
УДК 621.311:697.34

ИГРОВАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРЕСОВ УЧАСТНИКОВ ПРОЦЕССА ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ

© 2019 г. В. А. Стенников¹, О. В. Хамисов¹, А. В. Пеньковский¹, *

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук, Иркутск, Россия

*e-mail: penkoffsky@isem.irk.ru

Поступила в редакцию 11.10.2019 г.

После доработки 25.11.2019 г.

Принята к публикации 28.11.2019 г.

Процессы либерализации в энергетике привели к соответствующему изменению отношений взаимодействующих сторон в теплоснабжении. Это обусловило появление новых организационных структур, постановку новых задач по управлению функционированием и развитием теплоснабжающих систем, ориентированных на рыночные преобразования этого сектора экономики. Для их решения предложены концептуальные положения организации процесса теплоснабжения потребителей в виде модели “Единый закупщик”. Разработана математическая модель теплового рынка на основе методов и моделей теории гидравлических цепей, теории игр и теории отраслевых рынков, которая ориентирована на поиск рыночного равновесия спроса и предложения на тепловую энергию. Она позволяет в единой комплексной постановке учитывать индивидуальные особенности и технико-экономические характеристики источников тепла и тепловых сетей, а также интересы всех участников процесса теплоснабжения. В качестве методического инструментария для решения поставленной задачи предложен алгоритм, основанный на игровой, пошаговой, итерационной процедуре “Нашупывание по Курно”.

Ключевые слова: теплоснабжающая система, рынок тепловой энергии, согласование интересов, математическое моделирование, равновесие Курно-Нэша

DOI: 10.1134/S0002331019060104

ВВЕДЕНИЕ

Централизованное теплоснабжение в России является основным видом обеспечения потребителей тепловой энергией. Появление множества собственников в этом секторе экономики, связанное с процессом либерализации энергетике, а также активное поведение потребителей и их участие в управлении своим энергоснабжением привело к формированию новых экономических отношений между производителями, поставщиками и потребителями тепловой энергии (ТЭ) и созданию рынка тепловой энергии. Необходимость преобразования теплоснабжающих систем (ТСС), переход к новой модели теплового рынка, мотивация (заинтересованность) в техническом и технологическом совершенстве, целесообразность формирования эффективной инфраструктуры теплогенерирующей мощности, тепловых сетей (ТС) приводят к тому, что вопросы перспективного развития ТСС приобретают все большую актуальность. В связи с этим существенно возрастает роль и ответственность принимаемых при этом решений. Более сложными стали задачи по их подготовке и принятию перспективных

проектов. Это обусловлено целым рядом факторов, среди них наиболее важными представляются такие, как наличие множества несовпадающих интересов субъектов отношений, волатильность спроса на тепловую энергию в зависимости от складывающейся на тепловом рынке ее цены, установление новых правил организации теплоснабжения потребителей и другие факторы. Активное развитие рынка современных технологий и оборудования значительно упростили подходы по техническим вопросам перспективного преобразования ТСС. Что касается научно-методических основ для решения задач по этому преобразованию в изменившихся условиях, то здесь требуется серьезное переосмысление существующих постановок и разработка новых методов и вычислительного инструментария.

В этих условиях особую актуальность приобретает проблема преобразования ТСС в рамках рыночно-ориентированной экономики с целью повышения эффективности, надежности и конкурентоспособности их функционирования и развития. При этом возникает новый аспект научных исследований, направленный на разработку математических моделей и методов, позволяющих осуществлять постановку задач, получать и подготавливать решения по преобразованию ТСС в условиях рынка.

ОРГАНИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ “ЕДИНЫЙ ЗАКУПЩИК”

Теплоснабжающие системы имеют локальный характер, а их количество в России превышает 50 тыс. Они рассредоточены по всей территории страны и имеют различные организационные формы. Одной из таких форм в теплоснабжении является модель, основанная на конкурентных отношениях. Такая модель рынка формируется в тех городах страны, теплоснабжение которых осуществляется от нескольких источников тепла (ИТ), принадлежащих различным собственникам, работающих на единые тепловые сети. С точки зрения микроэкономики такая форма организации рынка тепловой энергии относится к олигополии [1]. Теоретическому анализу и математическому моделированию олигополистических рынков посвящено достаточно много работ как в зарубежных [2–4], так и отечественных [1, 5, 6] изданиях. В них рассматриваются методы поиска равновесия спроса и предложения с использованием линейных функций спроса и затрат. Наибольший интерес к математическому моделированию олигопольных рынков представляют работы, в которых рассматриваются нелинейные характеристики [7], поскольку они позволяют более точно учесть динамику реальных процессов формирования затрат производителей товара (услуг), присутствующих на данном рынке.

За последнее двадцать лет в зарубежной литературе появилось большое число работ, направленных на применение игровых и экономико-математических моделей для различных типов энергетических систем, функционирующих в конкурентных условиях. В отечественной и зарубежной литературе практически не встречаются публикации, посвященные применению игровых моделей для решения задач функционирования и развития ТСС, но они успешно применяются в электроэнергетике [8–12], нефтегазовом комплексе [13, 14], а также в системах водоснабжения городов [15].

Конкуренция на рынке тепловой энергии, как и в других сферах, является важным элементом рыночной экономики, поскольку она способствует росту эффективности производства тепловой энергии, улучшению ее качества, и, как следствие, снижению ее цены, что может благоприятно отразиться на развитии централизованного теплоснабжения. Технологической основой конкурентной модели является наличие нескольких независимых ИТ, связывающих их с потребителями тепловыми сетями, которые организационно должны быть отделены от генерации тепла и объединены в единую теплосетевую компанию, представляющую собой самостоятельную сферу деятельности. Такую организационную модель принято называть “Единый закупщик” [8, 16].



Рис. 1. Организационная модель “Единый закупщик” в теплоснабжающей системе.

Взаимоотношения между участниками процесса теплоснабжения в ТСС, соответствующего модели “Единый закупщик”, выстраиваются по определенной схеме, которая по своей сути отражает организационно-технологический процесс теплоснабжения потребителей. В укрупненном виде такая модель взаимодействия представлена на рис. 1.

Теплосетевая компания, являясь регулируемой естественной монополией на рынке тепла, основываясь на результатах прогнозов спроса и оптимальных направлений развития ТСС, осуществляет поставку тепловой энергии потребителям по тарифу, определяемому как сумма цены производства тепловой энергии и тарифа на транспорт ТЭ от источников тепла до потребителей. При этом цена покупки тепловой энергии, производимой ИТ, не регулируется, а устанавливается на конкурентной основе и рыночного отбора поставщика (ИТ) теплосетевой компанией. Каждый источник тепла производит такое количество тепловой энергии, которое максимизирует получаемую ими прибыль, при условии, что ИТ в совокупности должны покрывать заданный потребителями спрос на ТЭ и сохранять желание потребителей платить за этот спрос. Теплосетевая компания в соответствии с принятыми условиями стремится минимизировать сетевые затраты с учетом физико-технических ограничений и оптимальных потоков теплоносителя в ТС. Получаемый тариф на транспорт ТЭ соответствует средним суммарным затратам на содержание и эксплуатацию тепловых сетей с учетом нормативной доли рентабельности.

Производители могут заключать договоры с потребителями на поставку тепловой энергии на период T (период планирования). На основе этих договоров они принимают решения об объемах производства ТЭ. Поиск взаимоприемлемых условий по объемам производства и покупки тепловой энергии в рамках указанных договоров можно осуществлять в виде взаимодействия договорившихся сторон в форме бескоалиционной игры, в которой в качестве игроков выступает группа независимых производителей тепловой энергии.

Среди наиболее распространенных подходов для анализа и прогнозирования возможных ситуаций при решении задач развития систем в условиях конкурентного рынка можно выделить микроэкономическую модель Курно [17]. Это одна из распространенных моделей, применяемых для анализа функционирования и развития различных рынков товаров (услуг), в том числе адекватных тепловому и электроэнергетическому рынкам. В отличие от краткосрочного прогнозирования, когда ИТ могут манипулировать ценами, среднесрочное и долгосрочное прогнозирование характеризуется тем, что в перспективе ситуация на рынке определяется имеющимися мощностями ИТ, следовательно, объемами ТЭ, которые ИТ могут поставить на рынок. В этом случае влияние

на цену происходит опосредованно, через объемы, а именно такой подход как раз и лежит в основе модели Курно.

Как правило, модель Курно учитывает лишь технологические особенности производителей, связанные с затратами на производство товара или услуг. Особенность предлагаемой математической модели заключается в том, что в ней совместно рассматриваются *источники тепловой энергии и тепловые сети* с характерными для них физико-техническими и экономическими свойствами.

При моделировании взаимодействия производителей и потребителей тепловой энергии предполагается, что рынок тепла имеет узловую структуру и моделируется гидравлической цепью (ГЦ), состоящей из m узлов и n ветвей [18]. Структура ГЦ описывается полной матрицей соединений \bar{A} , в которой число строк совпадает с числом узлов, а число столбцов с числом ветвей.

Элементы a_{ij} матрицы \bar{A} определяются следующими условиями:

$$a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если ветвь } i \text{ не имеет связи с узлом } j; \\ 1, & \text{если поток на ветви } i \text{ исходит из узла } j; \\ -1, & \text{если поток на ветви } i \text{ входит в узел } j. \end{cases} \quad (1)$$

ГЦ представляет собой совокупность упорядоченных множеств: узлов — $J = \{j : j = 1, \dots, m\}$, состоящего из подмножеств $J_{ИТ}$ — источников, $J_{П}$ — потребителей и J_0 — простых узлов разветвления на схеме; ветвей — $I = \{i : i = 1, \dots, n\}$, отображающих заданные попарные связи между узлами.

Моделирование такой системы осуществляется с определенным временным интервалом, начинающимся с начального момента времени τ_0 (соответствующего расчетной тепловой нагрузке) и заканчивающимся конечным (расчетным) моментом времени T .

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ

При моделировании ИТ в условиях модели “Единый закупщик” предполагается, что в каждый момент времени $\tau = \tau_0, \dots, T$ они оперируют своими объемами производства тепловой энергии $Q_{j\tau}^{ИТ}$, $j \in J_{ИТ}$ и принимают свои решения одновременно, исходя из цены $w_{\tau}^{ИТ}$, сложившейся в рассматриваемой ТСС, ограничений на объемы производства ТЭ и затрат на ее производство.

В общем случае затраты $Z_{j\tau}^{ИТ} (Q_{j\tau}^{ИТ})$ на обслуживание и содержание источника рассчитываются по известной аналитической зависимости [19], руб.:

$$Z_{j\tau}^{ИТ} (Q_{j\tau}^{ИТ}) = \alpha_j (Q_{j\tau}^{ИТ})^2 + \beta_j Q_{j\tau}^{ИТ} + \gamma_j, \quad \alpha_j > 0, \quad \beta_j > 0, \quad \gamma_j > 0, \quad j \in J_{ИТ}, \quad (2)$$

где α_j , (руб./((ГДж/ч)²)), β_j , (руб./((ГДж/ч))), γ_j , (руб.) — коэффициенты аппроксимации затратной характеристики ИТ.

В силу положительности коэффициентов α_j , β_j , и γ_j , функция издержек представляет собой сильно выпуклую, монотонно возрастающую функцию, принимающую положительные значения при $Q_{j\tau}^{ИТ} \geq 0$.

В рассматриваемой задаче развития ТСС, функционирующей в условиях организационной модели “Единый закупщик”, предполагается, что ее участниками (игроками) являются собственники различных ИТ. Вступая в игру по определению своих оптимальных объемов производства тепла, ИТ стремятся найти наилучшие условия покрытия заданного спроса на ТЭ со стороны потребителей. Исходя из этого, под игрой

понимается формирование идеализированной математической модели коллективного поведения сторон, в которой несколько ИТ влияют на итоговое решение задачи (исход игры), при этом их интересы (выигрыши при различных возможных ситуациях) различны.

Описание структуры конкретной игры, как правило, должно содержать два основных положения:

- наличие допустимого множества ходов или стратегий участников;
- цели игроков.

Исходя из вышеизложенного, под игрой в нормальной форме понимается реализация некоторой совокупности условий, имеющих отношение к каждому ИТ:

– множество стратегий $\hat{Q}_{j\tau}^{\text{ИТ}}$ (объемы производства ТЭ), каждая из которых представлена элементом $Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}$, $j \in J_{\text{ИТ}}$;

– функция выигрыша (прибыли от производства ТЭ) $\Pi_{j\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}})$, которая является отображением множества $\hat{Q}_{j\tau}^{\text{ИТ}}$. При этом элемент $Q_{j\tau}^{\text{ИТ}*} = (Q_{j\tau})_{j \in m^*}$ из множества $\hat{Q}_{j\tau}^{\text{ИТ}}$ будет называться исходом (решением) игры.

Если обозначить игру через G , то ее математическая форма запишется в следующем виде [20]:

$$G = \left\langle J_{\text{ИТ}}, \left\{ Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} \right\}_{j \in J_{\text{ИТ}}}, \left\{ \Pi_{j\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}) \right\}_{j \in J_{\text{ИТ}}} \right\rangle. \quad (3)$$

Игрок j выбирает любую из стратегий $Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} \in \hat{Q}_{j\tau}^{\text{ИТ}}$. После того, как каждый игрок выбрал свою стратегию, определяется исход $Q_{j\tau}^{\text{ИТ}*}$ и выигрыш j -го игрока $\Pi_{j\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}})$. Необходимо отметить, что в описанной выше модели нет ни случайных ходов, ни игрока, который моделировал бы неопределенность своих действий [20].

Если $Q_{jk\tau}^{\text{ИТ}e}$ – ожидаемый производителем j объем производства ТЭ при реализации соответствующей стратегии производителя k для временного интервала τ и $Q_{-j\tau}^{\text{ИТ}e}$ – составленный из этих ожиданий вектор $(Q_{j1\tau}^{\text{ИТ}e}, \dots, Q_{j,j-1,\tau}^{\text{ИТ}e}, Q_{j,j+1,\tau}^{\text{ИТ}e}, \dots, Q_{jm\tau}^{\text{ИТ}e})$, то производство тепла в объеме $Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}$ обеспечит прибыль ИТ по величине равную следующему выражению, руб.:

$$\Pi_{j\tau}^{\text{ИТ}e}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}, Q_{-j\tau}^{\text{ИТ}e}) = w_{\tau}^{\text{ИТ}} \left(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} + \sum_{j \neq k} Q_{jk\tau}^{\text{ИТ}e} \right) Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} - Z_{j\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}), \quad (4)$$

где $w_{\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} + \sum_{j \neq k} Q_{jk\tau}^{\text{ИТ}e})$ – обратная функция рыночного спроса или цена на производство ТЭ, руб./ГДж.

Общий объем производства ТЭ, максимизирующий прибыль при $Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} > 0$, зависит от ожидаемого объема производства тепла другими производителями. Если ожидаемые объемы производства ТЭ совпадают с фактическими, то такое состояние называется равновесным. Это равновесие называют равновесием Курно. Следует отметить, что было бы точнее говорить о равновесии Нэша в модели Курно.

Равновесие Курно-Нэша в ТСС для модели “Единый закупщик” отражает такие объемы производства тепла $(Q_{\tau}^{\text{ИТ}*}, \dots, Q_{m\tau}^{\text{ИТ}*})$ источниками и соответствующие им ожидания $(Q_{-1\tau}^{\text{ИТ}e}, \dots, Q_{-m\tau}^{\text{ИТ}e})$, при которых объем производства тепла любым производителем

тепловой энергии $Q_{j\tau}^{\text{ИТ}^*}$ максимизирует величину его прибыли при ожиданиях $Q_{-j\tau}^{\text{ИТ}^*}$. Данные условия должны выполняться для всех ИТ в ТСС, т.е. $Q_{-j\tau}^{\text{ИТ}e} = Q_{j\tau}^{\text{ИТ}^*}$. Оптимальные значения объемов производства тепла $Q_{j\tau}^{\text{ИТ}^*}$ определяются в процессе решения задачи поиска максимума суммарной прибыли за весь временной интервал $[\tau_0, T]$ для каждого j -го ИТ с учетом ограничений на ее объемы производства:

$$\sum_{\tau=\tau_0}^T \Pi_{j\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}) = \sum_{\tau=\tau_0}^T w_{\tau}^{\text{ИТ}} \left(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} + \sum_{j \neq k} Q_{jk\tau}^{\text{ИТ}e} \right) Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} - \sum_{\tau=\tau_0}^T Z_{j\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}) \rightarrow \max, \quad j \in J_{\text{ИТ}}, \quad (5)$$

$$Q_{j_min}^{\text{ИТ}} \leq Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} \leq Q_{j_max}^{\text{ИТ}}, \quad \tau = \tau_0, \dots, T, \quad j \in J_{\text{ИТ}}, \quad (6)$$

где $Q_{j_min}^{\text{ИТ}}$ и $Q_{j_max}^{\text{ИТ}}$ – минимальный и максимальный уровни производительности ТЭ j -го ИТ соответственно, ГДж/ч.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СПРОСА НА ТЕПЛОВУЮ ЭНЕРГИЮ

Множество потребителей тепловой энергии J_{Π} укрупненно можно представить в виде объединения трех подмножеств: $J_{\Pi} = J_{\Pi}^{\text{ЖКХ}} \cup J_{\Pi}^{\text{П.тс}} \cup J_{\Pi}^{\text{П.ит}}$, где $J_{\Pi}^{\text{ЖКХ}}$ – потребители жилищно-коммунального хозяйства, $J_{\Pi}^{\text{П.тс}}$ – потребители промышленного сектора, присоединенные к тепловым сетям, и $J_{\Pi}^{\text{П.ит}}$ – потребители промышленного сектора, расположенные на коллекторах источника тепла.

Пусть $Q_{j\tau}^{\Pi}$ – суммарный спрос потребителей, в узле $j \in J_{\Pi}$, учитывая это, далее для краткости изложения спрос потребителей ЖКХ на тепловую энергию $Q_{j\tau}^{\Pi}$, $j \in J_{\Pi}^{\text{ЖКХ}}$ будем обозначать как $Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}}$, спрос потребителей промышленного сектора, присоединенных к тепловым сетям $Q_{j\tau}^{\Pi}$, $j \in J_{\Pi}^{\text{П.тс}}$ через $Q_{j\tau}^{\text{П.тс}}$, а спрос промышленных потребителей, расположенных на коллекторах источников $Q_{j\tau}^{\Pi}$, $j \in J_{\Pi}^{\text{П.ит}}$ через $Q_{j\tau}^{\text{П.ит}}$, тогда:

$$Q_{j\tau}^{\Pi} = Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}} + Q_{j\tau}^{\text{П.тс}} + Q_{j\tau}^{\text{П.ит}}, \quad j \in J_{\Pi}^{\text{П.тс}} \cap J_{\Pi}^{\text{ЖКХ}} \cap J_{\Pi}^{\text{П.ит}}, \quad Q_{j\tau}^{\Pi} = Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}},$$

$$j \in J_{\Pi}^{\text{ЖКХ}} / (J_{\Pi}^{\text{П.тс}} \cup J_{\Pi}^{\text{П.ит}}), \quad Q_{j\tau}^{\Pi} = Q_{j\tau}^{\text{П.тс}}, \quad j \in J_{\Pi}^{\text{П.тс}} / (J_{\Pi}^{\text{ЖКХ}} \cup J_{\Pi}^{\text{П.ит}}),$$

$$Q_{j\tau}^{\Pi} = Q_{j\tau}^{\text{П.ит}}, \quad j \in J_{\Pi}^{\text{П.ит}} / (J_{\Pi}^{\text{ЖКХ}} \cup J_{\Pi}^{\text{П.тс}}).$$

Спрос потребителей ЖКХ на тепловую энергию $Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}}$ определяется с помощью уравнения Россандера [21], в соответствии с которым тепловая нагрузка каждого j -го потребителя ЖКХ в момент времени τ может быть представлена следующим образом, ГДж/ч:

$$Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}} = \left[1 - (1-r) \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{от}}} \right)^{1-g} \right] Q_j^{\text{от}} + Q_j^{\text{ГВС}}, \quad j \in J_{\Pi}^{\text{ЖКХ}}, \quad (7)$$

$$r = (1-\lambda) \frac{t_{\text{вр}} - t_{\text{но}}}{t_{\text{вр}} - t_{\text{нр}}}, \quad (8)$$

$$g = (1-\lambda) \frac{t_{\text{вр}} - t_{\text{нс}}}{t_{\text{вр}} - t_{\text{нр}}}, \quad (9)$$

где $Q_j^{\text{от}}$ – расчетная нагрузка на отопление, ГДж/ч; $Q_j^{\text{гвс}}$ – расчетная нагрузка горячего водоснабжения, ГДж/ч; $t_{\text{вр}}$ – расчетная температура воздуха внутри помещения, °С; $t_{\text{нр}}$, $t_{\text{но}}$ и $t_{\text{нс}}$ – температуры наружного воздуха: расчетная, соответствующая началу отопительного периода (+8°С), и средняя за отопительный период °С; λ – доля горячего водоснабжения; r и g – коэффициенты неравномерности графика тепловой нагрузки.

Спрос на тепловую энергию потребителями промышленного сектора моделируется спросовой характеристикой, которая, как правило, строится на основе реальных расчетов для отдельно рассматриваемых промышленных потребителей путем аппроксимации ретроспективных данных с учетом прогнозных оценок по объемам потребления ТЭ и цены на нее. В более общем виде ее можно представить в виде линейной зависимости. Так для промышленных потребителей, присоединенных к тепловым сетям, функция спроса имеет вид [19], ГДж/ч:

$$Q_{j\tau}^{\text{п.тс}} = \xi_j - v_j w_{j\tau}^{\text{п.тс}}, \quad j \in J_{\text{п}}^{\text{п.тс}}, \quad (10)$$

где $\xi_j > 0$, $v_j > 0$ – постоянные, полученные в процессе аппроксимации фактических данных объема покупки тепловой энергии промышленным предприятием от ее цены; $w_{j\tau}^{\text{п.тс}}$ – покупная цена, включающая цену производства тепловой энергии и ее транспортировку, руб./ГДж.

Для промышленных потребителей, расположенных на коллекторах источника, функция спроса имеет вид, ГДж/ч:

$$Q_{j\tau}^{\text{п.ит}} = \mu_j - \pi_j w_{j\tau}^{\text{п.ит}}, \quad j \in J_{\text{п}}^{\text{п.ит}}, \quad (11)$$

где $\mu_j > 0$, $\pi_j > 0$ – постоянные, полученные в процессе аппроксимации фактических данных объема покупки тепловой энергии промышленным предприятием от ее цены; $w_{j\tau}^{\text{п.ит}}$ – покупная цена, которая определяется только ценой производства тепловой энергии, руб./ГДж.

Каждый промышленный потребитель, присоединенный к тепловым сетям или расположенный на коллекторах источника тепла, имеет соответствующие ему ограничения по объему потребления тепловой энергии, ГДж/ч:

$$Q_{j\tau}^{\text{п.тс}} \leq Q_{j_max}^{\text{п.тс}}, \quad j \in J_{\text{п}}^{\text{п.тс}}, \quad (12)$$

$$Q_{j\tau}^{\text{п.ит}} \leq Q_{j_max}^{\text{п.ит}}, \quad j \in J_{\text{п}}^{\text{п.ит}}. \quad (13)$$

Волатильность спроса на тепло относится к основной рыночной проблеме теплоэнергии. В связи с этим предлагается рассматривать взаимодействие производителей и потребителей в течение каждого часа из заданного временного периода. Такое дискретное временное моделирование представляет значительный практический интерес, поскольку позволяет учитывать как дневные, так и сезонные факторы спроса на тепловую энергию, которые могут существенно влиять на решение задачи по объемам спроса и производства тепловой энергии для каждого ИТ, а значит, и на размер получаемой ими прибыли.

ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ЗАТРАТ В ТЕПЛОВЫЕ СЕТИ

Математические модели тепловых сетей в непрерывной (задачи функционирования) и дискретной (задачи развития) постановках достаточно хорошо исследованы. Для математического описания задачи поиска минимальных затрат теплосетевой

компанией воспользуемся следующей экстремальной задачей в непрерывной постановке [18], руб.:

$$Z_{\tau}^{\text{TC}}(x_{\tau}) = \sum_{i=1}^n Z_{i\tau}^{\text{TC}}(x_{i\tau}) = F_1 + F_2 \sum_{i=1}^n x_{i\tau}^2 |x_{i\tau}| s_i \rightarrow \min, \quad (14)$$

$$A_j x_{\tau} = Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} - Q_{j\tau}^{\text{П.тс}} - Q_{j\tau}^{\text{П.ит}} - Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}}, \quad j \in J_{\text{ИТ}} \cap J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}} \cap J_{\text{П}}^{\text{П.тс}} \cap J_{\text{П}}^{\text{П.ит}}, \quad (15)$$

$$A_j x_{\tau} = Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}, \quad j \in J_{\text{ИТ}} / J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}} \cup J_{\text{П}}^{\text{П.тс}} \cup J_{\text{П}}^{\text{П.ит}}, \quad (16)$$

$$A_j x_{\tau} = -Q_{j\tau}^{\text{П.тс}}, \quad j \in J_{\text{П}}^{\text{П.тс}} / J_{\text{ИТ}} \cup J_{\text{П}}^{\text{П.ит}} \cup J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}}, \quad (17)$$

$$A_j x_{\tau} = -Q_{j\tau}^{\text{П.ит}}, \quad j \in J_{\text{П}}^{\text{П.ит}} / J_{\text{ИТ}} \cup J_{\text{П}}^{\text{П.тс}} \cup J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}}, \quad (18)$$

$$A_j x_{\tau} = -Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}}, \quad j \in J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}} / J_{\text{ИТ}} \cup J_{\text{П}}^{\text{П.тс}} \cup J_{\text{П}}^{\text{П.ит}}, \quad (19)$$

$$A_j x_{\tau} = 0, \quad j \in J_0, \quad (20)$$

$$\bar{A}_i^{\text{T}} P_{\tau} = h_{i\tau} - H_{i\tau}, \quad i \in I, \quad (21)$$

где A – матрица инцидентов ($m - 1$) линейно независимых узлов и n ветвей; $x_{\tau} = (x_{1\tau}, \dots, x_{n\tau})$, $x_{i\tau}$ – расход теплоносителя на i -м участке тепловой сети в момент времени τ , т/ч; \bar{A}^{T} – транспонированная матрица соединений; $P_{\tau} = (P_{1\tau}, \dots, P_{m\tau})$, $P_{j\tau}$ – давление в j -м узле в момент времени τ , м. вод. ст.; $h_{i\tau}$ – потеря давления на i -м участке тепловой сети в момент времени τ , м. вод. ст.; $H_{i\tau}$ – действующий напор на i -м участке тепловой сети в момент времени τ , м. вод. ст.; $F_1 = n_{\tau}^{-1} f_c \sum_{i=1}^n [a_i + b_i \chi_i^{0.19u_i} s_i^{-0.19u_i} l_i^{0.19u_i}] l_i$ – условно-постоянные затраты, руб.; $f_c = 0.075$ – доля условно-постоянных эксплуатационных (на содержание) издержек по тепловой сети a_i (руб./м), b_i (руб./м $^{u_i+1}$), u_i (безразмерная величина) – коэффициенты, которые получаются в результате аппроксимации реальных (табличных) значений стоимости трубопроводов различных диаметров; χ_i – коэффициент, зависящий от шероховатости трубопровода (безразмерная величина); s_i – коэффициент гидравлического сопротивления i -й ветви (мч 2 /т 2); l_i – длина i -го участка сети, м; n_{τ} – число часов работы насосной установки, ч/год; $F_2 = \frac{C_{\text{ЭЭ}}}{367.2\eta}$ – коэффициент условно переменных затрат в ТС, руб.; $C_{\text{ЭЭ}}$ – цена электроэнергии, руб./кВт ч; η – коэффициент полезного действия насосной установки, %.

Решение задачи минимизации затрат в ТС в условиях рынка усложняется в отличие от традиционных задач их технико-экономического расчета [18], поскольку нагрузки потребителей не постоянны и являются функциями от цены на ТЭ. Для решения такой задачи предложен подход, основанный на построении избыточных проектных схем ТСС [21]. Избыточная схема формируется на базе исходной расчетной схемы ТСС путем введения фиктивного узла и фиктивных участков, связывающих этот узел с узлами потребителей, как это показано на рис. 2.

На схеме, изображенной на рис. 2, узлы 1 и 5 представляют ИТ, узлы 2 и 4 – соответствуют потребителям с заданными тепловыми нагрузками, а узел 3 – потребителю, у которого тепловая нагрузка зависит от цены на тепловую энергию. Соединив узлы 2, 3 и 4 с фиктивным узлом 6 получим избыточную схему теплоснабжения. Расходы на ветвях 2–6 и 4–6 соответствуют заданным нагрузкам потребителей в узлах 2 и 4 соответственно, а расход на ветви 3–6 является оптимизируемым параметром. В качестве

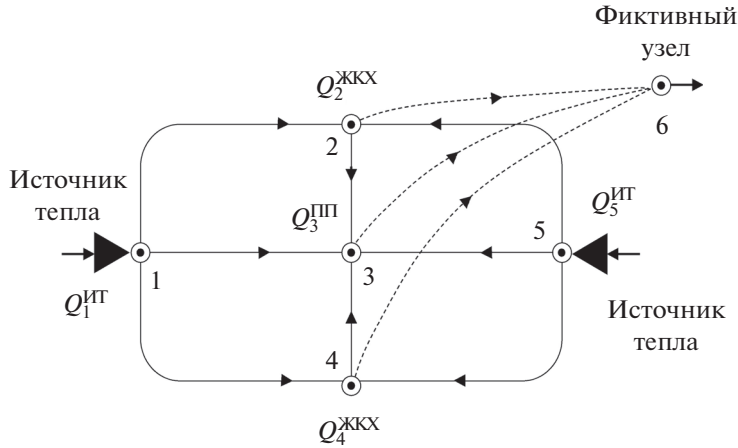


Рис. 2. Построение избыточной схемы теплоснабжающей системы.

дополнительного условия к задаче (14)–(21) необходимо ввести уравнение материального баланса суммарного производства и потребления ТЭ:

$$\sum_{j \in J_{ИТ}} Q_{j\tau}^{ИТ} - \sum_{j \in J_{П}} Q_{j\tau}^{П} = 0. \quad (22)$$

При формализованном описании избыточной схемы множество узлов J расширяется путем включения в него фиктивного узла $j = m + 1$. В результате множество узлов примет вид:

$$J = J_{ИТ} \cup J_{П}^{П.гс} \cup J_{П}^{ЖКХ} \cup J_{П}^{П.ит} \cup j_{m+1}.$$

Множество участков I избыточной схемы, в отличие от обычной расчетной, дополняется подмножеством фиктивных связей I_{m+1} , соединяющих узлы-потребители с фиктивным узлом. Таким образом, множество участков тепловой сети запишется следующим образом:

$$I \cup I_{m+1}.$$

Новые параметры расширенной фиктивным узлом избыточной схемы ТСС будут следующими: число узлов $M = m + 1$; число участков $N = n + n_{\phi}$ (n_{ϕ} – число фиктивных участков в схеме); число контуров $C = c + n_{\phi} - 1$. Здесь m , n и c – число узлов, участков и контуров в избыточной схеме до ее расширения.

Далее при решении поиска минимальных затрат в ТС будем предполагать, что вектор производительности по источникам тепла $Q_{\tau}^{ИТ} = (Q_{j\tau}^{ИТ} : j \in J_{ИТ})$ является внешним параметром в задаче (14)–(21). Следовательно, она может решаться для различных векторов $Q_{\tau}^{ИТ}$. Если выполнен материальный баланс (22), то в силу вышесказанного однозначно определяются вектор оптимального потокораспределения $x_{\tau}^*(Q_{\tau}^{ИТ})$ и минимальные затраты в тепловые сети $Z_{\tau}^{ТС}(x_{\tau}^*(Q_{\tau}^{ИТ}))$. Полученные расходы на фиктив-

ных ветвях принимаются за текущие нагрузки. Для учета этого обстоятельства вводится неявная функция оптимального значения сетевых затрат $(Q_{\tau}^{\text{ИТ}}) = Z_{\tau}^{\text{ТС}}(x_{\tau}^*(Q_{\tau}^{\text{ИТ}}))$. С математической точки зрения неявный характер такой зависимости порождается присутствием в сетевых затратах расходов по участкам тепловой сети, т.е. для того чтобы вычислить сетевые затраты при заданном векторе $Q_{\tau}^{\text{ИТ}}$, необходимо сначала решить задачу потокораспределения и только потом рассчитать сетевые затраты. Если при заданном векторе $Q_{\tau}^{\text{ИТ}}$ материальный баланс (22) не выполняется, то будем полагать, что $(Q_{\tau}^{\text{ИТ}}) = +\infty$ и следует перейти к новому вектору начального приближения по объемам производства тепловой энергии источниками. При условии выполнения балансового соотношения по производству и потреблению ТЭ вычисляется тариф на транспортировку тепловой энергии от ИТ до потребителей, присоединенных к ТС по следующей формуле, руб./ГДж:

$$w_{\tau}^{\text{ТС}} = \frac{(Q_{\tau}^{\text{ИТ}})}{\sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} - \sum_{j \in J_{\text{П}}^{\text{П.ИТ}}} Q_{j\tau}^{\text{П.ИТ}}}. \quad (23)$$

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРЕСОВ УЧАСТНИКОВ ПРОЦЕССА ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ

Одним из основных показателей, определяющих компромисс интересов участников теплоснабжения в ТСС, является равновесная цена производства тепловой энергии. Цену генерации тепловой энергии источниками $w_{\tau}^{\text{ИТ}}$ можно выразить из экономического баланса:

$$w_{\tau}^{\text{ИТ}} \sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} = w_{\tau}^{\text{ген.ЖКХ}} \sum_{j \in J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}}} Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}} + \sum_{j \in J_{\text{П}}^{\text{П.ИТ}}} w_{j\tau}^{\text{ген.П.ИТ}} Q_{j\tau}^{\text{П.ИТ}} + \sum_{j \in J_{\text{П}}^{\text{П.ИТ}^*}} w_{j\tau}^{\text{П.ИТ}} Q_{j\tau}^{\text{П.ИТ}}, \quad (24)$$

где $w_{\tau}^{\text{ген.ЖКХ}} = w_{\tau}^{\text{ЖКХ}} - w_{\tau}^{\text{ТС}}$ – цена генерации ТЭ для потребителей ЖКХ, $w_{\tau}^{\text{ЖКХ}}$ – конечная цена на ТЭ потребителей ЖКХ; $\sum_{j \in J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}}} Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}}$ – суммарный объем потребления ТЭ потребителями ЖКХ; $w_{j\tau}^{\text{ген.П.ИТ}} = w_{j\tau}^{\text{П.ТС}} - w_{\tau}^{\text{ТС}}$ – цена генерации ТЭ для промышленных потребителей, подключенных к ТС.

Разделим выражение (24) на суммарный объем производства тепла ИТ и получим равновесную цену генерации тепловой энергии:

$$w_{\tau}^{\text{ИТ}} = w_{\tau}^{\text{ген.ЖКХ}} \Theta_{\tau}^{\text{ЖКХ}} + \sum_{j \in J_{\text{П}}^{\text{П.ИТ}}} w_{j\tau}^{\text{ген.П.ИТ}} \Theta_{j\tau}^{\text{П.ИТ}} + \sum_{j \in J_{\text{П}}^{\text{П.ИТ}^*}} w_{j\tau}^{\text{П.ИТ}} \Theta_{j\tau}^{\text{П.ИТ}}, \quad (25)$$

где $\Theta_{\tau}^{\text{ЖКХ}} = \frac{\sum_{j \in J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}}} Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}}}{\sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}}$ – доля потребления ТЭ потребителями ЖКХ;

$\Theta_{j\tau}^{\text{П.ТС}} = \frac{Q_{j\tau}^{\text{П.ТС}}}{\sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}}$ и $\Theta_{j\tau}^{\text{П.ИТ}} = \frac{Q_{j\tau}^{\text{П.ИТ}}}{\sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}}$ – доли потребления тепловой энергии промышленными потребителями, присоединенных к тепловым сетям и расположенных на коллекторах источника соответственно.

Для анализа экономического вклада в суммарную выручку источников тепла каждой категорией потребителей необходимо знать, как соотносится цена покупки ТЭ отдельно взятого потребителя с равновесной ценой производства ТЭ источниками. Для этого предлагается воспользоваться рыночными принципами формирования равновесия спроса и предложения. Известно, что в условиях рыночного (свободного) ценообразования цена растет при снижении объемов покупки товара и наоборот. В теплоснабжающей системе с разнородными категориями потребителей, имеющими различные спросовые характеристики, связь равновесной цены производства ТЭ с ценами ее потребления в явном виде может быть представлена относительно средней доли рынка $\frac{1}{\theta}$, где θ – количество рассматриваемых категорий потребителей тепловой энергии. Это позволяет определить “реперную точку”, которая будет являться ориентиром при формализации связи цен отдельно рассматриваемых потребителей с равновесной ценой производства ТЭ источниками. Под “реперной точкой” понимается такое состояние ТСС, при котором для всех категорий потребителей цена на тепловую энергию будет равна равновесной цене генерации ТЭ. Такое состояние достигается, когда рынок тепловой энергии равномерно распределен между потребителями (т.е. доля потребления каждого из них равна $\frac{1}{\theta}$). Исходя из вышесказанного, уравнения связи между ценами запишутся следующим образом. Для потребителей ЖКХ:

$$w_{\tau}^{\text{ген.ЖКХ}} = \begin{cases} w_{\tau}^{\text{ИТ}} - w_{\tau}^{\text{ИТ}}(1 - \Theta_{\tau}^{\text{ЖКХ}}), & \text{если } \Theta_{\tau}^{\text{ЖКХ}} > \frac{1}{\theta_{\tau}} \\ w_{\tau}^{\text{ИТ}} + w_{\tau}^{\text{ИТ}}(1 - \Theta_{\tau}^{\text{ЖКХ}}), & \text{если } \Theta_{\tau}^{\text{ЖКХ}} < \frac{1}{\theta_{\tau}} \\ w_{\tau}^{\text{ИТ}}, & \text{если } \Theta_{\tau}^{\text{ЖКХ}} = \frac{1}{\theta_{\tau}} \end{cases} \quad (26)$$

Для промышленных потребителей, подключенных к тепловым сетям:

$$w_{j\tau}^{\text{ген.П.тс}} = \begin{cases} w_{\tau}^{\text{ИТ}} - w_{\tau}^{\text{ИТ}}(1 - \Theta_{j\tau}^{\text{П.тс}}), & \text{если } \Theta_{j\tau}^{\text{П.тс}} > \frac{1}{\theta_{\tau}} \\ w_{\tau}^{\text{ИТ}} + w_{\tau}^{\text{ИТ}}(1 - \Theta_{j\tau}^{\text{П.тс}}), & \text{если } \Theta_{j\tau}^{\text{П.тс}} < \frac{1}{\theta_{\tau}} \\ w_{\tau}^{\text{ИТ}}, & \text{если } \Theta_{j\tau}^{\text{П.тс}} = \frac{1}{\theta_{\tau}} \end{cases} \quad (27)$$

Для промышленных потребителей, расположенных на коллекторах ИТ:

$$w_{j\tau}^{\text{П.ит}} = \begin{cases} w_{\tau}^{\text{ИТ}} - w_{\tau}^{\text{ИТ}}(1 - \Theta_{j\tau}^{\text{П.ит}}), & \text{если } \Theta_{j\tau}^{\text{П.ит}} > \frac{1}{\theta_{\tau}} \\ w_{\tau}^{\text{ИТ}} + w_{\tau}^{\text{ИТ}}(1 - \Theta_{j\tau}^{\text{П.ит}}), & \text{если } \Theta_{j\tau}^{\text{П.ит}} < \frac{1}{\theta_{\tau}} \\ w_{\tau}^{\text{ИТ}}, & \text{если } \Theta_{j\tau}^{\text{П.ит}} = \frac{1}{\theta_{\tau}} \end{cases} \quad (28)$$

Выражение (25) показывает взаимосвязь цен покупки тепла соответствующими потребителями с равновесной ценой производства тепла источниками. С математиче-

ской точки зрения равновесная цена для источников представляет собой неявную функцию относительно объемов производства тепла $Q_{\tau}^{\text{ИТ}} = (Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} : j \in J_{\text{ИТ}})$. Неявный характер зависимости порождается присутствием в ценах генерации тепловой энергии для потребителей ЖКХ и промышленных потребителей, присоединенных к тепловым сетям, функции оптимального значения сетевых затрат, т.е. для того, чтобы вычислить цену генерации тепла ИТ при заданном векторе $Q_{\tau}^{\text{ИТ}}$, необходимо сначала решить задачу (13)–(22), а далее, используя принцип “реперной точки” и правила (26)–(28), определить цену генерации $w_{\tau}^{\text{ИТ}}$. Следует отметить, что при таком подходе задача (13)–(22) представляется разрешимой.

В результате математическая модель теплоснабжающей системы, в условиях несовпадающих интересов ее участников, примет следующий вид. Найти:

$$\sum_{\tau=\tau_0}^T \Pi_{j\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}) = \sum_{\tau=\tau_0}^T w_{\tau}^{\text{ИТ}} \left(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} + \sum_{j \neq k} Q_{jk\tau}^{\text{ИТ}e} \right) Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} - \sum_{\tau=\tau_0}^T Z_{j\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}) \rightarrow \max, \quad j \in J_{\text{ИТ}}, \quad (29)$$

при выполнении условий и ограничений (6), (7), (10)–(23), (25)–(28).

Данная математическая модель ориентирована на определение объемов производства тепла всеми ИТ, цен производства и покупки ТЭ, при которых ИТ имеют максимальную прибыль, потребители готовы покупать произведенное количество тепла по сложившейся конъюнктуре цен, а теплосетевая компания обеспечивает доставку этого количества тепла от источников до потребителей с минимальными затратами в тепловые сети. Решение, полученное с помощью предложенной математической модели, будет определять оптимальные уровни производства и потребления тепловой энергии и соответствовать рыночному равновесию (равенство спроса и предложения на тепловую энергию в ТСС), поскольку учитывает интересы всех участников в теплоснабжающей системе.

Решение данной задачи осуществляется комбинированным методом. Он базируется на применении игрового последовательного итерационного процесса (процесс “Нашупывание по Курно”) с использованием внутри цикла метода избыточных проектных схем с последующим применением метода простой итерации. Содержательный смысл предложенного методического подхода заключается в сведении исходной задачи к одномерной задаче оптимизации отдельно взятого источника тепла при фиксированных объемах производства тепловой энергии другими источниками, с последующей проверкой полученных решений на условие их соответствия равновесию Курно-Нэша. Блок схема разработанного алгоритма представлена на рис. 3.

Вычислительный процесс поиска оптимальных объемов производства тепловой энергии ИТ может быть представлен в графическом виде. Для этого рассмотрим ТСС, представленную на рис. 2 двумя независимыми ИТ, работающими на единые ТС.

Рассмотрим формирование вычислительной процедуры в декартовой системе координат (рис. 4), в которой ось абсцисс соответствует производительности тепловой энергии первого ИТ, а ось ординат производительности тепловой энергии второго ИТ.

Линии BR_1 и BR_2 представляют собой кривые реакции [17] первого и второго ИТ соответственно и отражают множество значений объемов производства ТЭ соответствующих максимальной прибыли, которую мог бы получить один из ИТ при заданном объеме производства ТЭ другим ИТ. Процедура поиска равновесия по Курно-Нэшу, согласно рис. 4, начинаться с точки $(Q_1^{\text{ИТ}(0)}, Q_2^{\text{ИТ}(0)})$, затем каждый ИТ последовательно оптимизирует свой объем производства тепла, исходя из возможности

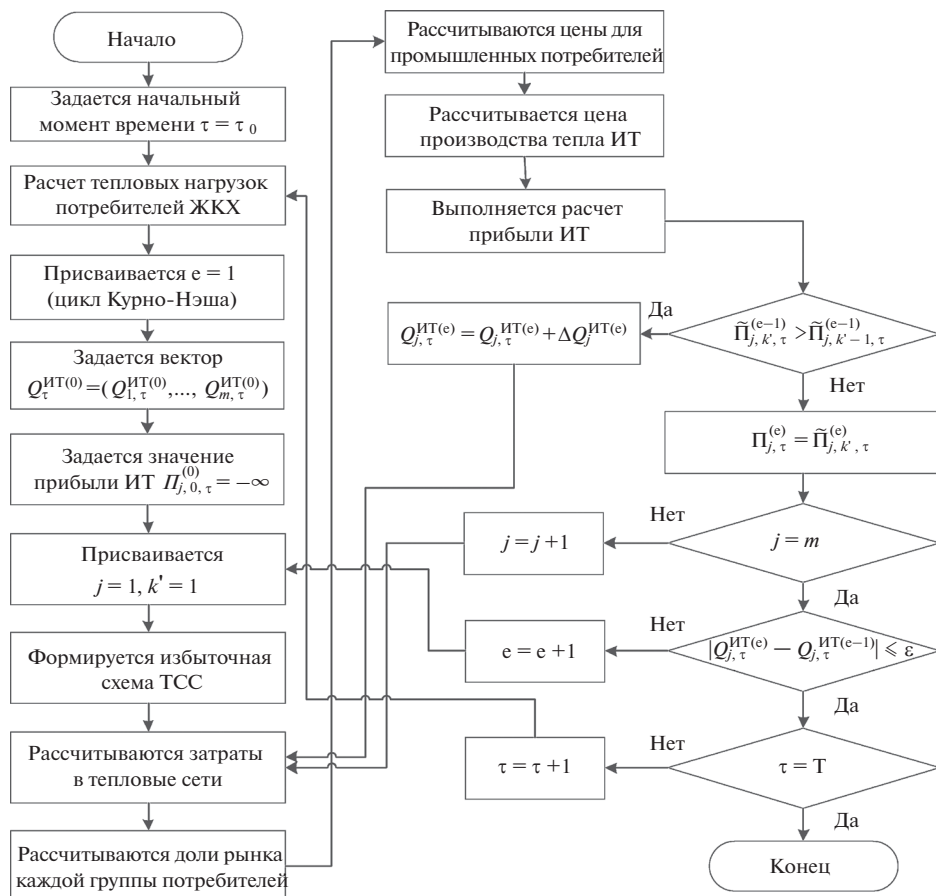


Рис. 3. Блок схема разработанного алгоритма.

получения им максимальной прибыли при заданном объеме производства ТЭ другим источником. Для общего случая последовательность данной процедуры имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & (Q_1^{ИТ(0)}, \dots, Q_{j-1}^{ИТ(0)}, Q_{j+1}^{ИТ(0)}, \dots, Q_m^{ИТ(0)}) \rightarrow (Q_1^{ИТ(1)}, \dots, Q_{j-1}^{ИТ(1)}, Q_{j+1}^{ИТ(0)}, \dots, Q_m^{ИТ(0)}) \in BR_1 \rightarrow \\
 & \rightarrow (Q_1^{ИТ(1)}, \dots, Q_{j-1}^{ИТ(1)}, Q_{j+1}^{ИТ(1)}, \dots, Q_m^{ИТ(0)}) \in BR_{j-1} \rightarrow \\
 & \rightarrow (Q_1^{ИТ(1)}, \dots, Q_{j-1}^{ИТ(1)}, Q_{j+1}^{ИТ(1)}, \dots, Q_m^{ИТ(0)}) \in BR_{j+1} \rightarrow \\
 & \rightarrow (Q_1^{ИТ(1)}, \dots, Q_{j-1}^{ИТ(1)}, Q_{j+1}^{ИТ(1)}, \dots, Q_m^{ИТ(1)}) \in BR_m \rightarrow \dots \rightarrow \\
 & \rightarrow (Q_1^{ИТ(e)}, \dots, Q_{j-1}^{ИТ(e-1)}, Q_{j+1}^{ИТ(e-1)}, \dots, Q_m^{ИТ(e-1)}) \in BR_1 \rightarrow \\
 & \rightarrow (Q_1^{ИТ(e)}, \dots, Q_{j-1}^{ИТ(e)}, Q_{j+1}^{ИТ(e-1)}, \dots, Q_m^{ИТ(e-1)}) \in BR_{j-1} \rightarrow \\
 & \rightarrow (Q_1^{ИТ(e)}, \dots, Q_{j-1}^{ИТ(e)}, Q_{j+1}^{ИТ(e)}, \dots, Q_m^{ИТ(e-1)}) \in BR_{j+1} \rightarrow \\
 & \rightarrow (Q_1^{ИТ(e)}, \dots, Q_{j-1}^{ИТ(e)}, Q_{j+1}^{ИТ(e)}, \dots, Q_m^{ИТ(e)}) \in BR_m \rightarrow \dots
 \end{aligned}$$

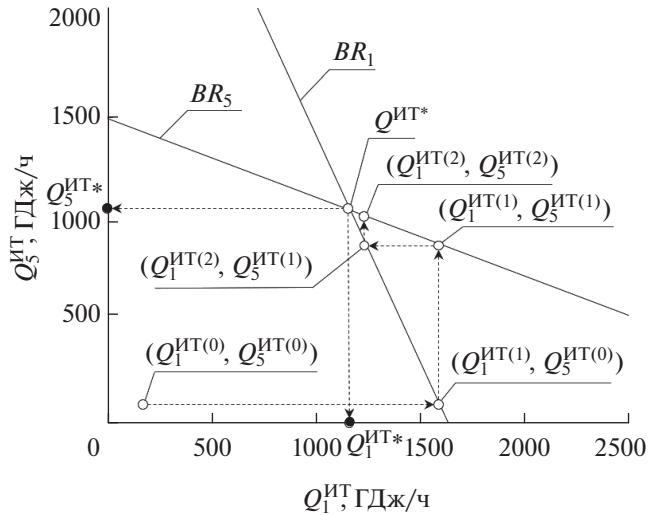


Рис. 4. Процедура поиска равновесия Курно-Нэша в теплоснабжающей системе.

Вычислительный процесс останавливается при выполнении условия:

$$|\Delta Q_j^{ИТ}| = |Q_j^{ИТ(e)} - Q_j^{ИТ(e-1)}| \leq \varepsilon, \quad j \in J_{ИТ}.$$

Полученные по результатам вычислительного процесса (согласно направлениям стрелок на рис. 4) объемы производства тепловой энергии ИТ являются равновесными по Курно-Нэшу. Равновесие достигается в точке $Q^{ИТ*}$, которая лежит на пересечении кривых реакции первого (BR_1) и второго (BR_5) источников соответственно.

Равновесие, полученное в точке $Q^{ИТ*}$, представляет собой оптимальное решение по объемам производства тепловой энергии ИТ, тарифу производства тепловой энергии и соответствующей этим величинам прибыли каждого из них при соблюдении физико-технических условий и ограничений, имеющих место в ТСС.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена математическая модель организационной формы управления теплоснабжением потребителей в виде “Единый закупщик”. В качестве научно-методической базы для ее описания и исследования приняты основополагающие принципы теории игр, модели и методы теории гидравлических цепей, а также базовые положения микроэкономики. Главная особенность разработанной математической модели заключается в том, что она, наряду с традиционной структурой в виде описания источников тепла, включает тепловые сети с присущими им физико-техническими свойствами, а также экономические факторы, связанные с затратами на производство и транспортировку тепловой энергии. Разработанный подход обеспечивает наилучшее распределение тепловой нагрузки между источниками тепла, их мощности, зон действия, обеспечивая при этом заданный спрос на тепловую энергию со стороны потребителей при минимальных затратах в тепловую сеть.

Для учета интересов всех категорий потребителей и производителей тепловой энергии в работе используется “реперная точка”, характеризующая состояние теплоснабжающей системы, при которой цены на тепловую энергию для всех потребителей равны равновесной цене генерации тепловой энергии источниками. Такая процедура

позволяет сформулировать основные аналитические связи по объемам и ценам потребления тепловой энергии для каждой категории потребителей с объемом и ценой производства тепловой энергии всеми источниками.

Разработан алгоритм для определения равновесия спроса и предложения на тепловую энергию, основанный на пошаговой итерационной процедуре оптимизации тепловой нагрузки между источниками тепла (процедура “Нашупывание по Курно”), позволяющий достигать рыночное равновесие по Нэшу. Для теплоснабжающей системы, состоящей из двух источников тепла, в терминах теории игр описана и графически проиллюстрирована процедура процесса поиска оптимального распределения тепловой нагрузки между источниками, функционирующими в условиях организационной модели “Единый закупщик”.

Исследования выполнены в рамках проектов государственного задания III.17.3.1. рег. № АААА-А17-117030310442-8, III.17.4.3. рег. № АААА-А17-117030310437-4 фундаментальных исследований СО РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бусыгин В.П., Желободько Е.В., Цыплаков А.А. Микроэкономика – третий уровень. – Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2003.
2. Tirole J. The Theory of Industrial Organization // Cambridge, MA: MIT Press, 1988. 647p.
3. Carlton D., Perloff J. Modern Industrial Organization // Addison-Wesley: Reading, MA, 2000. 254 p.
4. Belleflamme P., Peitz M. Industrial Organization: Markets and Strategies // Cambridge. UK: Cambridge University Press, 2010. 726 p.
5. Авдашева С.Б., Розанова Н.М. Теория организации отраслевых рынков. М.: Магистр, 1998.
6. Вурос А.Д., Розанова Н.М. Экономика отраслевых рынков. М.: Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 2002.
7. Зоркальцев В.И., Хамисов О.В. Равновесные модели в экономике и энергетике. Новосибирск: Наука, 2006.
8. Стоф С. Экономика энергосистем. Введение в проектирование рынков электроэнергии: Пер. с англ. М.: Мир, 2006.
9. Bushnell J., Ishii J. An Equilibrium model of investment in restructured electricity markets // CSEM WP 164. Center for the Study of Energy Markets, University of California Energy Institute, 2007.
10. Подковальников С.В., Хамисов О.В. Несовершенные электроэнергетические рынки: моделирование и исследование развития генерирующих мощностей // Известия РАН. Энергетика. 2012. № 2.
11. Diaz C.A., Villar J., Campos F.A., Reneses J. Electricity market equilibrium based on conjectural variations // Electric Power Systems Research. 2010. № 10. P. 1572–1579.
12. Pozo D., Contreras J., Caballero A., Andrés A. Long-term Nash equilibria in electricity markets // Electric Power Systems Research. 2011. № 81. P. 329–339.
13. Чернавский С.Я., Эйсмонт О.А. Экономический анализ либерализации рынка природного газа в России // Тарифное регулирование и экспертиза. 2009. № 2.
14. Baltensperger T., Füchslin R., Krütti P., Lygeros J. Multiplicity of equilibria in conjectural variations models of natural gas markets // European J. Operational Research. 2016. № 252. P. 646–656.
15. Коваленко А.Г. Развитие математических моделей и методов теории гидравлических сетей и их применение для моделирования рассредоточенного рынка: автореф. дис. д-ра физ.-мат. наук. М.: ВЦ РАН, 2006. 40 с.
16. Беляев Л.С. Проблемы электроэнергетического рынка. Новосибирск: Наука, 2009.
17. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики: Пер. с франц. М.: Мир, 1985.
18. Меренков А.П., Хасилев В.Я. Теория гидравлических цепей. М.: Наука, 1985.
19. Стенников В.А., Хамисов О.В., Пеньковский А.В. Возможные механизмы управления теплоснабжением потребителей в условиях рынка // Изв. РАН. Энергетика. 2009. № 3.
20. Оуэн Г. Теория игр. М.: Мир, 1971.
21. Сеннова Е.В., Сидлер В.Г. Математическое моделирование и оптимизация развивающихся теплоснабжающих систем. Новосибирск: Наука, 1987.

The Game Method of Reconciliation of the Interests of Participants of Process of Heat Supply of Consumers

V. A. Stennikov^a, O. V. Khamisov^a, and A. V. Penkovskii^{a, *}

^a*Melentiev Energy Systems Institute of Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Irkutsk, Russia*

**e-mail: penkoffsky@isem.irk.ru*

Liberalization in heat supply systems led to a change in the relationship between producers and consumers. This led to the emergence of new organizational forms in the heat supply and new tasks to manage the functioning and development of heat supply systems for the conditions of a market economy. For their solution, new provisions for the organization of the heat supply process for consumers in the form of the “Single buyer” model were proposed. The basic principles of the game theory, models and methods of the theory of hydraulic circuits form a scientific and methodological basis for the mathematical description and study of the oligopoly heat market. The mathematical model focused on the search for a market equilibrium of supply and demand for thermal energy is developed and allows to take into account the technical and economic characteristics of heat sources and heat networks, as well as the interests of all participants in the heat supply process. The algorithm of searching for the equilibrium is based on the tatonnement process in the Cournot model.

Keywords: heat supply system, heat market, reconciliation of interests, mathematical modeling, Cournot-Nash equilibrium