2015. V. 37 (2). P. 131–136.
3. Beskow G. Soil Freezing and Frost Heaving with Special Application to Roads and Railroads: With Special Supplement for the English Translation of Progress from 1935 to 1946 // Technological Institute, Northwestern University. 1947. <https://doi.org/10.1097/00010694-194804000-00015>
4. Fowler A. Secondary frost heaving in freezing soils // SLAM Journal on Applied Mathematics, 1989. V. 49. P. 991–1008. <https://doi.org/10.1137/0149060>
5. Geng L., Tang S.Y., Cong X.Z., Ling J.Lu. Three-dimensional analysis of geosynthetic-encased granular columns for liquefaction mitigation // Geosynthetics International. 2016. V. 24 (1). P. 45–59. <https://doi.org/10.1680/jgein.16.00014>
6. Harlan R.L. Analysis of Coupled Heat-Fluid Transport in Partially Frozen Soil // Water Resources Research. 1973. V. 9 (5). P. 1314–1323. <https://doi.org/10.1029/wr009i005p01314>
7. Hoekstra P. Moisture movement in soils under temperature gradients with the cold-side temperature below freezing // Water Resources Research. 1996. V. 2

- (2). P. 241–250.
<https://doi.org/10.1029/wr002i002p00241>
8. *Huang X., Rudolph D.L.* Coupled model for water, vapour, heat, stress and strain fields in variably saturated freezing soils // *Advanced in Water Resources*. 2021. V. 154. P. 39–45.
<https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2021.103945>
 9. *Konrad J.M.* Unfrozen water as a function of void ratio in a clayey silt // *Cold Region Science and Technology*. 1990. V. 18 (1). P. 49–55.
[https://doi.org/10.1016/0165-232x\(90\)90037-w](https://doi.org/10.1016/0165-232x(90)90037-w)
 10. *Konrad J.M., Duquenois C.* A model for water transport and ice lensing in freezing soils // *Water Resources Research*. 1993. V. 29 (9). P. 3109–3124.
<https://doi.org/10.1029/93wr00773>
 11. *Konrad J.M., Morgenstern N.R.* A mechanistic theory of ice lens formation in fine-grained soils // *Canadian Geotechnical Journal*. 1980. V. 17. P. 473–486.
<https://doi.org/10.1139/t80-056>
 12. *Lai L., Zhang M. et al.* Study on theory model of hydro-thermal-mechanical interaction process in saturated freezing silty soil // *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*. 2014. V. 78. P. 805–819.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.07.035>
 13. *Loch J.P.G., Kay B.D.* Water Redistribution in Partially Frozen, Saturated silt Under Several Temperature Gradients and Overburden Loads // *Soil Science Society of America Journal*. 1978. V. 42 (30). P. 400–406.
<https://doi.org/10.2136/sssaj1978.03615995004200030005x>
 14. *Lu Ning, Likos William J.* Unsaturated soil mechanics. Beijing: Higher Education Press. 2012. P. 269–287.
 15. *Miller R.D.* Freezing and heaving of saturated and unsaturated soils // *Highway Research Record*. 1972. V. 393. P. 1–11.
<https://doi.org/10.1029/2011wr010512>
 16. *Miller R.D.* Frost heaving in non-colloidal soils // In: *Proc. third international permafrost conference*, Edmonton, Canada. 1978. P. 708–713.
 17. *Miller R.D.* Lens initiation in secondary heaving // *Highway research record*. 1972. V. 393. P. 1–11.
 18. *O'Neill K.* The physics of mathematical frost heave models: a review // *Cold Regions Science and Technology*. 1983. V. 6 (3). P. 275–291.
[https://doi.org/10.1016/0165-232x\(83\)90048-4](https://doi.org/10.1016/0165-232x(83)90048-4)
 19. *Taber S.* Frost heaving // *The Journal of Geology*. 1929. V. 37 (5). P. 428–461.
<https://doi.org/10.1086/623637>
 20. *Thomas H.R., Cleall P. et al.* Modelling of cryogenic processes in permafrost and seasonally frozen soils // *Geotechnique*. 2009. V. 29 (3). P. 173–184.
<https://doi.org/10.1680/geot.2009.59.3.173>
 21. *Zeng Guijun, Zhang Mingyi, Li Zhenping et al.* Review of mechanical criterion for formation of ice lens in freezing soil // *J. of Glaciology and Geocryology*. 2015. V. 37 (1). P. 192–201.
 22. *Zhang Lian-Hai, Ma Wei, Shi Ya-Jun et al.* The modes and its implications of water accumulation near the freezing front during soil freezing with considering ice segregation // *J. of Glaciology and Geocryology*. 2022. V. 44 (6). P. 1–11.
 23. *Zhou J.Z., Li D.* Numerical analysis of coupled water, heat and stress in saturated freezing soil // *Cold Regions Science & Technology*. 2012. V. 72. P. 43–49.
<https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2011.11.006>

MODELING OF PORE WATER PRESSURE IN FREEZING DISPERSED SOILS DURING MOISTURE MIGRATION

Zhou Bicheng^{a, #}, A. V. Brushkov^{a, ##}, and Hu JiaBo^{b, ***}

^a*Lomonosov Moscow State University, Leninskie gory 1, Moscow, 119991 Russia*

^b*China University of Geosciences, Lumo Av., Wuhan, Hubei, 430074 China*

[#]*E-mail: zhoubicheng@mail.ru*

^{##}*E-mail: brouchkov@geol.msu.ru*

^{***}*E-mail: jiabo96@163.com*

Frost heaving of soils is the main cause of engineering accidents in cold regions, but the current experimental as well as numerical studies focus on frost heaving deformation of soils, while there are fewer numerical studies on the main factors causing frost heaving deformation: pore water pressure. In this study, new calculation formulas of pore water pressure for saturated frozen soil are obtained by solving Gibbs free energy equation, and a thermo-hydraulic coupling model under different boundary conditions is constructed to calculate the pore water pressure values and water flow during water migration process. The results showed: (1) the pore water pressure of freezing soil with the ice lens is about ten times that without the ice lens, and the calculated results agree with the previous known experimental results; (2) The temperature of the cold end directly determines the upper limit of the pore water pressure value of freezing soil; (3) Pore water pressure decreases with depth much faster than the rate of temperature decrease.

Keywords: *saturated frozen soil, pore water pressure, ice lens, moisture migration, modeling method*

REFERENCES

1. Akagawa, S., Hiasa, S., Kanie, S. et al. Pore water and effective pressure in the frozen fringe during soil freezing. In: Proc. the 9th Int. Conf. on Permafrost, 2008, pp. 13–18.
<https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2019.102899>
2. Bai Qing-Bo, Li Xu, Tian Ya-Hu, Fang Jian-Hong. Equations and numerical simulation for coupled water and heat transfer in frozen soil. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, vol. 37 (2), pp. 131–136.
3. Beskow, G. Soil freezing and frost heaving with special application to roads and railroads: with special supplement for the English translation of progress from 1935 to 1946. Technological Institute, Northwestern University. 1947.
<https://doi.org/10.1097/00010694-194804000-00015>
4. Fowler, A. Secondary frost heaving in freezing soils. *SLAM Journal on Applied Mathematics*, 1989, vol. 49, pp. 991–1008. <https://doi.org/10.1137/0149060>
5. Geng, L., Tang, S.Y., Cong, X.Z. Ling, J.Lu. Three-dimensional analysis of geosynthetic-encased granular columns for liquefaction mitigation. *Geosynthetics International*, 2016, vol. 24 (1), pp. 45–59.
<https://doi.org/10.1680/jgein.16.00014>
6. Harlan, R.L. Analysis of coupled heat-fluid transport in partially frozen soil. *Water Resources Research*, 1973, vol. 9 (5), pp. 1314–1323.
<https://doi.org/10.1029/wr009i005p01314>
7. Hoekstra, P. Moisture movement in soils under temperature gradients with the cold-side temperature below freezing. *Water Resources Research*, 1996, vol. 2 (2), pp. 241–250.
<https://doi.org/10.1029/wr002i002p00241>
8. Huang, X., Rudolph, D.L. Coupled model for water, vapour, heat, stress and strain fields in variably saturated freezing soils. *Advances in Water Resources*, 2021, vol. 154, pp. 39–45.
<https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2021.103945>
9. Konrad, J.M. Unfrozen water as a function of void ratio in a clayey silt. *Cold Region Science and Technology*, 1990, vol. 18 (1), pp. 49–55.
[https://doi.org/10.1016/0165-232x\(90\)90037-w](https://doi.org/10.1016/0165-232x(90)90037-w)
10. Konrad, J.M., Duquenois, C. A model for water transport and ice lensing in freezing soils. *Water Resources Research*, 1993, vol. 29 (9), pp. 3109–3124.
<https://doi.org/10.1029/93wr00773>
11. Konrad, J.M., Morgenstern, N.R. A mechanistic theory of ice lens formation in fine-grained soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 1980, vol.17, pp. 473–486.
<https://doi.org/10.1139/t80-056>
12. Lai, L., Zhang, M. et al. Study on theory model of hydro-thermal-mechanical interaction process in saturated freezing silty soil. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 2014, vol. 78, pp. 805–819.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.07.035>
13. Loch, J.P.G., Kay, B.D. Water Redistribution in Partially Frozen, Saturated Silt Under Several Temperature Gradients and Overburden Loads. *Soil Science Society of America Journal*, 1978, vol. 42 (30), pp. 400–406.
<https://doi.org/10.2136/sssaj1978.03615995004200030005x>
14. Lu Ning, Likos William J. Unsaturated soil mechanics. Beijing: Higher Education Press, 2012, pp. 269–287.
15. Miller, R.D. Freezing and heaving of saturated and unsaturated soils. *Highway Research Record*, 1972, vol. 393, pp. 1–11.
<https://doi.org/10.1029/2011wr010512>
16. Miller, R.D. Frost heaving in non-colloidal soils. In: Proc. 3rd Intern. Permafrost Conf., Edmonton, Canada, 1978, pp. 708–713.
17. Miller, R.D. Lens initiation in secondary heaving. *Highway research record*, 1972, vol. 393, pp. 1–11.
18. O'Neill, K. The physics of mathematical frost heave models: a review. *Cold Regions Science and Technology*, 1983, vol. 6 (3), pp. 275–291.
[https://doi.org/10.1016/0165-232x\(83\)90048-4](https://doi.org/10.1016/0165-232x(83)90048-4)
19. Taber, S. Frost heaving. *The Journal of Geology*, 1929, vol. 37 (5), pp. 428–461.
<https://doi.org/10.1086/623637>
20. Thomas, H.R., Cleall, P. et al. Modelling of cryogenic processes in permafrost and seasonally frozen soils. *Geotechnique*, 2009, vol. 29 (3), pp. 173–184.
<https://doi.org/10.1680/geot.2009.59.3.173>
21. Zeng Guijun, Zhang Mingyi, Li Zhenping et al. Review of mechanical criterion for formation of ice lens in freezing soil. *J. of Glaciology and Geocryology*, 2015, vol. 37 (1), pp. 192–201.
22. Zhang Lian-Hai, Ma Wei, Shi Ya-Jun et al. The modes and its implications of water accumulation near the freezing front during soil freezing with considering ice segregation. *J. of Glaciology and Geocryology*, 2022, vol. 44 (6), pp. 1–11.
23. Zhou, J.Z., Li, D. Numerical analysis of coupled water, heat and stress in saturated freezing soil. *Cold Regions Science & Technology*, 2012, vol. 72, pp. 43–49.
<https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2011.11.006>