

МОДЕЛИ В ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОЛОГИИ И ГИДРОГЕОЛОГИИ

УДК 624.131.537

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ УСТОЙЧИВОСТИ СКЛОНОВ: РЕАЛИЗАЦИЯ И ОСОБЕННОСТИ

© 2023 г. О. В. Зеркаль^{1,*}, И. К. Фоменко^{2,**}, Е. Н. Самарин^{1,***}

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Ленинские горы 1, Москва, 119991 Россия

²Российский государственный геологоразведочный университет им. Серго Орджоникидзе,
ул. Миклухо-Маклая 23, Москва, 117997 Россия

*E-mail: igzov@mail.ru

**E-mail: ifolga@gmail.com

***E-mail: samarinen@mail.ru

Поступила в редакцию 20.10.2023 г.

После доработки 15.11.2023 г.

Принята к публикации 16.11.2023 г.

Проанализированы ограничения существующих детерминированных подходов к количественной оценке устойчивости склонов. Рассмотрены основные принципы вероятностного анализа при тематическом моделировании устойчивости склонов. Показана возможность получения вероятностных оценок развития оползневых деформаций, что в дальнейшем может быть использовано при анализе геологического риска. Проведена оценка объективности вероятностного моделирования устойчивости склонов.

Ключевые слова: моделирование, вероятностный анализ, оползни, оценка устойчивости, оползневая опасность

DOI: 10.31857/S0869780923060103, **EDN:** CSXLVU

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время при хозяйственном освоении территорий прослеживается тенденция все более широкого вовлечения в оборот областей с активным развитием опасных геологических процессов, в том числе оползневых и оползнеопасных участков, что предопределяется ростом ценности земельных ресурсов в интенсивно техногенно освоенных регионах. В рамках реализации такого рода проектов при инженерно-геологических работах (как при изысканиях, так и в рамках специальных исследований, в том числе при научно-техническом сопровождении изысканий) особое внимание уделяется обеспечению безопасности планируемой хозяйственной деятельности. При этом обоснование мероприятий по инженерной защите зданий и сооружений в пределах оползневых и оползнеопасных участков традиционно осуществляется на основе оценки устойчивости склонов (фактической и/или прогнозной), базирующейся на моделировании поведения массивов грунтов, формирующих склоны, в условиях, как влияния разнообразных природных факторов, так и с учетом ожидаемого техногенного воздействия, а также при их различном сочетании.

Важной составляющей обеспечения безопасности зданий и сооружений является оценка геологических рисков, анализ которых ориентирован на обеспечение надежности объектов. Значимой характеристикой при проведении такого анализа выступает оценка вероятности реализации прогнозного сценария изменения инженерно-геологической ситуации. Следует отметить, что оценка вероятности развития опасных геологических процессов (в том числе оползневых) является одной из ключевых составляющих при количественной оценке геологического риска.

Применение описанного подхода при оценке рисков от оползневых процессов, бесспорно, весьма перспективно. Вместе с тем к настоящему времени опыт его реализации незначителен, что вызывает необходимость рассмотрения различных аспектов проведения *вероятностного моделирования при количественной оценке устойчивости склонов*. Рассматриваемая проблема также приобретает особую актуальность в связи с тем, что в отечественной практике моделирования оценки устойчивости склонов на текущий момент отсутствуют общепринятые методики и рекомендации, рассматривающие вопросы вероятностной количественной оценки устойчивости склонов.

ТРАДИЦИОННЫЕ ПОДХОДЫ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
УСТОЙЧИВОСТИ СКЛОНОВ
И ИХ ОГРАНИЧЕНИЯ

История расчетов устойчивости склонов, представляющих, по существу, математическое моделирование поведения склонов, насчитывает порядка 250 лет [6, 9, 10]. Ее начало было положено Ш. Кулоном, сформулировавшим в 1773 г. условие прочности грунта. На протяжении XX в. происходило активное развитие методов количественной оценки состояния склонов, осуществлявшегося в двух направлениях. Первое из них опиралось на применение теории предельного напряженного состояния (в настоящее время реализовано при моделировании устойчивости склонов численными методами), а второе основывалось на использовании теории предельного равновесия, базирующейся на предположении, что условие предельного равновесия удовлетворяется по внутренней границе (поверхности скольжения) склона/откоса той или иной геометрической формы. При этом делалось предположение, что деформация склона/откоса происходит в результате одновременного преодоления сопротивления сдвигу пород в пределах всей потенциальной поверхности скольжения.

В общем случае решение задачи на основе теории предельного равновесия является статически неопределенным. Именно этот факт послужил причиной разработки множества методов расчетов устойчивости склонов (методы Феллениуса, Н.Н. Маслова, Р.Р. Чугаева, Г.М. Шахунянца, Н. Джамбу, А. Бишопа, Э. Спенсера, Н. Моргенштерна и В. Прайса, и многие-многие другие), базирующихся на модели предельного равновесия.

В основе методов модельной оценки устойчивости оползневых и оползнеопасных склонов может лежать одна из двух схем, описывающих предельное состояние склона:

- схема, учитывающая фактические (выявленные при изучении) прочностные характеристики грунтов, слагающих склоновый массив;
- схема, основанная на нахождении критических значений прочностных характеристик грунта, при которых склон переходит в состояние предельного равновесия.

При этом смысл предельной схемы удерживающих и сдвигающих усилий заключается в изучении соотношения сдвигающих и удерживающих усилий, действующих в склоновом массиве. Коэффициент устойчивости ($K_{уст}$) в этом случае может быть определен как отношение удерживающих моментов к сдвигающим или как собственно отношение удерживающих и сдвигающих сил. Получаемая величина $K_{уст}$ (или коэффициента

запаса) рассматривается в качестве показателя возможности развития оползневых деформаций.

В настоящее время при выполнении математического моделирования устойчивости склонов традиционно используется детерминированный подход к учету принимаемых в модель характеристик грунтов, слагающих склоновый массив. В качестве принимаемых в модель исходных параметров, в соответствии с действующими нормативными требованиями, выбираются усредненные показатели, приписываемые всему объему грунтов, формирующему тот или иной инженерно-геологический элемент в составе массива [11]. При этом предполагается, что прочностные характеристики грунтов точно известны (изучены) и являются неизменными. В данном случае особенностью получаемой величины коэффициента устойчивости (или коэффициента запаса) является его одномоментность, одновременность, т.е. отражение состояния склона только на период обладания склоновым массивом заданными показателями.

Вместе с тем очевидно, что и в природных условиях, и в пределах техногенно измененных территорий состояние грунтов, слагающих склоновый массив, может как существенно изменяться во времени, так и значительно варьировать в пространстве. Физические, прочностные характеристики могут изменяться под воздействием различных внешних факторов, например, при обводнении склона или при динамическом воздействии. Однако в основе традиционного детерминированного подхода к математическому моделированию устойчивости склонов (концептуально) лежит постулат “статичности”, неизменности во времени показателей, характеризующих грунты склонового массива. Помимо этого, на точность и достоверность выводов, делающихся на основе итогового показателя устойчивости склона, получаемого при детерминированном подходе, выраженного в единственном значении $K_{уст}$ (или коэффициента запаса), оказывают влияние различного рода неопределенности, усложняющие собственно построение моделей. К неопределенностям такого рода можно отнести, в частности, геологические неопределенности, обусловленные сложностью строения реального массива, отсутствием достаточных данных (что нередко при недостаточном финансировании изысканий), а также возможные неточности или ошибки при определении характеристик грунтов. Обычно используемые детерминированные методы не в состоянии учесть влияние этих неопределенностей на общий коэффициент устойчивости (или коэффициент запаса).

Несомненно, перечисленные особенности и ограничения, присущие традиционно применяемому при выполнении математического моделирования устойчивости склонов консервативному

детерминированному подходу, являются существенным ограничивающим фактором при прогнозировании (во времени) возможного развития оползневых процессов, не позволяя в действительности определить фактический уровень оползневой опасности, снижая полноту и достоверность получаемых оценок. Это может приводить либо к чрезмерным, либо к недостаточным мероприятиям, направленным на обеспечение устойчивости склонов, что, в конечном итоге, влияет на безопасность зданий и сооружений.

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ УСТОЙЧИВОСТИ СКЛОНОВ. ПРЕДПОСЫЛКИ РАЗРАБОТКИ И ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ

Современный этап развития инженерной геологии, начиная со второй половины 1970-х гг., характеризуется постепенной сменой основной научной парадигмы. На смену представлений о необходимости обеспечения “абсолютной безопасности” техногенных объектов декларируется концепция “приемлемого риска” [1, 7, 8, 15, 16]. В отличие от концепции о необходимости обеспечения “абсолютной безопасности” (в рамках которой территории с активным развитием геологических процессов рассматривались как непригодные к освоению), в основу концепции “приемлемого риска” положены воззрения о приоритетности выявления (при инженерно-геологической характеристике участков проектируемого строительства) и оценки природных, в первую очередь, геологических опасностей, осложняющих, но не сдерживающих (!) освоение территорий. В рамках концепции “приемлемого риска” геологические опасности рассматриваются лишь только как один из факторов, влияющий на экономические затраты при сооружении и последующей эксплуатации объектов, требующий проведения инженерной защиты зданий и сооружений, снижающих риски до приемлемого уровня. Существенными составляющими риск-анализа в инженерной геологии являются получение, рассмотрение и представление (в количественном виде) информации о геологических опасностях, в том числе опасности развития оползней, выражаемой как оценка вероятности развития/активизации геологических процессов.

Как было отмечено выше, традиционно применяемый при выполнении математического моделирования устойчивости склонов детерминированный подход не обеспечивает получение такого рода оценок. Также очевидно, что получение “полных”, “абсолютно точных” детерминированных данных, “полностью” характеризующих оцениваемый склоновый массив, практически недостижимо.

Одним из направлений преодоления существующих ограничений в математическом моделировании устойчивости склонов является применение вероятностного анализа при количественной оценке поведения склонов, позволяющего характеризовать опасность (в терминах вероятности) активизации оползневых процессов.

Начало разработки методов вероятностного анализа при количественной оценке устойчивости склонов относится к середине 1970-х гг. [14, 17, 23]. В последующие десятилетия их дальнейшее развитие при математическом моделировании устойчивости склонов в своих работах проводили Т.Ф. Wolff, Н. El-Ramly, D.V. Griffiths, J. Huang, M.Y. Wang, О.В. Зеркаль, И.К. Фоменко, Е.Н. Самарин, К. Кан и др. [2–5, 12, 13, 17–21, 24, 25].

Сущность вероятностного анализа при количественной оценке устойчивости склонов заключается в получении *вероятностной функции распределения коэффициента устойчивости склона в зависимости от вероятностных функций распределения физико-механических характеристик грунтов, слагающих склон, а также иных факторов, влияющих на развитие оползневых процессов* [2]. Таким образом, основная идея количественной вероятностной оценки устойчивости склонов заключается в учете фактически наблюдаемой изменчивости факторов оползнеобразования (их количественных показателей), учитываемых при расчете [12]. В современной практике, как правило, для каждого фактора оползнеобразования (прочностные характеристики грунтов, положение уровня подземных вод, величина сейсмического воздействия и др.) можно получить статистическое распределение.

Результатом моделирования при реализации вероятностного подхода к оценке устойчивости склонов также является вероятностная функция распределения $K_{уст}$, на основе которой можно проводить определение вероятности развития оползневой процесс (p_f). Вероятность отказа – потеря устойчивости склоном (p_f), может быть получена путем прямого интегрирования функции плотности вероятности $K_{уст}$ (коэффициента запаса) при его значении < 1.0 [20]:

$$p_f = \int_0^1 f_{K_{уст}}(K_{уст}) dK_{уст}. \quad (1)$$

Вместе с тем этот метод требует, чтобы функция плотности вероятности $f_{K_{уст}}(K_{уст})$ была известна заранее, что бывает редко. Поэтому зачастую для получения вероятности развития оползневой процесс (p_f) используется метод Монте-Карло, при применении которого искомое значение получается путем деления количества модельных расчетов с $K_{уст} < 1.0$ на общее количество модельных расчетов [20]:

$$p_f = \frac{\text{Количество результатов расчетов с } K_{уст} < 1}{\text{Общее количество расчетов}} \quad (2)$$

При этом в качестве основы (частные модельные расчеты) для вероятностного анализа поведения склона используются детерминированные методы анализа устойчивости склона – методы предельного равновесия или метод конечных элементов. Одна из сложностей при получении вероятностной функции распределения $K_{уст}$ – значительный объем моделирования при низкой вероятности развития оползневого процесса.

Результатом моделирования является функция плотности вероятности коэффициента устойчивости, по которой можно оценить среднее значение $K_{уст}$ и стандартное отклонение. Вероятностная мера устойчивости склона – вероятность развития оползневых деформаций при $K_{уст} < 1.0$.

Рассматривая изменчивость расчетной вероятности потери устойчивости склоном, следует отметить несколько важных моментов. Во-первых, расчетная вероятность потери устойчивости склоном при реализации описанного подхода не учитывает возможных временных изменений входных параметров (свойств грунтов, динамику УПВ и т.д.). Для учета в расчетной вероятности потери устойчивости склоном временной изменчивости параметров необходимо включение в модель данных о повторяемости действия факторов оползнеобразования (например, повторяемость интенсивных осадков, влияющих на увлажненность грунтов и изменчивость их прочностных характеристик). Если ни одна из входных переменных не зависит от времени, расчетная вероятность потери устойчивости склоном может быть привязана к периоду эксплуатации объекта.

Во-вторых, на расчетную вероятность потери устойчивости склоном, несмотря на усилия по учету всех источников неопределенностей, оказывает влияние вероятность существования не обнаруженных неопределенностей, например, таких как не выявленные ошибки определения характеристик грунтов, формирующих склоновый массив. Вклад этих неизвестных неопределенностей в вероятность потери устойчивости склоном при моделировании не учитывается, поэтому *расчетная вероятность может быть нижней границей фактической вероятности развития оползневых деформаций.*

Важным показателем при вероятностном анализе является индекс надежности β , который служит мерой нормализации коэффициента устойчивости ($K_{уст}$) на стандартное отклонение [2, 22]:

$$\beta = (K_{уст} - 1.0) / \sigma K_{уст} \quad (3)$$

где $\sigma K_{уст}$ – среднеквадратическое отклонение $K_{уст}$.

Этот показатель позволяет подойти к оценке устойчивости склонов с позиций теории надежности.

Накопление данных об изменчивости факторов оползнеобразования, понимание широты спектра их колебаний, в том числе роли вариативности характеристик грунтов в формировании устойчивости склонов, делают внедрение вероятностных подходов в математическом моделировании склонов все более актуальным и перспективным, позволяя взглянуть на прогноз оползневой опасности склонов более универсально, под новым углом зрения. Вероятностный подход к математическому моделированию устойчивости склонов позволяет получить данные, которые не могут быть получены при детерминированном подходе. Получаемая при вероятностном моделировании поведения склона изменчивость коэффициента устойчивости, оцениваемая количественно через дисперсию $K_{уст}$, и вероятность потери устойчивости склоном могут оказать существенное влияние на принятие решений о проведении мероприятий инженерной защиты.

Наряду с рассмотрением количественных показателей изменчивости факторов при вероятностном моделировании устойчивости склонов, возможен и *другой подход к получению вероятностной количественной оценки устойчивости склона, основанный на рассмотрении параметров грунтов (например, прочностных характеристик) как независимых переменных, влияющих на состояние склона в момент потери им устойчивости.* Проведем сравнительный анализ результатов вероятностной количественной оценки устойчивости склона, выполненной различными методами на примере модельного склона. Примем в качестве модельного склон высотой 20 м, имеющий переменный уклон (25°, 30°, 35° и 40°) и сложенный грунтами, близкими по своим свойствам к моренным суглинками московского горизонта. Показатели свойств грунтов, принятые при расчетах в качестве исходных данных, и результаты статистической обработки выборки приведены в табл. 1. Примеры итоговых расчетных геомеханических схем по линии модельного профиля с результатами оценки устойчивости склона, полученных методом Янбу [22], приведены на рис. 1.

В табл. 2 показаны полученные количественные оценки устойчивости модельного склона в детерминированном и вероятностном варианте расчетов.

Очевидно, что при традиционном подходе к анализу устойчивости склона детерминированные величины $K_{уст}$ (см. табл. 2, столбец 2) стали

Таблица 1. Характеристики свойств грунтов, принятые при модельных расчетах

Значения	Плотность, г/см ³	Сцепление, кПа	Угол вн. трения, град.
Среднее	2.114	36.0	17.917
Минимальное	2.01	28.0	12.0
Максимальное	2.2	45.0	23.0
Коэффициент вариации	0.00195	27.13	7.384
Стандартное отклонение	0.04412	5.209	2.717

бы основой для вывода о том, что склон в целом является устойчивым. И только при уклонах в 40° склон переходит в состояние, близкое к предель-

ному равновесию. При этом сделать какие-либо дополнительные выводы, кроме того, что увеличение уклона склона приводит к снижению его

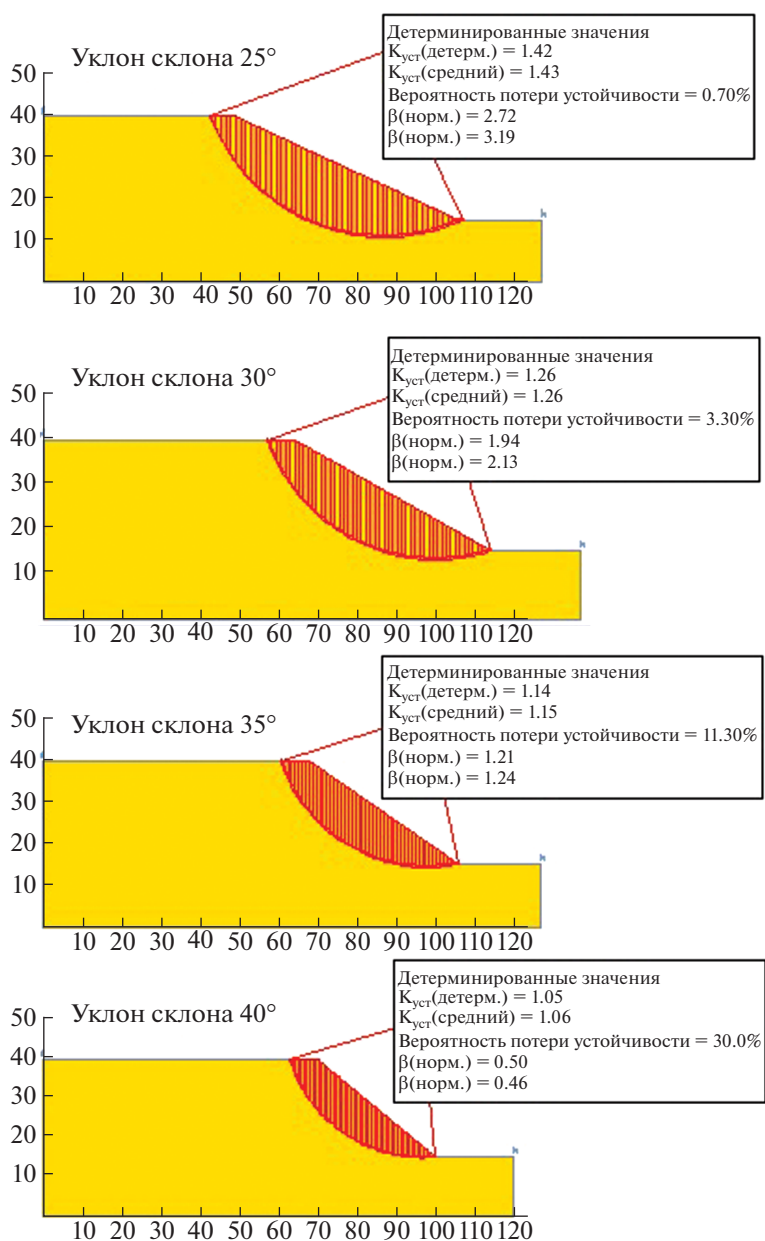


Рис. 1. Примеры итоговых геомеханических схем с результатами оценки устойчивости модельного склона, полученных методом Янбу.

Таблица 2. Результаты оценки устойчивости модельного склона

Уклон склона, град	Детерминированный $K_{уст}$	Среднестатистический $K_{уст}$	Вероятность потери устойчивости, %
25	1.42	1.43	0.7
30	1.26	1.26	3.3
35	1.14	1.15	11.3
40	1.05	1.06	30.0

устойчивости, без дополнительных расчетов было бы невозможно. Близкие выводы также можно сделать и по результатам рассмотрения усредненных величин $K_{уст}$, полученных с учетом изменчивости параметров грунтов, подтверждающих общую сходимость результатов, полученных при детерминированном и вероятностном варианте расчетов.

Сравнение же вероятностей потери склоном устойчивости (начало склоновых деформаций) (см. табл. 2, столбец 4) позволяет оценить опасность развития оползневых процессов в показателях, пригодных для проведения анализа геологического риска. Из рис. 2 видно, что, несмотря на то что “формально” склон при всех проанализированных уклонах остается устойчивым ($K_{уст} > 1.0$), оползневая опасность (как вероятность события, являющегося источником риска) возрастает с увеличением уклона склона. При этом величина вероятности реализации негативного сценария оценена количественно, а это, в свою очередь, обеспечивает возможность количественной оценки геологического риска.

Рассмотрим второй подход к вероятностной оценке устойчивости склона, основанный на рассмотрении параметров грунтов (например, прочностных характеристик) как независимых переменных. В условиях расчета имеем: склон с уклоном 40° , сложенный изотропными грунтами.

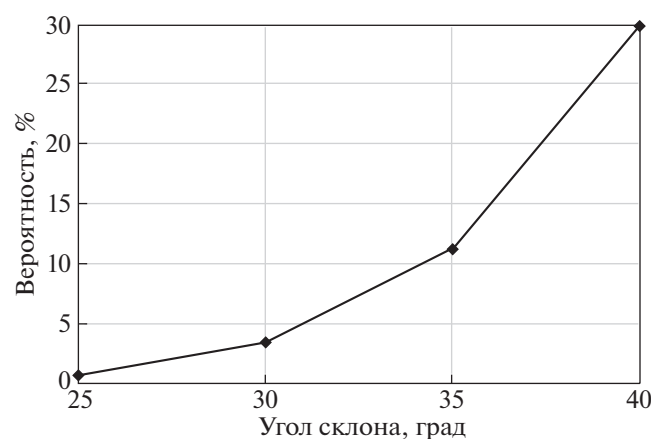


Рис. 2. Зависимость вероятности потери устойчивости склоном от его уклона.

В детерминированном решении задачи по расчету $K_{уст}$ склона задействованы сцепление и угол внутреннего трения (см. табл. 1). Выборочные статистики рассеяния для параметров прочности получены по результатам лабораторных определений. Для оценки вероятности обрушения склона воспользуемся формулой полной вероятности. Рассмотрим параметры прочности как независимые переменные, влияющие на устойчивость склона, причем потеря устойчивости склона равновероятно может быть обусловлена как изменением сцепления, так и изменением угла внутреннего трения, т.е.:

$$P(H_1) = P(H_2) = \frac{1}{2}, \tag{4}$$

где $P(H_1)$ и $P(H_2)$ – вероятность оползня вследствие изменения сцепления или угла внутреннего трения соответственно.

Зададим условную вероятность проявления оползневой подвижки за счет каждой из причин. Для этого в каждой из 48 сопряженных пар показателей прочности (найжены обратным расчетом при условии корреляционной зависимости между собой) оценим вероятность быть меньше критического значения при помощи интеграла вероятности:

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \tag{5}$$

Вероятность проявления оползневой деформации склона для каждой пары рассчитывалась по формуле полной вероятности:

$$P(A) = \sum_{i=1}^2 P(H_i A). \tag{6}$$

Полученные результаты расчета представлены на рис. 3. Распределение значений вероятности подчиняется нормальному закону распределения со средним значением вероятности 0.278 ± 0.015 , что сопоставимо с полученной выше вероятностью (0.3) потери склоном (с уклоном 40°) устойчивости (с использованием для оценки вероятностного распределения коэффициента устойчивости склона методом Монте-Карло).

Подводя итог проведенных исследований, можно отметить, что рассмотренные подходы к количественной вероятностной оценке устойчи-

вости склонов, основанные на: 1) оценке вероятностного распределения коэффициента устойчивости склона методом Монте-Карло, и 2) на рассмотрении параметров грунтов как независимых переменных, обеспечивают определение вероятности развития оползневых процессов, что необходимо для оценки оползневой опасности в рамках риск-анализа. При этом оба из рассмотренных подходов проведения вероятностной оценки устойчивости склона обеспечивают получение близких значений вероятности проявления оползневой деформации с высокой сходимостью.

Оценка объективности при вероятностном моделировании устойчивости склонов

Проведем оценку объективности предложенного подхода, принимая во внимание, что при многочисленных вариантах аналитических решений при количественной оценке устойчивости склонов исследователи оперируют преимущественно тремя характеристиками грунтов: плотностью, сцеплением и углом внутреннего трения. Для этого воспользуемся исходными данными, полученными при инженерно-геологических исследованиях, приведенными в табл. 3.

Совершенно очевидно, что использование любого варианта детерминированных значений приведенных показателей уже само по себе создает неопределенность конечного результата расчета, поскольку выборочное среднее, тем более полученное по выборочной совокупности весьма ограниченного объема, является лишь вероятностной оценкой генерального математического ожидания. Тем не менее представляется целесообразным использовать результаты инженерно-геологических исследований, так как они позволяют ввести в последующий анализ условные вероятности для каждого из указанных показателей.

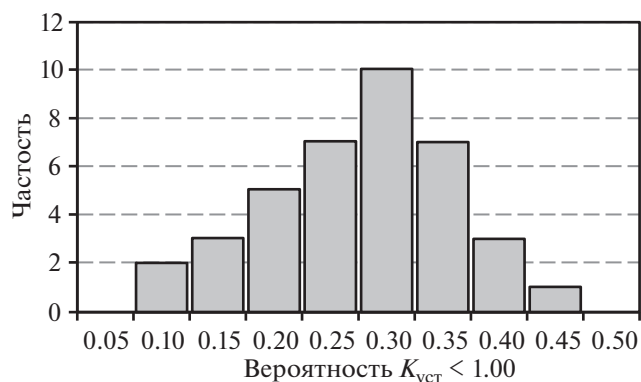


Рис. 3. Распределение вероятностей проявления оползневых деформаций, рассчитанных по формуле полной вероятности.

Как было указано выше, в результате детерминированных расчетов коэффициента устойчивости склона были получены сопряженные значения показателей свойств грунта (см. табл. 3), при которых значения $K_{уст}$ оказываются меньше единицы. Характеристики рассеяния для каждого из сопряженных показателей по выборочным данным приведены в табл. 4.

Распределение значений плотности можно рассматривать как нормальное с уровнем значимости $\alpha = 0.05$ (рис. 4а). Распределение значений параметров прочности с уровнем значимости $\alpha = 0.02$ допустимо рассматривать как нормальное (рис. 4б).

Проверка однородности оценок дисперсий для выборок значений указанных показателей, полученных при инженерно-геологических исследованиях (см. табл. 3) и для выборок значений, при которых установлено значение $K_{уст} < 1.0$, показала, что нет оснований считать указанные дисперсии различными для всех трех показателей при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Таким образом, полу-

Таблица 3. Выборочные статистические характеристики показателей свойств грунтов

Характеристики рассеяния	Плотность, г/см ³	Сцепление, кПа	Угол внутреннего трения, град.
Объем выборки	37	24	24
Среднее	2.114	36.0	17.9
85%	2.124	37.2	18.7
95%	2.129	38.2	19.1
Min значение	2.01	28.0	12.0
Max значение	2.2	45.0	23.0
Коэффициент вариации	0.0208	0.1447	0.1516
Стандартное отклонение	0.044	5.209	2.717
+3σ	2.246	51.627	26.068
-3σ	1.982	20.373	9.766

Таблица 4. Выборочные статистические характеристики показателей свойств грунтов (объем выборки для каждого показателя 55 значений)

Характеристики рассеяния	Плотность, г/см ³	Сцепление, кПа	Угол внутреннего трения, град.
Среднее	2.017	34.595	17.045
85%	2.173	40.498	19.883
95%	2.231	42.701	20.942
Min значение	1.719	23.523	12.343
Max значение	2.222	44.734	21.568
Коэффициент вариации	0.053	0.117	0.114
Стандартное отклонение	0.107	4.044	1.944
+3 σ	2.338	46.725	22.877
-3 σ	1.697	22.464	11.213

ченные обратным расчетом значения сопряженных показателей статистически оправданы.

Оценим вероятность $K_{уст}$ быть меньше 1.0 при расчете устойчивости склона. В условиях расчета имеем: склон с заложением 40°, сложенный изотропными грунтами (один инженерно-геологический элемент). Как было показано выше, при детерминированном решении задачи по расчету $K_{уст}$ склона задействованы: плотность грунта – 2.11 ± 0.04 г/см³, сцепление – 36.0 ± 5.21 кПа, угол внутреннего трения – 17.917 ± 2.717 град., для которых выборочные статистики рассеяния получены по результатам лабораторных определений.

Для оценки вероятности обрушения склона воспользуемся формулой полной вероятности. Рассмотрим указанные параметры как независимые переменные, влияющие на устойчивость склона, причем получить при расчете значение $K_{уст} < 1.0$ может быть равновероятно, что обусловлено как изменением плотности грунта, так и изменением сцепления или угла внутреннего трения, т.е.:

$$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3},$$

где $P(H_1)$, $P(H_2)$, $P(H_3)$ – вероятность получить при расчете значение $K_{уст} < 1.0$ вследствие изменения плотности грунта, сцепления угла внутреннего трения соответственно.

Зададим условную вероятность проявления оползневой подвижки за счет каждой из причин. Для этого в каждом из 55 наборов показателей (найлены обратным расчетом и приняты в качестве критических, т.е. каждый их таких наборов

отвечает условию $K_{уст} < 1.0$), рассчитаем вероятность быть меньше критического значения при помощи интеграла вероятности:

$$P(A) = F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz.$$

Тогда вероятность получить при расчете значение $K_{уст} < 1.0$ для каждого набора использованных показателей можно рассчитать по формуле полной вероятности:

$$P(A) = \sum_{i=1}^3 P(H_i A_i).$$

Результаты расчета представлены на рис. 5. Как видно из полученных данных, распределение вероятностей, полученное при расчете значение $K_{уст} < 1.0$, можно рассматривать как нормальное (согласно критерию χ^2 с уровнем значимости $\alpha = 0.01$) с выборочным средним значением 0.338 ± 0.017 . Тем не менее совершенно очевидно, что данное распределение характеризуется правосторонней асимметрией, обусловленной, главным образом, высокими значениями плотности грунта, выходящими за интервал 2σ . Если исключить указанные значения, то выборочное среднее значение вероятности при расчете значение $K_{уст} < 1.0$ составит 0.299 ± 0.011 .

Наличие тесной корреляционной связи между параметрами прочности (рис. 6) несколько видоизменяет схему расчета.

Как известно, величина коэффициента детерминации $R^2 = 0.7091$ определяет, какая часть регрессии обусловлена корреляцией между признаками. Следовательно, вероятность получить при

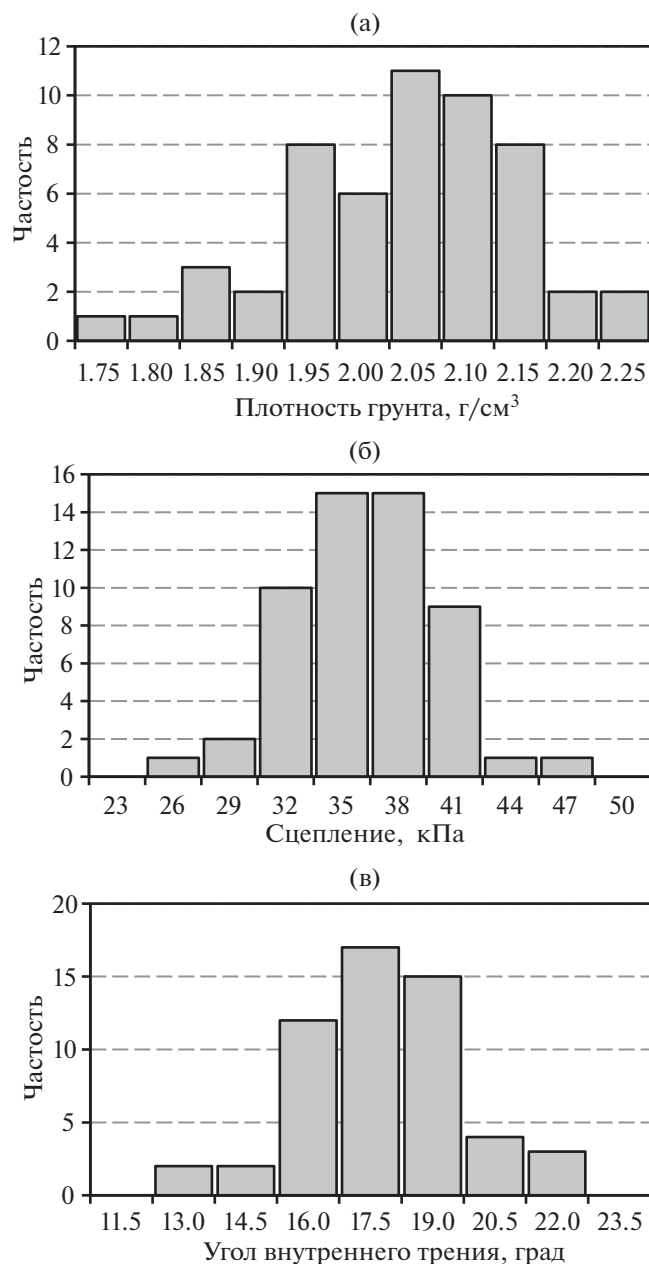


Рис. 4. Гистограмма распределения значений: а – плотности, б – сцепления, в – угла внутреннего трения, грунта по выборке сопряженных значений (см. табл. 2), при которых значение $K_{уст} < 1.0$.

расчете значение $K_{уст} < 1.0$ одинакова при изменении плотности и при изменении пары параметров прочности. Тогда:

$$P(H_1) = \frac{1}{2},$$

$$P(H_2) = 0.15 \cdot \frac{1}{2},$$

$$P(H_3) = 0.35 \cdot \frac{1}{2}.$$

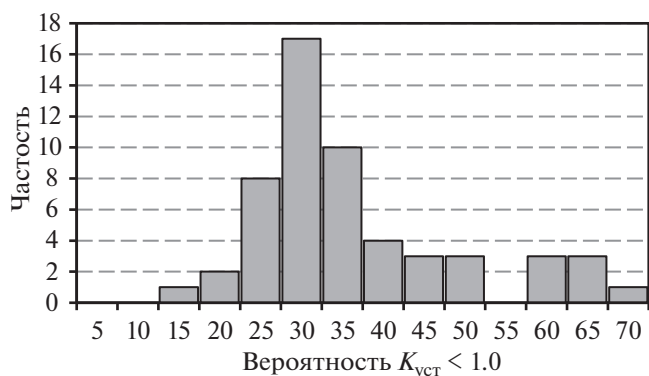


Рис. 5. Распределение вероятностей получения при расчете устойчивости склона значения $K_{уст} < 1.0$, рассчитанных по формуле полной вероятности (без учета корреляции между показателями прочности).

Условные вероятности анализируемых параметров составят: $P(H_1A) = \frac{1}{2} \cdot A_1$ – для плотности; $P(H_2A) = 0.15 \cdot \frac{1}{2} \cdot A_2$ – для сцепления (так как при установлении параметров прочности, прежде всего, подбирают наклон предельной огибающей); $P(H_3A) = 0.35 \cdot \frac{1}{2} \cdot A_3$.

Условные вероятности задаются также, как и в первом случае, на основе вероятности конкретного значения быть ниже критического для каждого показателя.

Результаты расчета представлены на рис. 7. Распределение вероятностей при расчете значения $K_{уст} < 1.0$ можно рассматривать как нормальное (согласно критерию χ^2 с уровнем значимости $\alpha = 0.05$) с выборочным средним значением 0.301 ± 0.025 . При исключении значений вероятностей, полученных при высоких значениях плотности грунта, выборочное среднее уменьшается до 0.259 ± 0.017 .

Таким образом, значения вероятности получения при расчете устойчивости склона $K_{уст} < 1.0$, полученные двумя рассмотренными способами, вполне сопоставимы, если рассматривать параметры как независимые, и ощутимо различаются при учете корреляционной связи между параметрами прочности.

Однако возможен еще один вариант задания вероятностей: по-прежнему считать, что все три параметра независимы друг от друга, однако, для вероятности параметров прочности ввести соответствующие поправки с учетом коэффициента детерминации. Тогда:

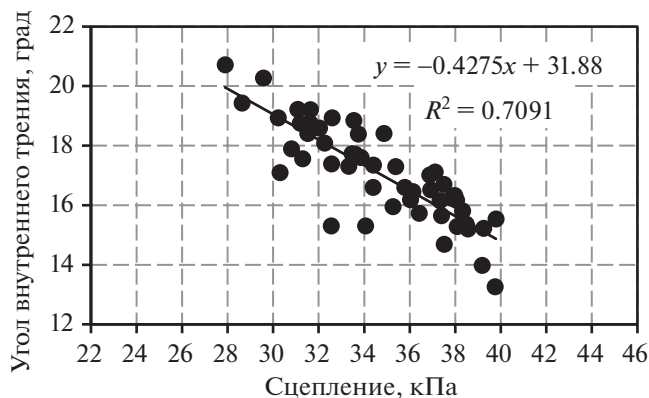


Рис. 6. Зависимость между углом внутреннего трения и сцеплением.

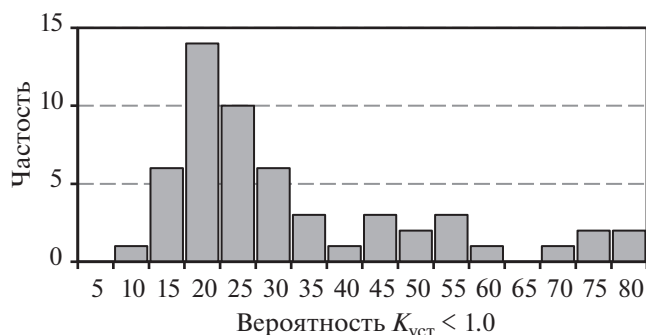


Рис. 7. Распределение вероятностей получения при расчете устойчивости склона значения $K_{уст} < 1.0$, рассчитанных по формуле полной вероятности (с учетом корреляции между показателями прочности).

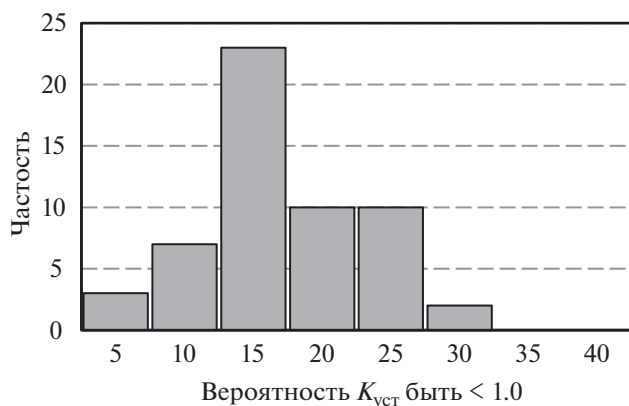


Рис. 8. Распределение вероятностей получения при расчете устойчивости склона значения $K_{уст} < 1.0$, рассчитанных по формуле полной вероятности (с учетом корреляции между показателями прочности и при условии равной вероятности каждого из параметров влиять на результаты расчета).

$$P(H_1) = \frac{1}{3};$$

$$P(H_2) = (1 - 0.7091) \cdot \frac{1}{3};$$

$$P(H_3) = 0.7091 \cdot \frac{1}{3}.$$

То есть из анализа удаляются все случаи парной корреляции. Условные вероятности параметров по-прежнему вводятся через интеграл вероятности для каждого набора критических значений рассматриваемых параметров. Распределение вероятностей получения значений $K_{уст} < 1.0$, рассчитанных по формуле полной вероятности, показано на рис. 8. Представленные результаты расчета показывают, что распределение вероятностей получения при расчете значение $K_{уст} < 1.0$ можно рассматривать как нормальное (согласно критерию χ^2 с уровнем значимости $\alpha = 0.01$) с выборочным средним значением 0.146 ± 0.008 . Этот результат, безусловно, гораздо лучше согласуется с вариантом расчета, когда вероятность получения при расчете устойчивости склона значения $K_{уст} < 1.0$ оценивается по отношению количества критических случаев к их общему значению (по формуле (2)).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время в мире существует два основных подхода к математическому моделированию устойчивости склонов – детерминированный и вероятностный.

Первый подход основан на детерминированном анализе с использованием коэффициентов устойчивости. Именно на этом подходе базируется принятие проектных решений в нашей стране и, как следствие, именно его использование прописано во всех нормативных документах. При использовании рассматриваемого подхода полностью игнорируется факт изменчивости свойств грунтов и связанных с этим неопределенностей, закладываемых в расчет показателей, что закономерно приводит (для снятия влияния неопределенностей) к использованию принципа избыточного проектирования для достижения безопасности зданий и сооружений.

Для повышения эффективности таких работ в практику внедряются все более сложные модели грунтов. При этом полностью игнорируется тот факт, что усложнение модели приводит и к возрастанию неопределенностей. Так, для модели Мора–Кулона необходимо 5 входных параметров, а для модели упрочняющегося грунта (Hardening Soil) уже 10. Безусловно, для описания процесса деформирования образца при трехосных испытаниях вторая модель предпочтительнее. Однако при переходе от образца к грунтовому массиву масштабный эффект проявляется, в том числе и в росте неоднород-

ности, которая при увеличении числа входных параметров модели приведет к тому, что полученные результаты могут быть далеки от истины.

Второй подход основан на вероятностном подходе к моделированию устойчивости склонов и количественной оценке надежности. В последние десятилетия этот подход все более активно внедряется в мировую практику. В сравнении с детерминированным подходом, вероятностный обладает большей объективностью и гибкостью, так как позволяет учитывать большое количество случайных и закономерных факторов без усложнения расчетных детерминированных моделей и проводить расчет устойчивости склонов в разнообразных грунтовых условиях.

Применение вероятностного анализа, сущность которого заключается в получении вероятностной функции распределения коэффициента устойчивости склона в зависимости от вероятностных функций распределения характеристик слагающих его грунтов, позволяет более обоснованно охарактеризовать опасность активизации оползневых процессов. Результаты вероятностного анализа при количественной оценке устойчивости склонов представляются более реалистичными и могут быть использованы при последующей оценке оползневой опасности и соответствующего геологического риска.

Приведенный пример оценки устойчивости склона показывает возможность получения при моделировании с использованием вероятностного подхода дополнительных показателей, характеризующих поведение склона, – вероятностной функции распределения коэффициента устойчивости ($K_{уст}$), на основе которой можно проводить определение вероятности развития оползневого процесса (p_f).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зеркаль О.В.* Оценка геологических рисков в практике инженерных изысканий // Инженерные изыскания. 2009. № 4. С. 40–43.
2. *Зеркаль О.В., Фоменко И.К.* Влияние различных факторов на результаты вероятностного анализа активизации оползневых процессов // Инженерная геология. 2016. № 1. С. 16–21.
3. *Кан К., Зеркаль О.В., Фоменко И.К., Павленко О.В.* Вероятный анализ устойчивости склонов при сейсмическом воздействии с использованием акселерограмм // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2019. № 2. С. 2–8.
4. *Кан К., Зеркаль О.В.* Применение вероятностного анализа при количественной оценке устойчивости склона // Инженерная геология. 2017. № 4. С. 18–26. <https://doi.org/10.25296/1993-5056-2017-4-18-26>
5. *Кан К., Зеркаль О.В., Пономарев А.А., Фоменко И.К.* Вероятностный анализ устойчивости склонов на основе обобщенного критерия Хоека-Брауна при сейсмическом воздействии // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2021. № 3. С. 11–16.
6. *Пендин В.В., Фоменко И.К.* Методология оценки и прогноза оползневой опасности. М.: ЛЕНАНД, 2015. 320 с.
7. *Природные опасности России. Т. 6. Оценка и управление природными рисками / Под ред. А.Л. Рагозина. М.: Изд-во “Крук”, 2003. 320 с.*
8. *Рагозин А.Л.* Концепция допустимого риска и строительное освоение территорий развития опасных природных и техноприродных процессов // Проект. 1993. № 5–6. С. 20–26.
9. *Склоновые геологические процессы / Под ред. В.Т. Трофимова, О.В. Зеркаля. М.: Изд-во “Перо”, 2022. 724 с.*
10. *Фоменко И.К.* Современные тенденции в расчетах устойчивости склонов // Инженерная геология. 2012. № 6. С. 44–53.
11. *Фоменко И.К., Зеркаль О.В.* Оценка устойчивости склонов при инженерных изысканиях: нормативные требования и проблемы их выполнения // Инженерные изыскания. 2016. № 10–11. С. 64–70.
12. *Фоменко И.К., Зеркаль О.В., Самарин Е.Н.* Вероятностный анализ количественной оценки устойчивости склона. Фундаментальные и прикладные вопросы инженерной геодинамики // Сергеевские чтения. Вып. 24: матер. годичной сессии Научного совета РАН по проблемам геоэкологии. инженерной геологии и гидрогеологии (Казань, 30–31.03.2023 г.). М.: Изд-во “Геоинфо”, 2023. С. 123–127.
13. *Фоменко И.К., Зеркаль О.В., Самарин Е.Н., Сироткина О.Н.* Вероятностный анализ устойчивости скальных оползней // Инженерная геология Северо-Западного Кавказа и Предкавказья: современное состояние и основные задачи: матер. III регион. научно-практ. конф. (Краснодар, 24–25.11.2016). Краснодар: Изд-во Кубан. гос. ун-т, 2016. С. 268–272.
14. *Alonso E.E.* Risk analysis of slopes and its application to slopes in Canadian sensitive clays // Géotechnique. 1976. V. 26. P. 453–472.
15. *Ang A.H-S., Tang W.H.* Probability concepts in engineering planning and design. V. I. Basic principles. New York: John Wiley. 1975.
16. *Ang A.H-S., Tang W.H.* Probability concepts in engineering planning and design. V. II. Decision, risk and reliability. New York: John Wiley, 1984.
17. *El-Ramly H., Morgenstern N.R., Cruden D.M.* Probabilistic slope stability analysis for practice. // Canadian Geotechnical Journal. 2002. V. 39. P. 665–683. <https://doi.org/10.1139/T02-034>
18. *Fomenko I.K., Zerkal O.V.* The application of anisotropy of soil properties in the probabilistic analysis of landslides activity // Proc. Engineering. 2017. V. 189. № C. P. 885–891. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.05.138>
19. *Griffiths D.V., Fenton G.A.* Probabilistic slope stability analysis by finite elements // J. of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2004. V. 130. № 5. P. 507–518.

20. Griffiths D.V., Huang J., Fenton G.A. Comparison of Slope Reliability Methods of Analysis // *Geo Florida: Advances in Analysis, Modeling & Design*. New York: ASCE. 2010. P. 1952–1961.
21. Griffiths D.V., Huang J., Fenton G.A. Probabilistic infinite slope analysis // *Comput. Geotech.*, 2011. V. 38. № 4. P. 577–584.
22. Krahn J. Stability modeling with SLOPE/W. An engineering methodology. 1st edition. GEO-SLOPE International. Ltd., Calgary. 2004.
23. Tang W.H., Yucemen M.S., Ang A.H.S. Probability based short-term design of slopes // *Canadian Geotechnical Journal*. 1976. V. 13. P. 201–215.
24. Wang M.Y., Liu Y., Ding Y.N., Yi B.-L. Probabilistic stability analyses of multi-stage soil slopes by bivariate random fields and finite element methods // *Comput. Geotech.* 2020. V. 122. P. 103529.
25. Wolff T.F. Probabilistic slope stability in theory and practice // *Uncertainty in the geologic environment: From theory to practice*. C.D. Shackelford et al. (Eds.). New York: ASCE. 1996. P. 419–433. *Geotechnical Special Publication* № 58.

PROBABILISTIC APPROACH IN MODELING SLOPE STABILITY – IMPLEMENTATION AND FEATURES

O. V. Zerkal^{a,*}, I. K. Fomenko^{b,***}, and E. N. Samarin^{a,###}

^a*Lomonosov Moscow State University,
Leninskie gory 1, Moscow, 119991 Russia*

^b*S.Ordzhonikidze Russian State University for Geological Prospecting,
ul. Miklukho-Maklaya 23, Moscow, 117997 Russia*

^{*}*E-mail: igzov@mail.ru*

^{**}*E-mail: ifolga@gmail.com*

^{###}*E-mail: samarinen@mail.ru*

The limitations of the existing deterministic approaches to the quantitative assessment of slope stability are analyzed. The basic principles of probabilistic analysis in mathematical simulation of slope stability are considered. The possibility of obtaining probabilistic assessment of the development of landslide deformations is shown, which can later be used in the analysis of geological risk. An assessment of the objectivity of probabilistic modeling of slope stability is carried out.

Keywords: *simulation, probabilistic slope stability analysis, landslides, slope stability assessment, landslide hazard*

REFERENCES

1. Zerkal, O.V. [Assessment of geological risks in the practice of engineering surveys]. *Inzhenernye izyskaniya*, 2009, no. 4, pp. 40–43. (in Russian)
2. Zerkal, O.V., Fomenko, I.K. [Influence of various factors on the results of probabilistic analysis of landslide activation]. *Inzhenernaya geologiya*, 2016, no. 1, pp. 16–21. (in Russian)
3. Kang, K., Zerkal, O.V., Fomenko, I.K., Pavlenko, O.V. The accelerogram-based probabilistic analysis of slope stability. *Soil mechanics and foundation engineering*, 2019, vol. 56, no. 2, pp. 71–76. (in Russian)
4. Kang, K., Zerkal, O.V. [Application of the probabilistic slope stability analysis]. *Inzhenernaya geologiya*, 2017, no. 4, pp. 18–26. (in Russian)
5. Kang, K., Zerkal, O.V., Ponomarev, A.A., Fomenko, I.K. [Probabilistic slope stability assessment under seismic conditions based on the generalized Hoek–Brown criterion]. *Soil mechanics and foundation engineering*, 2021, vol. 58, no. 3, pp. 223–229. (in Russian)
6. Pendin, V.V., Fomenko, I.K. [The methodology of evaluation and prediction of landslide hazard]. Moscow, LENAND Publ., 2015, 230 p. (in Russian)
7. [Natural hazards of Russia. Vol. 6. Assessment and management of natural risks]. A.L. Ragozin, Ed. Moscow, Kruk Press, 2003, 320 p. (in Russian)
8. Ragozin, A.L. [The concept of acceptable risk and construction development of territories subjected to hazardous natural and technological processes]. *Proekt*, 1993, no. 5–6, pp. 20–26 (in Russian)
9. [Slope geological processes]. Trofimov, V.T., Zerkal, O.V., Eds. Moscow, Pero Publ., 2002, 724 p. (in Russian)
10. Fomenko, I.K. [Current trends in slope stability calculations]. *Inzhenernaya geologiya*, 2012, no. 6, pp. 44–53 (in Russian)
11. Fomenko, I.K., Zerkal, O.V. [Assessing slope stability for engineering surveys: regulatory requirements and problems of their implementation]. *Inzhenernye izyskaniya*, 2016, nos. 10–11, pp. 64–70 (in Russian)
12. Fomenko, I.K., Zerkal, O.V., Samarin, E.N. [Probabilistic analysis of quantitative assessment of slope stability]. In: Proc. 24th Conference Sergeevskie chteniya. Fundamental and applied issues of engineering geodynamics. Moscow, GeoInfo Press, 2023, pp. 123–127 (in Russian)
13. Fomenko, I.K., Zerkal, O.V., Samarin, E.N., Sirotkina, O.N. [Probabilistic analysis of the stability of rock

- landslides]. Proc. III Regional Sci. and Pract. Conference on engineering geology of the northwest Caucasus and CisCaucasus: current state and main tasks. Krasnodar. Kuban State University Press, 2016, pp. 268–272 (in Russian)
14. Alonso, E.E. Risk analysis of slopes and its application to slopes in Canadian sensitive clays. *Géotechnique*, 1976, vol. 26, pp. 453–472.
 15. Ang, A.H-S., Tang, W.H. Probability concepts in engineering planning and design. Vol. I. Basic principles. New York, John Wiley Publ., 1975.
 16. Ang, A.H-S., Tang, W.H. Probability concepts in engineering planning and design. Vol. II. Decision, risk and reliability. New York, John Wiley Publ., 1984.
 17. El-Ramly, H., Morgenstern, N.R., Cruden, D.M. Probabilistic slope stability analysis for practice. *Canadian Geotechnical Journal*. 2002. V. 39. P. 665–683. <https://doi.org/10.1139/T02-034>
 18. Fomenko, I.K., Zerkal, O.V. The application of anisotropy of soil properties in the probabilistic analysis of landslides activity. In: Proc. Engineering. 2017. V. 189. № C. P. 885–891. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.05.138>
 19. Griffiths, D.V., Fenton, G.A. Probabilistic slope stability analysis by finite elements. *J. of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2004, vol. 130, no. 5, pp. 507–518.
 20. Griffiths, D.V., Huang, J., Fenton, G.A. Comparison of slope reliability methods of analysis. In: Geo Florida: Advances in analysis, modeling & design. New York, ASCE Publ., 2010, pp. 1952–1961.
 21. Griffiths, D.V., Huang, J., Fenton, G.A. Probabilistic infinite slope analysis. *Comput. Geotech.*, 2011, vol. 38, no. 4, pp. 577–584.
 22. Krahn, J. Stability modeling with SLOPE/W. An engineering methodology, 1st edition. Calgary, GEO-SLOPE International, Ltd., 2004.
 23. Tang, W.H., Yucemen, M.S., Ang, A.H.S. Probability based short-term design of slopes. *Canadian Geotechnical Journal*, 1976, vol. 13, pp. 201–215.
 24. Wang, M.Y., Liu, Y., Ding, Y.N., Yi, B.-L. Probabilistic stability analyses of multi-stage soil slopes by bivariate random fields and finite element methods. *Comput. Geotech.*, 2020, vol. 122, p. 103529.
 25. Wolff, T.F. Probabilistic slope stability in theory and practice. In: Uncertainty in the geologic environment: from theory to practice. C.D. Shackelford et al., Eds. Geotechnical Special Publication no. 58. New York, ASCE Publ., 1996, pp. 419–433.