## \_\_\_\_\_ МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ОБРАБОТКИ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ \_\_\_\_\_ КОСМИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

# РАЗВИТИЕ МОДЕЛИ МОРФОЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ЭРОЗИОННО-ТЕРМОКАРСТОВЫХ РАВНИН НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ КОСМИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ

© 2023 г. А. С. Викторов<sup>а,</sup> \*, В. Н. Капралова<sup>а</sup>, Т. В. Орлов<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт геоэкологии им. Е.М. Сергеева Российской академии наук, Москва, Россия

\**E-mail: vic\_as@mail.ru* Поступила в редакцию 11.10.2022 г.

Статья посвящена задаче разработки нового варианта модели морфологической структуры эрозионно-термокарстовых равнин на основе широкого использования материалов космической съемки. С помощью использования данных дистанционного зондирования был разработан вариант модели, учитывающий разный ход термокарстовых процессов на водораздельной поверхности и пониженной поверхности хасыреев. Данная модель была эмпирически проверена на восьми выбранных ключевых участках, которые расположены в различных физико-географических, климатических и геокриологических условиях. Проверка проводилась на основе использования материалов космической съемки высокого разрешения. Разработанный вариант модели подтверждается статистическим анализом распределений площадей озер в пределах водораздельной поверхности и пониженной поверхности хасыреев и показывает сушествование линамического равновесия в возникновении, росте и спуске термокарстовых озер. Анализ показывает, что морфологическая структура эрозионно-термокарстовых равнин эволюционно меняется, сокращая площадь основной водораздельной поверхности по зависимости, близкой к экспоненте; конкретный вид зависимости зависит прежде всего от отношения плотности генерации озер и плотности расположения истоков эрозионных форм. Использование предлагаемого нового варианта модели позволяет уточнить оценку риска поражения линейных сооружений, пересекающих эрозионно-термокарстовые равнины.

*Ключевые слова:* математическая морфология ландшафта, эрозионно-термокарстовые равнины, математические модели морфологических структур, данные дистанционного зондирования **DOI:** 10.31857/S0205961423030089, **EDN:** TYREGE

### **ВВЕДЕНИЕ**

Эрозионно-термокарстовые равнины представляют собой широко распространенный ландшафт криолитозоны. Именно на его территории пролегает значительная часть трубопроводных систем, основной угрозой которых являются термокарстовые процессы. Изменение морфологической структуры ландшафтов криолитозоны рассматривалось в сравнительно небольшом числе работ (Кравцова, Быстрова, 2009; Полищук В.Ю., Полищук Ю.М., 2013; Grosse et al., 2016, Morgenstern et al., 2011 и др.). При этом практически не разделялось рассмотрение озерно-термокарстовых и эрозионно-термокарстовых равнин. Создание моделей развития эрозионно-термокарстовых равнин для прогноза является актуальной научной и практической задачей, особенно в условиях климатических изменений.

В более ранних исследованиях была разработана модель морфологической структуры эрозионно-термокарстовых равнин. Исходно были получены данные говорящие в пользу синхронного старта термокарстовых процессов (Викторов и др., 2019), но более поздние исследования на значительном числе участков, показали преобладание варианта с асинхронным стартом (Викторов и др., 2020; Викторов и др., 2021).

Вместе с тем предложенная модель морфологической структуры эрозионно-термокарстовых равнин имела определенные недостатки. Эти недостатки были связаны прежде всего с предположением об одинаковом ходе процессов возникновения, роста и спуска термокарстовых озер, возникших на основной поверхности, и озер, возникших на поверхности хасыреев.

Целью настоящей статьи является изложение результатов разработки нового варианта модели морфологической структуры эрозионно-термокарстовых равнин на основе использования материалов космической съемки.



Рис. 1. Типичное изображение участка эрозионно-термокарстовых равнин на материалах космической съемки.

## МЕТОДИКА

Эрозионно-термокарстовые равнины представляют собой волнистые или слабохолмистые поверхности с тундровой или лесотундровой растительностью с вкраплением термокарстовых озер и хасыреев и развитием эрозионных форм; озера и хасыреи имеют как правило округлые очертания и в беспорядке расположены в пределах равнины.

Типичное изображение эрозионно-термокарстовых равнин на материалах космической съемки приведено на рис. 1.

Развитие эрозионно-термокарстовых равнин в рассматриваемом варианте асинхронного старта исследовалось разными авторами (Вельмина, 1957; Суходровский, 1973; Павлов, 1965; Гравис, 1966 и др.) и происходит под воздействием комплекса разнонаправленных процессов:

• Возникновение первичных термокарстовых понижений с водой.

• Рост понижений (озер) под действием термоабрационных процессов.

• Спуск озер эрозионными процессами с остановкой их роста и превращением в хасыреи.

Дополнительную сложность придает то, что новые термокарстовые понижения не возникают в пределах площади существующих озер, поэтому чем больше заозеренность, тем меньше в этот момент генерируется новых первичных понижений.

Анализ материалов космических съемок показал, что в пределах эрозионно-термокарстовых равнин можно выделить два главных элемента:

• волнистые или слабохолмистые водораздельные поверхности с тундровой или лесотундровой растительностью ("основная поверхность" составляющая 1);

• пониженные поверхности, занятые хасыреями, которые нередко сливаются друг с другом, образуя массивы (составляющая 2).

В пределах основной поверхности происходит появление и рост термокарстовых озер, которые при спуске эрозией превращаются в хасыреи.

Как показал анализ материалов космических съемок, в пределах площади хасыреев и их массивов, также развиты озера, большая часть которых является вторичными, возникшими за счет развития термокарстового процесса после появления хасырея. Эти озера отличаются четкими резкими очертаниями, часто округлой формой, несовпадением центра озера и центра хасырея. Кроме того, в хасыреях встречаются остаточные озера, сформировавшиеся в результате незавершенного спуска водной массы озера в процессе превращения в хасырей (рис. 2) Остаточные озера в хасыреях, напротив, характеризуются расплыв-



**Рис. 2.** Изображения различных типов термокарстовых озер на материалах космической съемки: озер на основной поверхности (*1*) и вторичных озер на поверхности хасыреев (*2*).

чатыми неправильными очертаниями и нерезкими границами, как правило, расположением в центральной части или по периферии; они не рассматриваются в настоящем исследовании.

Условия развития термокарстовых и эрозионных процессов в пределах водораздельных поверхностей и пониженных поверхностей с развитием хасыреев представляются различными.

Методика исследований включала:

• Разработку нового варианта математической модели морфологической структуры эрозионнотермокарстовых равнин и ее математический анализ. • Выбор ключевых участков для эмпирической проверки модели и получение материалов космической съемки.

• Выделение и измерение площадей термокарстовых озер на ключевых участках и формирование выборок по принадлежности основной поверхности и поверхности хасыреев (вторичные озера).

• Проверку допущения о разных условиях развития термокарстовых и эрозионных процессов в пределах водораздельных поверхностей и пониженных поверхностей с развитием хасыреев с использованием материалов космической съемки на основе критерия Смирнова.

Участок	Источник данных	Дата съемки	Разрешение, м/пикс
19	WorldView2	28.07.2013	0.5
20	WorldView2	24.08.2018	0.5
21	WorldView2	10.07.2013	0.5
22	Sentinel-2	11.08.2018	10
25	SPOT 6	03.08.2019	1.5
28	WorldView2	10.07.2013	0.5
30	SPOT 7	17.09.2017	1.5
40	SPOT 7	07.08.2015	1.5

Таблица 1. Параметры данных дистанционного зондирования Земли

• Проверку вывода о наличии динамического равновесия в ходе термокарстовых и эрозионных процессов на различных поверхностях эрозионно-термокарстовых равнин с использованием материалов космической съемки на основе критерия Пирсона.

• Комплексный анализ результатов моделирования.

При исследовании были использованы космические снимки с разрешением 0.5–10 м (World-View2, Spot6, Spot7, Sentinel-2), снятые в июлесентябре 2013–2019 гг. Снимки получены как из открытых источников (Google Earth, Yandex Maps, Bing) так и специально приобретенные (ScanEx R&D Center). Описание космических снимков приведено в табл. 1.

Выделение и измерение площадей термокарстовых озер на ключевых участках выполнялось с использованием геоинформационных систем ARCGIS и QGIS. Использовались как автоматические модули, так и ручная интерпретация данных для картирования озер, включая специальный анализ, чтобы избежать ошибок интерпретации. В исследовании отбирались озера на основной поверхности и вторичные озера в хасыреях. Небольшие остаточные водоемы с неопределенными границами в неполностью дренированных озерных котловинах были исключены из рассмотрения.

Площадь озер определялась с помощью соответствующего модуля ARCGIS. Оценка средней погрешности измерения площади озер определялась аналитическим способом на основе средней площади озера для каждого участка. В связи с контрастностью объекта основная ошибка связана с неверным отнесением пикселов по границе озера, поэтому оценка формировалась как отношение площади, отвечающей пикселам, формирующим периметр озера, к площади озера, принимая последнее за круг. В зависимости от средней площади озер на участке и разрешения материалов космической съемки погрешность колеблется в пределах от 0.2% (для участка с большими озерами и разрешением 0.5 м) до 2.9%, в среднем по всем участкам составляя 1.9%.

Ключевые участки, на которых осуществлялась проверка модели, расположены в различных физико-географических условиях. Типичное изображение ключевого участка эрозионно-термокарстовых равнин на материалах космической съемки приведено на рис. 1.

Ключевые участки представляют собой равнины, сложенные преимущественно морскими и аллювиальными отложениями, представленными песками, супесями, суглинками и алевритами с развитием различных типов тундр, а также озерно-болотными образованиями (рис. 3).

Анализ развития территории может быть выполнен на основе математической модели морфологической структуры. В основе математической модели положена математическая модель морфологической структуры эрозионно-термокарстовых равнин в базовом варианте (Викторов, 2006). Однако ее допущения были изменены и адаптированы к рассматриваемым условиям:

1. Возникновения первичных термокарстовых понижений (озер) на основной поверхности и на поверхности хасыреев за непересекающиеся отрезки времени ( $\Delta t$ ) и на непересекающихся площадках ( $\Delta s$ ) являются независимыми случайными событиями; вероятность возникновения понижения зависит только от величины отрезка и площадки<sup>1</sup>.

$$p_1 = \lambda_i \Delta s \Delta t + o(\Delta s \Delta t), \quad i = 0, 1,$$
$$p_k = o(\Delta s \Delta t), \quad k = 2, 3...,$$

где  $\lambda_0$  и  $\lambda_1$  — значения плотности генерации новых первичных термокарстовых понижений соответственно для свободной поверхности и поверхности хасыреев.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> И для малых площадок и временных отрезков вероятность возникновения одного понижения много больше, чем вероятность возникновения нескольких понижений.

#### ВИКТОРОВ и др.



Рис. 3. Схема расположения ключевых участков.

2. Возникновение первичных термокарстовых понижений не происходит на площади существующих термокарстовых озер.

3. Радиус возникшего термокарстового понижения как функция времени представляет собой случайный процесс; изменение радиуса происходит независимо от других озер, и его скорость пропорциональна плотности тепловых потерь через боковую поверхность озерной котловины.

4. В процессе роста озеро может перейти в хасырей при его спуске эрозионной сетью, вероятность этого не зависит от других озер; при этом рост озера прекращается.

5. Возникновения истоков эрозионных форм на непересекающихся площадках являются независимыми случайными событиями со средней плотностью расположения истоков  $\gamma_0$  и  $\gamma_1$  соответственно для свободной поверхности и хасыреев; вероятность наличия истока для пробной площадки зависит только от ее величины<sup>2</sup>.

Проведем математический анализ модели морфологической структуры эрозионно-термокарстовых равнин. При этом используем результаты, полученные в базовом варианте модели, которые справедливы и в этом случае (Викторов, 2006):

распределение (плотность распределения) радиуса озера через время t после его появления при свободном росте,

$$f_0(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}x\sqrt{t}} e^{\frac{(\ln x - at)^2}{2\sigma^2 t}},$$
 (1)

где  $a, \sigma$  – параметры распределения,

распределение расстояния от центра озера до ближайшего истока эрозионной формы

$$F(x) = 1 - e^{-\pi \gamma x^2},$$
 (2)

где ү – параметр распределения.

Получим выражение, описывающее динамику доли основной поверхности (составляющая 1) (поверхность вне озер и хасыреев)  $P_0(t)$ . Воспользуемся тем, что она равна вероятности того, что случайная точка окажется на основной поверхности и не попадает ни в контур какого-либо озера, ни в контур хасырея.

Для решения ограничим рассматриваемую область кругом с радиусом R с центром, совпадающим с интересующей точкой O (рис. 4), и пока не учитываем озера и хасыреи, возникшие в пределах поверхности уже существующих хасыреев (составляющая 1).

Вероятность, что озеро, возникнув на некотором расстоянии  $x_i$  от центра, за время *и* заденет рассматриваемую точку (O), очевидно, складывается из вероятностей трех событий (рис. 4):

1) оказаться от нее на расстоянии  $x_i$  (то есть в кольце радиуса  $x_i$  с небольшой шириной  $\Delta x_i$ ),

2) достижении озером за время u радиуса r большего, чем  $x_i$  и

3) отсутствии в круге описанного из центра озера с радиусом  $x_i$  истока эрозионной формы, который мог бы остановить рост озера до достижения точки O (с превращением озера в хасырей).

Вероятность второго и третьего событий определяются на основании выражений (1) и (2). Вероятность первого события в силу равной вероятности термокарстового понижения оказаться на

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Для малых площадок много больше, чем вероятность наличия более, чем одного истока.



Рис. 4. Схема оценки заозеренности (пояснение в тексте).

площадках одного размера (допущение 1) равно отношению площади кольца к площади рассматриваемого круга; при этом следует учесть, что только часть их площади  $P_0(t)$  относится к основной поверхности, но, поскольку часть эта одна и та же и для кольца, и для круга, то вероятность остается той же.

Перемножая вероятности с учетом независимости этих событий, и перебирая далее все значения  $x_i$ , путем интегрирования, получаем вероятность того, что озеро, возникнув в рассматриваемой круговой площади, заденет точку О

$$\alpha(u) = \int_{0}^{K} e^{-\pi\gamma_0 x^2} [1 - F_0(x, u)] \frac{2\pi x}{\pi R^2} dx,$$

где  $F_0(x,u)$  — распределение радиуса озера при свободном росте через время *u* после его возникновения (плотность этого распределения см. (1)). При этом точка будет или в пределах контура озера или, — в случае если озеро будет спущено после достижения точки до момента времени *u*, — попадет в пределы хасырея. В этом рассмотрении мы пренебрегаем вероятностью того, что растущее термокарстовое озеро, возникшее в пределах ос-

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗЕМЛИ ИЗ КОСМОСА № 3 2023

новной поверхности, будет спущено эрозионной формой с истоком, находящимся в пределах поверхности хасыреев.

Возникновение термокарстовых озер представляет собой, как показано ранее (Викторов, 1995, 2006), пуассоновский процесс. В силу этого вероятность того, что в пределах рассматриваемой области за время  $[u_i, u_i + \Delta u_i]$  возникло k озер, равна, с учетом того, что свободная поверхность, на которой они возникают, составляют только часть площади равную  $P_0(u_i)$ ,

$$P_{R,k}^{0} = \frac{\left[\lambda_{0}P_{0}(u_{i})\Delta u_{i}\pi R^{2}\right]^{k}}{k!}e^{-\lambda_{0}P_{o}(u_{i})\Delta u_{i}\pi R^{2}}.$$

Отсюда учитывая вероятность того, что ни одно из появившихся в области озер (количеством k) не заденет точку, суммируя ряд по k и преобразуя, получаем вероятность того, что круговая площадь не будет задета озером, возникшим за время  $[u_i, u_i + \Delta u_i]$  в рассматриваемой области с радиусом R

$$P_{R} = \sum_{k=0}^{+\infty} [1 - \alpha(t-u)]^{k} \frac{[\lambda_{0}P_{0}(u_{i})\Delta u_{i}\pi R^{2}]^{k}}{k!} e^{-\lambda_{0}P_{0}(u_{i})\Delta u_{i}\pi R^{2}}$$
$$= \exp[-\alpha(t-u)\lambda_{0}P_{0}(u_{i})\Delta u_{i}\pi R^{2}].$$

Соответственно, вероятность того, что круговая площадь не будет задета озером, возникшим за интервал времени [0,t] в рассматриваемой области с радиусом R, с учетом независимости событий равна

$$P_R^0 = \prod_i \exp[-\alpha(t-u_i)\lambda_0 P_0(u_i)\Delta u_i \pi R^2]$$
  
=  $\exp\sum_i [-\alpha(t-u_i)\lambda_0 P_0(u_i)\Delta u_i \pi R^2],$ 

где произведение берется по всему разбиению интервала [0,t] на  $[u_i, u_i + \Delta u_i]$ . Полученная сумма при уменьшении величины интервала разбиений заменяется интегралом, и далее, используя выражение для  $\alpha(u)$  и расширяя рассматриваемую область  $R \to +\infty$ , получаем

$$P_0^0(t) = \\ = \exp\left[-\int_0^t \lambda_0 P_o(u) \int_0^{+\infty} 2\pi x e^{-\pi \gamma_0 x^2} [1 - F_0(x, t - u)] dx du\right],$$

где  $F_0(x,u)$  — распределение радиусов термокарстовых озер при свободном росте с плотностью распределения, даваемой выражением (1).

Внутренний интеграл может быть упрощен при использовании интегрирования по частям и соответственно получаем вероятность того, что точка не будет задета озерами (впоследствии возможно превратившимися в хасыреи), возникшими в пределах основной поверхности (составляющая 1)

$$P_0^0(t) = \exp\left[-\frac{\lambda_0}{\gamma_0}\left[\int_0^t P_o(u)du - \int_0^t P_o(u)\int_0^{+\infty} e^{-\pi\gamma_0 x^2} f_0(x,t-u)dxdu\right]\right],$$
(3)

где  $P_o(t)$  — доля площади, свободной от озер в пределах основной поверхности (составляющая 1).

Рассуждая аналогично по отношению к озерам, возникшим в пределах поверхности хасыреев, получаем вероятность того, что точка не будет задета озерами (впоследствии возможно превратившимися в хасыреи), возникшими в пределах поверхности хасыреев.

$$P_0^{1}(t) = \exp\left[-\frac{\lambda_1}{\gamma_1}\left[\int_0^t P_1(u)du - \int_0^t P_1(u)\int_0^{+\infty} e^{-\pi\gamma_1 x^2} f_1(x,t-u)dxdu\right]\right],$$

где  $P_1(t)$  – доля площади, свободной от озер в пределах поверхности хасыреев (составляющая 2).

Поскольку возможность задеть точку озером, возникшим в пределах поверхности хасыреев, и озером, возникшим в пределах основной поверхности, события по допущениям модели независимые, то в итоге умножением получаем вероятность того, что случайная точка не будет задета термокарстовыми озерами (впоследствии возможно превратившимися в хасыреи), или, что то же самое, — долю основной поверхности свободной от озер и хасыреев

$$P_{0}(t) = \exp\left[-\frac{\lambda_{0}}{\gamma_{0}}\left[\int_{0}^{t} P_{o}(u)du - \int_{0}^{t} P_{o}(u)\int_{0}^{+\infty} e^{-\pi\gamma_{0}x^{2}}f_{0}(x,t-u)dxdu - \frac{\lambda_{1}}{\gamma_{1}}\left[\int_{0}^{t} P_{1}(u)du - \int_{0}^{t} P_{1}(u)\int_{0}^{+\infty} e^{-\pi\gamma_{1}x^{2}}f_{1}(x,t-u)dxdu\right]\right]$$

ИЛИ

$$\ln P_{0}(t) = -\frac{1}{\gamma_{0}} \times \left[ \int_{0}^{t} \lambda_{0} P_{o}(u) du - \int_{0}^{t} \lambda_{0} P_{o}(u) \int_{0}^{+\infty} e^{-\pi \gamma_{0} x^{2}} f_{0}(x, t-u) dx du \right] (4) - \frac{1}{\gamma_{1}} \left[ \int_{0}^{t} \lambda_{1} P_{1}(u) du - \int_{0}^{t} \lambda_{1} P_{1}(u) \int_{0}^{+\infty} e^{-\pi \gamma_{1} x^{2}} f_{1}(x, t-u) dx du \right].$$

Это выражение описывает динамику величины основной поверхности свободной от озер и хасыреев  $P_0(t)$ .

Исследуем динамику заозеренности. Как и в первом случае, воспользуемся тем, что дополнительная величина (незаозеренность) отвечает вероятности того, что случайная точка не попадает в контур какого-либо озера. На каждой поверхности по-отдельности (составляющая 1 и составляющая 2) можно считать, что процесс аналогичен базовому варианту. Согласно полученным в этом случае результатам (Victorov, 2005; Викторов и др., 2016, Викторов и др., 2021) в широком спектре условий наступает динамическое равновесие в процессах генерации и спуска озер. Одним из следствий этого является стабилизация общей заозеренности, слагающейся из доли площади озер, возникших в пределах основной поверхности, и

Индекс участка	Объем выборки1 (основная поверхность)	Объем выборки 2 (поверхность хасыреев)	Модуль разницы эмпирических функций распределения	Параметр <i>р</i> *)
19	87	105	0.359	<i>p</i> < 0.001
20	86	254	0.227	<i>p</i> < 0.005
21	252	172	0.276	<i>p</i> < 0.001
22	113	183	0.348	<i>p</i> < 0.001
25	131	116	0.098	<i>p</i> >0.10
28	125	117	0.245	<i>p</i> < 0.005
30	260	132	0.261	<i>p</i> < 0.001
40	350	175	0.231	<i>p</i> < 0.001

Таблица 2. Различие выборок площадей термокарстовых озер на основной поверхности и поверхности массивов хасыреев по критерию Смирнова

\*) Разница распределений статистически значима на уровне 0.99 в случае *p* < 0.01

озер, возникших в пределах поверхности хасыреев, то есть, начиная с некоторого  $t = t_e$  для заозеренности  $P_2(t)$  выполняется равенство

$$P_2(t)=L,$$

и также наступает стабилизация плотности расположения озер в пределах основной поверхности, и в пределах поверхности хасыреев соответственно (Victorov, 2005; Викторов и др., 2016; Викторов и др., 2021)

+~

$$\int_{0}^{t} \lambda_{0} P_{o}(u) \int_{0}^{t} e^{-\pi \gamma_{0} x^{2}} f_{0}(x, t-u) dx du = \tau_{0}^{l} = \text{const},$$

$$\int_{0}^{t} \lambda_{1} P_{1}(u) \int_{0}^{+\infty} e^{-\pi \gamma_{1} x^{2}} f_{1}(x, t-u) dx du = \tau_{1}^{l} = \text{const}.$$
(5)

Доля поверхности, занятой хасыреями, может быть найдена с учетом того, что сумма этой величины, заозеренности и доли площади основной поверхности составляет единицу, а значит

$$P_1(t) = 1 - L - P_0(t).$$

С учетом изложенного и выражений (4), после упрощения выражение для динамики основной поверхности (3) приобретает следующий вид

$$\ln P_0(t) = \left(\frac{\lambda_1}{\gamma_1} - \frac{\lambda_0}{\gamma_0}\right) \times$$
$$\times \int_0^t P_o(u) du - \frac{\lambda_1}{\gamma_1} \int_0^t (1 - L) du + \frac{\tau_0'}{\gamma_0} + \frac{\tau_1'}{\gamma_1}.$$

Продифференцировав, после упрощения получаем дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{dP_0}{dt} = \left(\frac{\lambda_1}{\gamma_1} - \frac{\lambda_0}{\gamma_0}\right) P_0^2 - \frac{\lambda_1}{\gamma_1} (1-L) P_0 \,.$$

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗЕМЛИ ИЗ КОСМОСА № 3 2023

Уравнение решается стандартными методами и частное решение, отвечающее доли основной поверхности  $P_0(t_e) = P_e$  в момент начала рассмотрения, соответствующий установлению динамического равновесия на основной поверхности и поверхности массивов хасыреев, дается выражением

$$P_0(t) = rac{bP_e}{aP_e - (aP_e - b)e^{b(t-t_e)}},$$
где $a = rac{\lambda_1}{\gamma_1}(1-L), \quad b = rac{\lambda_1}{\gamma_1} - rac{\lambda_0}{\gamma_0}.$ 

Таким образом, изменение во времени доли площади основной водораздельной поверхности, незанятой озерами, описывается данным выражением.

### РЕЗУЛЬТАТЫ

В процессе исследований была осуществлена проверка предложенной модели на основе использования материалов космических съемок высокого разрешения.

Первым элементом проверки было сравнение эмпирических распределений выборок площадей термокарстовых озер, возникших на основной поверхности ландшафта эрозионно-термокарстовых равнин и озер, возникших в хасыреях по каждому участку с использованием критерия Смирнова, который не зависит от видов рассматриваемых распределений. Оно позволило оценить статистическую значимость различия рассматриваемых распределений. Анализ показывает (табл. 2), что на 7 участках из 8 наблюдаются статистические значимые различия на уровне 0.99.

Вторым элементом проверки явилось сопоставление эмпирических и теоретических (мо-

Участок	Объем выборки	Значение критерия χ <sup>2</sup>	Критическое значение критерия χ <sup>2</sup> <sub>0.99</sub>	Эпсилон, м <sup>2</sup>	Гамма, км <sup>-2</sup>				
Основная водораздельная поверхность									
19	87	5.537	9.210	473	3.271				
20	86	7.678	6.635	2112	5.483				
21	252	5.413	15.086	6972	0.697				
22	113	4.870	11.341	7583	0.28				
25	131	11.034	11.341	487	3.155				
28	125	2.200	6.635	6898	0.316				
30	260	22.570	13.277	194	5.021				
40	350	13.143	13.277	217	5.917				
Пониженная поверхность с хасыреями									
19	105	13.054	9.210	90	12.12				
20	254	11.06	11.341	1307	7.573				
21	172	5.843	9.210	662	1.412				
22	183	3.589	9.210	1037	1.457				
25	116	9.814	15.086	1519	5.416				
28	117	4.341	11.341	3274	0.899				
30	132	19.411	15.086	148	16.742				
40	175	4.093	15.086	163	18.804				

**Таблица 3.** Сопоставление эмпирических и теоретических интегрально-экспоненциальных распределений площадей озер по критерию Пирсона.

дельных) распределений. Как следует из развитой для рассматриваемого случая модели развития морфологической структуры эрозионно-термокарстовых равнин (Victorov, 2005; Викторов и др., 2020; Викторов и др., 2016), в силу существования отдельно динамического равновесия в генерации, росте и спуске озер на основной поверхности и озер на поверхности хасыреев, должны наблюдаться интегрально-экспоненциальные распределения площадей озер с функцией плотности распределения

$$f_1(x,\infty) = -\frac{1}{xEi(-\gamma_i\varepsilon_i)}e^{-\gamma_i x}, \quad x \ge \varepsilon_i,$$

где  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  — начальный размер озера соответственно для основной поверхности и поверхности хасыреев,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  — средняя плотности расположения истоков эрозионных форм соответственно для свободной поверхности и поверхности хасыреев, Ei(-x) — интегрально-экспоненциальная функция.

При сопоставлении за оценку параметра є принималось минимальное значение выборки, а значение у находилось методом моментов путем численного решения в рамках специально созданного программного модуля уравнения

$$-\frac{1}{\gamma E i(-\gamma \varepsilon)}e^{-\gamma \varepsilon}=\overline{s},$$

где  $\overline{s}$  — средняя площадь озера.

С помощью того же модуля вычислялось значение критерия Пирсона, которое сравнивалось с критическим на уровне значимости 0.99.

Результаты оценки согласия эмпирических и теоретических интегрально-экспоненциальных распределений показывают (табл. 3), что на уровне значимости 0.99 на 6 участка из 8 распределение площадей термокарстовых озер, возникших в пределах основной поверхности ландшафта эрозионно-термокарстовых равнин, согласуется с гипотезой о соответствии интегрально-экспоненциальному распределению. Распределение площадей термокарстовых озер, возникших в пределах поверхности хасыреев при том же уровне значимости согласуется с интегрально-экспоненциальным распределением также на 6 участках из 8, причем один из участков, на которых соответствие не наблюдается один и тот же (номер 30).

На рис. 5 приведены примеры графиков, отражающих как разницу распределений двух рассматриваемых групп, так и соответствие интегрально-экспоненциальному распределению.



**Рис. 5.** Примеры графиков распределения площадей термокарстовых озер на участках 22 (*a*) и 28 ( $\delta$ ): по оси *x* даны площади озер ( $M^2$ ), по оси *y* – вероятность; черные линии – графики озер, возникших на поверхности массивов хасыреев, серые – на основной поверхности; сплошные линии – эмпирические распределения площадей, штриховые – теоретические интегрально-экспоненциальные.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ полученных результатов позволяет заключить, что предлагаемый новый вариант модели развития морфологической структуры эрозионно-термокарстовых равнин в целом согласуется с эмпирическими данными и, видимо, лучше отражает протекающие процессы, чем базовый вариант. Так, полученные данные показывают существование статистически значимых различий распределений площадей термокарстовых озер, возникших на основной поверхности ландшафта эрозионно-термокарстовых равнин и озер, возникших в пределах массивов хасыреев, это показывает рациональность лежащих в основе модели допущений.

Наблюдаемые интегрально-экспоненциальные распределения площадей в обеих рассматриваемых группах показывают справедливость анализа модели в важном пункте – наличие динамического равновесия в возникновении, росте и спуске термокарстовых озер, возникших на основной поверхности ландшафта эрозионно-термокарстовых равнин и озер, возникших в хасыреях. Во всех случаях интегрально-экспоненциальные распределения, относящиеся к озерам основной поверхности, и к озерам, относящимся к хасыреям, для одного и того же участка существенно различаются по значениям основного параметра гамма. Эту разницу можно объяснить разной плотностью эрозионной сети на рассматриваемых двух типах поверхностей.

Использование предлагаемого нового варианта модели позволяет уточнить оценку риска поражения линейных сооружений, пересекающих эрозионно-термокарстовые равнины. Подход к количественной оценке риска поражения линейных сооружений в пределах эрозионно-термокарстовых равнин был нами предложен в более ранних публикациях (Викторов и др., 2019). Из изложенного вытекает необходимость дифференцировать оценку риска в зависимости от площадных соотношений основной водораздельной поверхности и пониженной поверхности с хасыреями.

Таким образом, в итоге проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

На основе анализа материалов космических съемок разработан новый вариант модели развития морфологической структуры эрозионно-термокарстовых равнин, учитывающий разный ход термокарстовых процессов на водораздельной поверхности и пониженной поверхности хасыреев, нередко образующих массивы.

Разработанный вариант модели подтверждается статистическим анализом и показывает существование динамического равновесия в возникновении, росте и спуске термокарстовых озер.

Морфологическая структура эрозионно-термокарстовых равнин эволюционно меняется, сокращая площадь основной водораздельной поверхности по зависимости, близкой к экспоненте; конкретный вид зависимости зависит прежде всего от отношения плотности генерации озер и плотности расположения истоков эрозионных форм.

### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Выполнено при финансовой поддержке гранта РНФ № 18-17-00226П.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Вельмина Н.А. К вопросу о происхождении замкнутых (аласных) впадин Центральной Якутии // Изв. АН СССР. Сер. геогр. 1957. № 2. С. 97–106.

Викторов А.С. Математическая модель термокарстовых озерных равнин как одна из основ интерпретации материалов космических съемок// Исслед. Земли из космоса. 1995. № 5. С. 42–50.

Викторов А.С. Основные проблемы математической морфологии ландшафта. М., Наука, 2006, 252 с.

Викторов А.С., Капралова В.Н., Орлов Т.В., Трапезникова О.Н., Архипова М.В., Березин П.В., Зверев А.В., Садков С.А., Панченко Е.Г. Математическая морфология ландшафтов криолитозоны. М., РУДН, 2016, 232 с.

Викторов А.С., Капралова В.Н., Архипова М.В. Моделирование развития морфологической структуры эрозионно-термокарстовых равнин с использованием материалов дистанционных съемок)// Исслед. Земли из космоса. 2019. № 2. С. 55–64.

Викторов А.С., Орлов Т.В., Садков С.А., Трапезникова О.Н. Использование подходов математической морфологии ландшафта при дистанционной оценке природных опасностей// Геоэкология. Инженерная геология, гидрогеология, геокриология. 2019. Вып. 5. С. 61–73.

Викторов А.С., Орлов Т.В., Трапезникова О.Н., Капралова В.Н., Архипова М.В. Закономерности распределения площадей озер эрозионно-термокарстовых равнин // Докл. Российской академии наук. Науки о Земле. 2020. Т. 491. № 2. С. 108–111.

Викторов А.С., Орлов Т.В., Капралова В.Н., Трапезникова О.Н., Зверев А.В. Моделирование вариантов развития морфологической структуры эрозионно-термокарстовых равнин. // Криосфера земли. 2021. Т. 25. № 1. С. 45–54. *Гравис Г.Ф.* Роль склоновых процессов в эрозионнотермокарстовом расчленении аллювиальных равнин Якутии // Материалы VIII Всесоюз. междувед. сов. по геокриологии. Якутск, 1966. Вып. 6. С. 67–75.

Кравцова В.И., Быстрова А.Г. Изучение изменений распространения термокарстовых озер России по разновременным космическим снимкам // Криосфера Земли. 2009. Т. XV. № 2. С. 16–26.

Павлов П.Д. К вопросу о происхождении озерно-аласных котловин северо-восточной части Лено-Вилюйского междуречья // Уч. записки ЯГУ. Якутск, 1965. Вып. 14. С. 53–55.

Полищук В.Ю., Полищук Ю.М. Геоимитационное моделирование полей термокарстовых озер в зонах мерзлоты. Ханты-Мансийск, УИП ЮГУ, 2013, 129 с.

*Суходровский В.Л.* Особенности морфогенеза современных и древних аллювиальных в условиях сурового климата // Проблемы геокриологии. Новосибирск: Наука, 1973. С. 96–107.

*Grosse G., Jones B. M., Nitze I. et al.* Massive thermokarst lake area loss in continuous ice-rich permafrost of the northern Seward Peninsula, Northwestern Alaska, 1949–2015 // XI. International Conference on Permafrost – Book of Abstracts (Potsdam, 20–24 June 2016), Potsdam, Germany, 2016. P. 739–740.

Morgenstern A., Grosse G., Günther F, Fedorova, I., Schirrmeister L. Spatial analyses of thermokarst lakes and basins in Yedoma landscapes of the Lena Delta. The Cryosphere Discussions, 2011, 5.

https://doi.org/10.5194/tcd-5-1495-2011

*Victorov A.S.* Mathematical Models of Thermokarst Erosion Plains // GIS and Spatial Analysis. Proc. of IAMG, Toronto, Canada, 2005. V. I. P. 62–67.

# Developing the Model of the Morphological Pattern for Thermokarst Plains with Fluvial Erosion Involving Remote Sensing Data

## A. S. Victorov<sup>1</sup>, V. N. Kapralova<sup>1</sup>, and T. V. Orlov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Sergeev Institute of Environmental Geoscience RAS, Moscow, Russia

The paper reports a new variant of the model of the morphological pattern for thermokarst plains with fluvial erosion involving numerous remote sensing data. This variant of the model takes into account different trends of the thermokarst processes for watershed plains and lowered bottoms of khasyreis (drained thermokarst lakes). The given model is tested at eight key sites located in different physiography, climate and geocryology. Testing was based on the high-resolution remote sensing data. The developed model is verified with a statistical analysis of lake area distributions within both watershed plain surface and lowered bottoms of khasyreis, demonstrating a state of dynamic balance in the course of emergence, growth and drainage of the thermokarst lakes. The analysis shows that the morphological pattern of the thermokarst plains with fluvial erosion changes evolutionarily, with reducing the area of the main watershed surface according to a dependence close to exponential; the specific type of the dependence results primarily from the ratio of the lake generation density and the location density of the fluvial sources.

*Keywords:* mathematical morphology of landscapes, thermokarst plains with fluvial erosion, mathematical models of landscape morphological patterns, remote sensing data

### REFERENCES

*Gravis G.F.* Rol' sklonovyh processov v erozionnotermokarstovom raschlenenii allyuvial'nyh ravnin YAkutii [The role of processes in the slope erosion-thermokarst dissection of the alluvial plains of Yakutia] // Materialy VIII Vsecoyuz. mezhduved. sov. po geokriologii. Yakutsk, 1966. Is. 6. P. 67–75. (In Russian).

*Grosse G., Jones B.M., Nitze I. et al.* Massive loss of the area of thermokarst lakes in the continuous ice-rich permafrost of the northern Seward Peninsula, Northwestern Alaska, 1949–2015 // XI. International Conference on Permafrost – Collection of abstracts (Potsdam, June 20–24, 2016), Potsdam, Germany, 2016. P. 739–740.

*Kravtsova V.I., Bystrova A.G.* Izuchenie izmenenij rasprostraneniya termokarstovyh ozer Rossii po raznovremennym kosmicheskim snimkam [The study of changes in the distribution of thermokarst lakes in Russia from different-time satellite images] // Kriosfera zemli. 2009. V. XV. № 2. P. 16–26. (In Russian).

Morgenstern A., Grosse G., Gunter F., Fedorova I., Shirrmeister L. Spatial analysis of thermokarst lakes and basins in the landscapes of Edoma of the Lena Delta. Discussions about the Cryosphere, 2011, 5.

https://doi.org/10.5194/tcd-5-1495-2011

*Pavlov P.D.* K voprosu o proiskhozhdenii ozerno-alasnyh kotlovin severo-vostochnoj chasti Leno-Vilyujskogo mezhdurech'ya [On the question of the origin of the lake-alassic basins of the north-eastern part of the Leno-Vilyui interfluve] // Uch. zapiski YAGU. Yakutsk, 1965. Iss. 14. P. 53– 55. (In Russian).

*Polishchuk V.Yu., Polishchuk Yu.M.* Geoimitacionnoe modelirovanie polej termokarstovyh ozer v zonah merzloty [Geo-simulation of fields of thermokarst lakes in permafrost zones] // Khanty-Mansiysk, UIP YUGU, 2013, 129 p. (In Russian).

Sukhodrovsky V.L. Osobennosti morfogeneza sovremennyh i drevnih allyuvial'nyh v usloviyah surovogo klimata [Features of morphogenesis of modern and ancient alluvial in harsh climate conditions] // Problemy geokriologii. Novosibirsk.: Nauka, 1973. P. 96–107. (In Russian).

*Velmina N.A.* K voprosu o proiskhozhdenii zamknutyh (alasnyh) vpadin Central'noj YAkutii [On the question of the origin of the closed (alasny) depressions of Central Yakutia] // Izv. AN USSR. Ser. geogr. 1957. No 2. P. 97–106. (In Russian).

*Viktorov A.S.* Matematicheskaya model' termokarstovyh ozernyh ravnin kak odna iz osnov interpretacii materialov kosmicheskih s"emok [Mathematical model of thermokarst lake plains as one of the bases of interpretation of space survey materials]// Issledovanie Zemli iz kosmosa. 1995. № 5. P. 42–50. (In Russian).

*Viktorov A.S.* Osnovnye problemy matematicheskoj morfologii landshafta [The main problems of mathematical morphology of the landscape]. M., Nauka, 2006, 252 p. (In Russian).

Viktorov A.S., Kapralova V.N., Orlov T.V., Trapeznikova O.N., Arkhipova M.V., Berezin P.V., Zverev A.V., Sadkov S.A., Panchenko E.G. Matematicheskaya morfologiya landshaftov kriolitozony [Mathematical morphology of cryolithozone landscapes]. M., RUDN, 2016, 232 p. (In Russian).

*Viktorov A.S., Kapralova V.N., Arkhipova M.V.* Modelirovanie razvitiya morfologicheskoj struktury erozionnotermokarstovyh ravnin s ispol'zovaniem materialov distancionnyh s"emok [Modeling of the development of the morphological structure of erosion-thermokarst plains using materials of remote surveys] // Issledovanie Zemli iz kosmosa. 2019.  $\mathbb{N}$  2. P. 55–64. (In Russian).

*Viktorov A.S., Orlov T.V., Sadkov S.A., Trapeznikova O.N.* Ispol'zovanie podhodov matematicheskoj morfologii landshafta pri distancionnoj ocenke prirodnyh opasnostej [Using approaches of mathematical morphology of landscape in remote assessment of natural hazards] // Geoekologiya. Inzhenernaya geologiya, gidrogeologiya, geokriologiya. 2019. Iss. 5. P. 61–73. (In Russian).

Viktorov A.S., Orlov T.V., Trapeznikova O.N., Kapralova V.N., Arkhipova M.V. Zakonomernosti raspredeleniya ploshchadej ozer erozionno-termokarstovyh ravnin [Patterns of distribution of lake areas of erosion-thermokarst plains] // Doklady Rossijskoj akademii nauk. Nauki o Zemle, 2020. V. 491. № 2. P. 108–111. (In Russian).

*Viktorov A.S., Orlov T.V., Kapralova V.N., Trapeznikova O.N., Zverev A.V.* Modelirovanie variantov razvitiya morfologicheskoj struktury erozionno-termokarstovyh ravnin [Modeling of variants of development of morphological structure of erosion-thermokarst plains] // Kriosfera zemli. 2021. V. 25. № 1. P. 45–54. (In Russian).

*Viktorov A.S.* Mathematical models of thermokarst erosion plains // GIS and spatial analysis. Materials of the IAMG, Toronto, Canada, 2005. V. I. P. 62–67.