

УДК 621.316.99

## РАСЧЕТ ЗАЗЕМЛИТЕЛЕЙ С УЧЕТОМ ИОНИЗАЦИИ И ЧАСТОТНЫХ СВОЙСТВ ГРУНТА

© 2022 г. С. Л. Шишигин<sup>1</sup>, \*, Д. С. Шишигин<sup>1</sup>, И. Н. Смирнов<sup>1</sup><sup>1</sup>ФГБОУ ВО Вологодский государственный университет, Вологда, Россия

\*e-mail: ctod28@yandex.ru

Поступила в редакцию 10.02.2022 г.

После доработки 12.08.2022 г.

Принята к публикации 15.08.2022 г.

Ионизация грунта, вызванная растеканием токов молнии, приводит к существенному снижению сопротивления заземлителей небольшой длины и заземлителей в высокоомном грунте. Удельное сопротивление высокоомного грунта зависит от частоты, что ставит задачу расчета заземлителей в грунте с нелинейными и частотно-зависимыми параметрами, заданными одновременно. Разработан модифицированный вариант формулы СИГРЭ для аналитического расчета заземлителей при сильных токах с учетом частотных свойств грунта. При численных расчетах зона ионизации моделируется увеличением размеров заземлителя. Стандартные формулы расчета сопротивления заземлителей, полученные для тонкого проводника, поэтому неадекватные для стержней большого диаметра, заменены на формулы метода интегральных уравнений. Расчет импульсных процессов производится во временной области методом дискретных схем. Определены параметры дискретной модели заземлителя в грунте с частотно-зависимыми и нелинейными параметрами, заданными одновременно. Выполнено решение серии тестовых задач с полусферическими и стержневыми заземлителями, результаты которых сопоставлены с экспериментальными данными (Bellaschi, Geri, Sekioka, Liew, Данилина, исследователей из Сарова), для подтверждения достоверности разработанных моделей и методов. Решены практические задачи расчета заземлителей воздушных линий и электрических подстанций в высокоомном грунте при сильных токах.

*Ключевые слова:* ток молнии, заземлитель, высокоомный грунт, ионизация грунта, частотные свойства грунта, формула СИГРЭ, дискретные модели, компьютерное моделирование, сравнение с экспериментом

DOI: 10.31857/S0002331022060024

### ВВЕДЕНИЕ

Растекание токов молнии создает сильное электрическое поле, вызывающее ионизацию и электрический пробой грунта [1]. Сопротивление грунта в зоне ионизации резко снижается, что приводит к уменьшению сопротивления заземлителей. В экспериментальных исследованиях с заземлителями малой (метровой) длины при токах до 30 кА наблюдалось снижение импульсного сопротивления в несколько раз [1–5], а при токе 86 кА [6] и в высокоомном грунте [7] – более десяти раз. Размеры заземлителей воздушных линий (ВЛ) и электрических подстанций (ПС) значительно больше, чем в эксперименте, плотность стекающего тока там меньше, поэтому сильное электрическое поле и ионизация, с которой следует считаться при проектировании ВЛ и ПС, возможны только в высокоомном грунте. Этот грунт обладает ярко выраженными

частотными свойствами — его электропроводность увеличивается в несколько раз с увеличением частоты от 100 Гц до 1 МГц [8]. Таким образом, расчет заземлителей ВЛ и ПС в высокоомном грунте при нормативных токах молнии (100–200 кА) должен проводиться с учетом ионизации и частотных свойств грунта одновременно.

Расчет простых заземлителей может быть выполнен аналитически по формуле СИГРЭ или расчетным выражениям [1, 9]. Эти формулы пригодны для анализа экспериментальных данных и решения ряда практических задач, однако они не учитывают частотные свойства высокоомного грунта.

При численных расчетах принимается допущение — зона ионизации обладает идеальной проводимостью, тогда она моделируется увеличением размеров заземлителя (радиуса и длины стержней). Эта модель имеет два основных варианта реализации. В первом варианте, который используется наиболее часто, размеры зоны ионизации изменяются пропорционально стекающему току. Во втором варианте размеры зоны ионизации, достигнув максимального значения на фронте импульса, не уменьшаются на спаде тока (за счет энергии, запасенной на фронте импульса) [4, 7]. Проблема выбора в том, что каждый вариант дает хорошее совпадение с экспериментальными данными в одних задачах, но неточен в других. Более того, даже в одном эксперименте с полусферическим заземлителем [5] (рассмотрен далее) первый вариант эффективен при малом напряжении, второй вариант — при большом.

В альтернативной модели [3] зона ионизации обладает конечной проводимостью, которая изменяется с запаздыванием во времени по сравнению с изменением тока. Эта модель более адекватна, но предполагает расчеты заземлителей в кусочно-неоднородном грунте с переменными параметрами, что сложно реализовать методами теории заземлителей.

Расчеты заземлителей при импульсных воздействиях в грунте с нелинейными параметрами производятся во временной области. Проблема возникает при моделировании частотно-зависимых сопротивлений. Стандартный подход заключается в замене этих сопротивлений эквивалентными RLC схемами [10], однако он приводит к существенному усложнению топологии цепной модели заземлителя. Существует альтернативный подход [11], исключающий построение эквивалентных схем, однако для заземлителей в нелинейном грунте он ранее не применялся.

Развитие моделей заземлителя при ионизации грунта для аналитических и численных расчетов, подтверждение их адекватности при сравнении с экспериментальными данными (Bellaschi, Geri, Sekioka, Liew, Данилина, исследователей из Сарова), а также оценка влияния ионизации высокоомного грунта на параметры заземлителей ВЛ и ПС — **цель настоящей работы.**

## 1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ

### 1.1. Формула СИГРЭ

Рассмотрим полусферический заземлитель радиуса  $a_0$ . Считаем, что ионизация грунта начинается при токе  $I_c$ , который создает критическую напряженность  $E_c$  на поверхности полусферы  $E(a_0) = E_c$ . С увеличением тока  $I > I_c$  зона ионизации расширяется до полусферы радиуса  $a > a_0$ , на границе которой напряженность также принимается равной критическому значению  $E(a) = E_c$ . тогда

$$E_c = \frac{\rho I_c}{2\pi a_0^2} = \frac{\rho I}{2\pi a^2},$$

откуда радиус зоны ионизации  $a$  и критический ток

$$a = a_0 \sqrt{I/I_c}, \quad I_c = \frac{E_c \times 2\pi a_0^2}{\rho} = \frac{\rho E_c}{2\pi R_0^2},$$

где  $R_0$  – стационарное сопротивление заземлителя.

Примем допущение, что зона ионизации обладает идеальной проводимостью. Тогда заземлитель вместе с зоной ионизации образуют полусферу радиуса  $a$  с сопротивлением

$$R(I) = \frac{\rho}{2\pi a} = \frac{\rho}{2\pi a_0 \sqrt{I/I_c}} = \frac{R_0}{\sqrt{I/I_c}}, \quad I > I_c. \quad (1)$$

Аналогичные аналитические выражения получены для стержневых заземлителей [1, 9], но они значительно сложнее и не нашли широкого применения. Развитие получила следующая идея.

Сопротивление заземлителя в (1) зависит от стационарного сопротивления и тока, но в явном виде не зависит от типа заземлителя, т.е. формула (1) формально применима к любому заземлителю, что приводит к формуле СИГРЭ

$$R(I) = \frac{R_0}{\sqrt{1 + I/I_c}}, \quad (2)$$

где единица – эмпирический поправочный коэффициент, повышающий точность расчета стержневых заземлителей при малых токах. При сильных токах, когда  $I \gg I_c$  размеры зоны ионизации существенно больше поперечных размеров проводников и заземлители разной формы имеют близкие характеристики, что имеет экспериментальное подтверждение [12].

Уточним область применимости формулы (2). Стекающий ток должен превышать критический ток стержня, но может быть меньше критического тока полусферы (с тем же стационарным сопротивлением). С учетом этого уточнения запишем формулу СИГРЭ в виде

$$R(I) = \frac{R_0}{\sqrt{1 + I/I_c}}, \quad I_c = \frac{\rho E_c}{2\pi R_0^2}, \quad I > \frac{E_c \times 2\pi a_0 l}{\rho}, \quad (3)$$

где  $a_0$  – радиус стержня;  $l$  – длина стержня;  $R_0$  – стационарное сопротивление стержня;  $I$  – ток стержня;  $I_c$  – критический ток полусферического заземлителя (со стационарным сопротивлением  $R_0$ ).

### 1.2. Формула СИГРЭ в высокоомном грунте

Высокоомный грунт обладает ярко выраженными частотными свойствами – удельное сопротивление грунта в начале переходного процесса (на высокой частоте) существенно меньше, чем в стационарном режиме (на низкой частоте). По этой причине применение формулы СИГРЭ в высокоомном грунте приводит к завышенным значениям. Использование мгновенного сопротивления  $r(t) = u(t)/i(t)$ , учитывающего изменение удельного сопротивления грунта во времени, вместо стационарного сопротивления  $R_0$  в (3) более обосновано.

Мгновенное сопротивление эквипотенциального заземлителя в грунте с частотно-зависимыми параметрами зависит не только от параметров грунта, но и от формы импульса. Для стандартизированного импульса единичного наклона  $i(t) = t$  мгновенное сопротивление равно [13]

$$r(t) = R_0 k(t), \quad k(t) = \frac{1}{1 + 3.2(\epsilon\rho/t)^{0.56}}.$$

Это простое выражение дает достаточно точные результаты на фронте импульса, но (в инженерных расчетах) его можно использовать и на спаде импульса, поскольку частотные свойства грунта с увеличением времени проявляются слабее.

Тогда модифицированный вариант формулы СИГРЭ, учитывающий частотные свойства грунта, имеет вид

$$R_f(t) = \frac{R_0 k(t)}{\sqrt{1 + I(t)/I_c}}, \quad t > 0. \quad (4)$$

Таким образом, сопротивление заземлителя изменяется во времени как за счет изменения тока, так и электропроводности грунта. Полученная формула применима как для низкоомного, так и для высокоомного грунта.

### 1.3. Формула СИГРЭ с запаздыванием

В работе [3] запаздывание процессов ионизации грунта достигается за счет плавного (по экспоненте) изменения удельного сопротивления грунта при изменении тока. Тот же эффект достигается, если вместо удельного сопротивления оперировать сопротивлением заземлителя.

На фронте импульса зона ионизации расширяется, что приводит к уменьшению сопротивления заземлителя. Примем, что этот процесс происходит с запаздыванием

$$R(t) = R_f(t) + (R_0 - R_f(t)) e^{-(t-t_0)/\tau_1}, \quad (5)$$

где  $R_f(t)$  – определено в (4);  $\tau_1$  – постоянная времени;  $t_0$  – время начала ионизации. Минимальное сопротивление  $R_{\min}$  имеет место в момент времени  $t_{\min} = T$  при  $\tau_1 = 0$  и  $t_{\min} > T$  при  $\tau_1 > 0$ , где  $T$  – длительность фронта импульса.

На спаде тока зона ионизации сужается, что приводит к увеличению сопротивления заземлителя. Примем, что этот процесс происходит с запаздыванием

$$R(t) = R_f(t) + (R_{\min} - R_f(t)) e^{-(t-t_{\min})/\tau_2}, \quad (6)$$

где  $\tau_2$  – постоянная времени.

Формулы (4)–(6) составляют модифицированную формулу СИГРЭ, которая дает сопротивление заземлителя с учетом частотных свойств и запаздывания процессов ионизации грунта.

Постоянные времени в (5), (6) определим далее при сравнении с экспериментальными данными.

## 2. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

### 2.1. Модель стержневого заземлителя при ионизации грунта

Рассмотрим вертикальный стержень длиной  $l$ . Зона ионизации состоит из цилиндрического участка длиной  $l$  радиуса  $a$  и полусферического окончания радиуса  $a$  (рис. 1а).

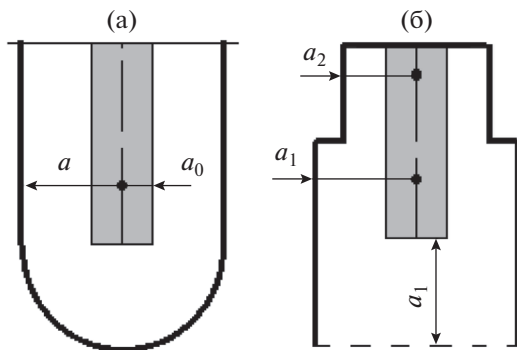
Пусть ток растекается равномерно по длине стержня. Тогда напряженность электрического поля на границе проводника

$$E(a) = \rho J = \frac{\rho I}{2\pi l a + 2\pi a^2} = \frac{\rho I}{2\pi a(l + a)}, \quad (7)$$

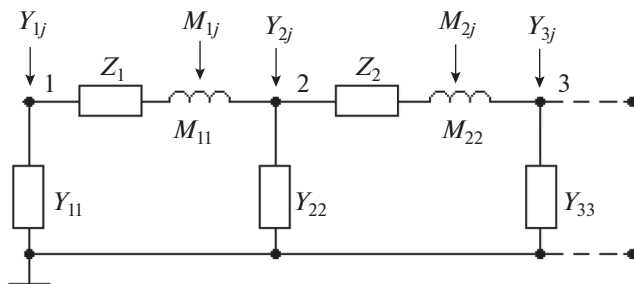
где  $\rho$  – удельное сопротивление грунта;  $I$  – стекающий ток.

Радиус зоны ионизации  $a$  определяется из условия  $E(a) = E_c$ , где  $E(a)$  определено в (7),  $E_c$  – критическая напряженность.

Напряженность (7) совпадает с напряженностью на поверхности стержня радиусом  $a$  длиной  $L = l + a$  (без полусферического окончания), что дает основание для упрощения модели [2].



**Рис. 1.** Модели стержня с зоной ионизации: (а) – стержень с полусферическим окончанием, (б) – стержень переменного радиуса.



**Рис. 2.** Цепная модель заземлителя.

Таким образом, зона ионизации грунта моделируется стержнем увеличенного радиуса  $a$  и увеличенной длины:  $L = l + a$  для вертикального стержня с нулевой глубиной погружения и  $L = l + 2a$  для одиночного стержня в остальных случаях.

При численных расчетах стержни дробятся на элементы малой длины, стекающие токи которых различны, что приводит к разным радиусам элементов (рис. 1б).

## 2.2. Цепная модель заземлителя при ионизации грунта

Каждый элемент стержня (рис. 1б) моделируется П-четырёхполюсником, что приводит к многозвенной цепной схеме (рис. 2), где  $\mathbf{Z}$  – вектор внутренних сопротивлений элементов,  $\mathbf{M}$  – матрица внешнего индуктивного сопротивления,  $\mathbf{Y} = \mathbf{R}^{-1}$  – матрица проводимости растекания (получается обращением матрицы сопротивлений растекания тока) [14]. В грунте с частотно-зависимыми параметрами элементы матрицы  $\mathbf{R}$  зависят от частоты.

Стандартные формулы расчета сопротивления растекания получены в модели тонкого проводника, где радиус элемента существенно меньше его длины  $a < l/10$ . В данной задаче радиус элемента (с учетом зоны ионизации грунта) уже соизмерим с его длиной, поэтому стандартные формулы неточны (некорректны).

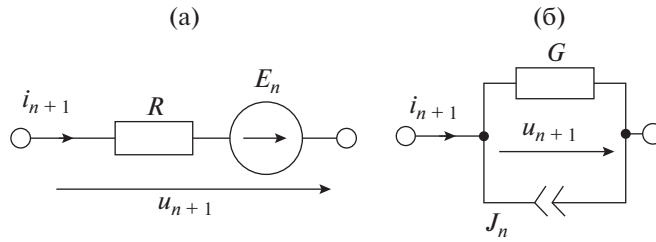


Рис. 3. Дискретные схемы индуктивности (а) и емкости (б) на  $n$ -шаге.

Будем моделировать стержень произвольного радиуса цилиндром. Ток растекается с поверхности цилиндра. Тогда собственное сопротивление стержня может быть найдено по формулам метода интегральных уравнений [15]

$$R = \frac{\rho}{2\pi l a} 2 \int_0^{0.5l} \frac{a}{\pi \sqrt{4a^2 + x^2}} K(k) dx,$$

где  $K(k)$  – эллиптический интеграл первого рода;  $k$  – модуль эллиптических интегралов.

Стандартная формула расчета напряженности электрического поля (для бесконечно длинного проводника)

$$E(a) = \frac{\rho I}{2\pi a l},$$

также неточна при  $a > l/10$ . В данной работе расчет напряженности стержня при  $a > l/10$  производится в модели тонкого проводника, но с учетом его конечной длины и взаимного влияния других элементов [14].

### 2.3. Дискретная модель частотно и токо-зависимой проводимости

Расчет переходных процессов в цепной схеме (рис. 2) производится методом дискретных схем, идея которого заключается в замене частотно-зависимых сопротивлений и проводимостей дискретными схемами на каждом временном шаге так, что расчет переходного процесса в RLC схемах сводится к пошаговому расчету резистивных схем [16, 17].

Дискретные схемы индуктивностей и емкостей (рис. 3) получают интегрированием дифференциальных уравнений по формуле трапеций

$$u = L \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{u_{n+1} + u_n}{2} = L \frac{i_{n+1} - i_n}{h} \Rightarrow u_{n+1} = \frac{2L}{h} i_{n+1} - \left( u_n + \frac{2L}{h} i_n \right) = R i_{n+1} - E_n,$$

$$i = C \frac{du}{dt} \Rightarrow \frac{i_{n+1} + i_n}{2} = C \frac{u_{n+1} - u_n}{h} \Rightarrow i_{n+1} = \frac{2C}{h} u_{n+1} - \left( i_n + \frac{2C}{h} u_n \right) = G_0 u_{n+1} - J_n,$$

где  $n$  – номер шага длиной  $h$ .

Проводимость заземлителя в грунте с частотно-зависимыми параметрами  $Y(j\omega)$  моделируется дискретной схемой (рис. 3б) с параметрами [11, 14]

$$G = G_0, \quad J_n = \sum_{m=1}^n (G_{n-m} - G_{n-m+1}) u_m, \tag{8}$$

где  $G_n$  – дискретная переходная проводимость  $n$  – шага (численно равна току при включении цепи под единичное постоянное напряжение в момент времени  $t_n$ ).

Определение  $G_n$  происходит в следующей последовательности

$$Y(j\omega) \rightarrow Y(s) \rightarrow y(t) = L^{-1} \left[ Y(s)/s^2 \right] \rightarrow G_0 = \frac{y(h)}{h}, \quad G_n = \frac{y(t_{n+1}) - y(t_n)}{h}. \quad (9)$$

При ионизации грунта дискретные проводимости становятся нелинейными функциями тока, поэтому рассмотренная методика подлежит корректировке.

Будем аппроксимировать нелинейную зависимость  $G(i)$  кусочно-постоянной функцией  $G_n = \text{const}$ . Задача становится линейной на каждом шаге, что дает основание для использования (8) с изменениями

$$G = G_0(i_n), \quad J_n = \sum_{m=1}^n [G_{n-m}(i_{m-1}) - G_{n-m+1}(i_{m-1})] u_m.$$

**Пример.** На полусферический заземлитель радиуса  $a_0$  воздействует импульс напряжения  $u(t)$ . Найдем сопротивление заземлителя с учетом частотных свойств и ионизации грунта.

Частотно-зависимую удельную проводимость грунта зададим по Мессиру [11]

$$\sigma(j\omega) = \sigma_0 \left( 1 + j\omega\varepsilon/\sigma_0 + 2\sqrt{j\omega\varepsilon/\sigma_0} \right),$$

где  $\sigma_0$  – удельная проводимость грунта на низкой частоте (100 Гц);  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость грунта на высокой частоте.

Тогда проводимость заземлителя

$$Y(j\omega) = 2\pi a \sigma(j\omega), \quad a = \text{const}.$$

По алгоритму (9) перейдем к операторной проводимости и дважды проинтегрируем ее

$$y(t) = L^{-1} \left[ \frac{Y(s)}{s^2} \right] = 2\pi a \left( t + \frac{\varepsilon}{\sigma_0} + 4\sqrt{\frac{\varepsilon}{\sigma_0\pi}} t \right).$$

Тогда искомая дискретная переходная проводимость во временных узлах  $t_n = nh$ , где  $n$  – номер шага,  $h$  – длина шага, равна

$$G_0(I) = \frac{y(h)}{h} = 2\pi a_0 \left[ 1 + \frac{\varepsilon}{\sigma_0 h} + 4\sqrt{\frac{\varepsilon}{\sigma_0\pi h}} \right],$$

$$G_n(I) = \frac{y(t_{n+1}) - y(t_n)}{h} = 2\pi a_n \left[ 1 + 4\sqrt{\frac{\varepsilon}{\sigma_0\pi h}} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \right],$$

$$a_n = \begin{cases} a_0, & I_n < I_c \\ a_0 \sqrt{I_n/I_c}, & I_n > I_c \end{cases},$$

где  $I_n$  – ток  $n$  – шага;  $I_c$  – критический ток.

Ток и сопротивление в дискретные моменты времени в схеме (рис. 3б)

$$i_{n+1} = G_0(i_n)u_{n+1} - J_n, \quad J_n = \sum_{m=1}^n [G_{n-m}(i_{m-1}) - G_{n-m+1}(i_{m-1})] u_m, \quad (10)$$

$$r_{n+1} = u_{n+1}/i_{n+1}.$$

Сделаем несколько шагов

$$i_0 = 0,$$

$$i_1 = G_0(i_0)u_1,$$

$$i_2 = G_0(i_1)u_2 - [G_0(i_0) - G_1(i_0)]u_1,$$

$$i_3 = G_0(i_2)u_3 - [G_0(i_1) - G_1(i_1)]u_2 - [G_1(i_0) - G_2(i_0)]u_1.$$

Таким образом, ток каждого временного узла зависит от приложенного напряжения, дискретных проводимостей, учитывающих частотные свойства грунта, и токов, определяющих изменение радиуса зоны ионизации, во все предыдущие моменты времени.

#### 2.4. Учет запаздывания ионизации грунта

Запаздывание процессов ионизации грунта будем моделировать запаздыванием изменения радиуса зоны ионизации (эквивалентного радиуса заземлителя).

Радиус зоны ионизации на фронте импульса тока

$$a' = a + (a_0 - a)e^{-(t-t_0)/\tau_1}, \quad (11)$$

где  $\tau_1$  – постоянная времени;  $t_0$  – время начала ионизации;  $a_0$  – радиус стержня;  $a$  – радиус зоны ионизации без учета запаздывания.

Максимальный радиус зоны ионизации  $a_{\max}$  имеет место в момент максимума тока при  $\tau_1 = 0$  или позднее при  $\tau_1 > 0$ . Этот момент времени обозначим  $t_{\max}$ .

Радиус зоны ионизации на спаде тока

$$a' = a + (a_{\max} - a)e^{-(t-t_{\max})/\tau_2}, \quad (12)$$

где  $\tau_2$  – постоянная времени.

При  $\tau_2 = 0$  имеем стандартный вариант реализации модели заземлителя увеличенных размеров, когда радиус уменьшается пропорционально току. При  $\tau_2 = \infty$  максимальный радиус зоны ионизации не уменьшается на спаде тока, аналогично работам [4, 7]. В остальных случаях имеем линейную комбинацию двух крайних вариантов.

Постоянные времени  $\tau_1$  и  $\tau_2$  в (11), (12) найдем далее при сравнении с экспериментальными данными.

### 3. РЕШЕНИЕ ТЕСТОВЫХ ЗАДАЧ И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Выполним решение задач по расчету заземлителей в ионизированном грунте, для которых известны экспериментальные данные.

Расчеты проводим аналитически – по модифицированной формуле СИГРЭ (эти результаты будут отображены на графиках) и численно – по модели заземлителя увеличенных размеров методом дискретных схем в компьютерной программе ZYM [14].

Будем описывать заземлитель импульсным сопротивлением – отношением максимума напряжения к максимуму тока импульса  $Z = \max u(t)/\max i(t)$  и мгновенным сопротивлением  $r(t) = u(t)/i(t)$ .

Величину критической напряженности выбираем заданной авторами экспериментов (или несколько корректируем ее). Постоянные времени в (5), (6) и (11), (12) подбираем из условия совпадения расчетов с экспериментом.

#### 3.1. Полусферический заземлитель

**Задача 1. А.Н. Данилин [5].** В сферический заземлитель диаметром  $d = 140$  мм, погруженный наполовину в грунт с удельным сопротивлением  $\rho = 1200$  Ом м, вводятся импульсы напряжения до 300 кВ с фронтом менее 1 мкс (рис. 4).

Расчеты по модифицированной формуле СИГРЭ с параметрами (табл. 1) хорошо согласуются с экспериментом (рис. 4).

#### 3.2. Стержневой заземлитель

**Задача 1. А. Geri [4].** В вертикальный стержень (рис. 5) вводится импульс тока с амплитудой 30.8 кА. Глубина погружения вертикального стержня (здесь и в остальных задачах) равна нулю.



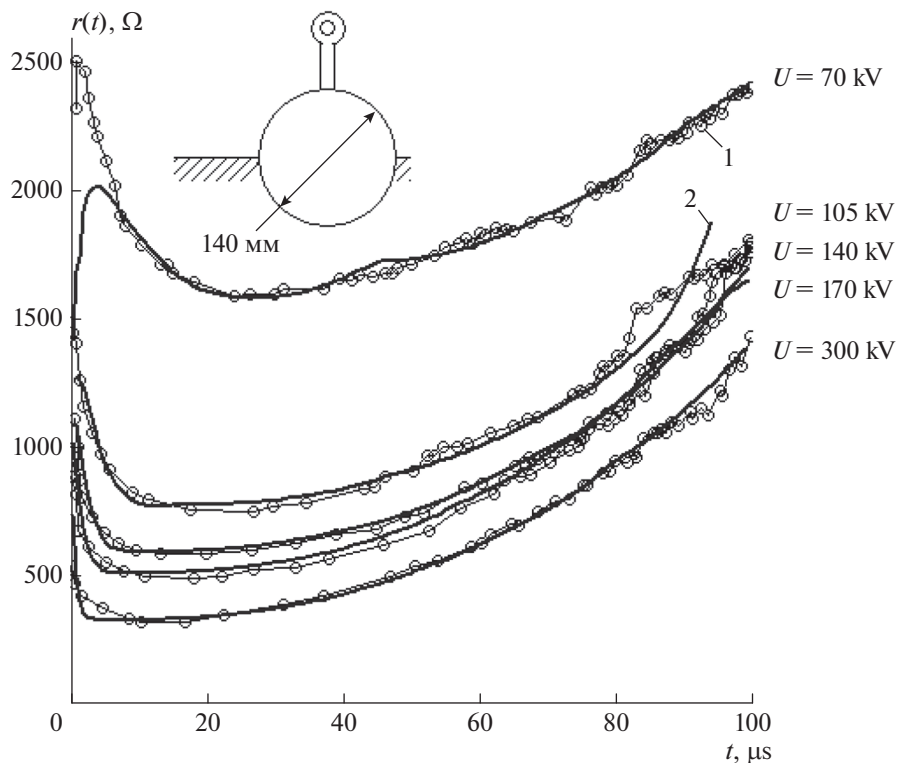


Рис. 4. Мгновенное сопротивление полусферического заземлителя при импульсах напряжения разной амплитуды  $U$ : 1 – эксперимент [5], 2 – расчет; рисунок заземлителя [5].

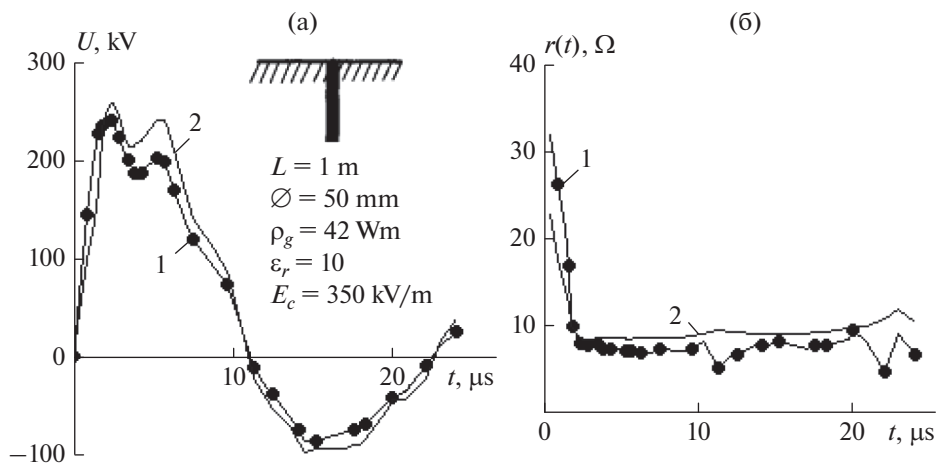


Рис. 5. Напряжение (а) и мгновенное сопротивление (б) вертикального стержня: 1 – эксперимент [4], 2 – расчет; рисунок заземлителя из [4].

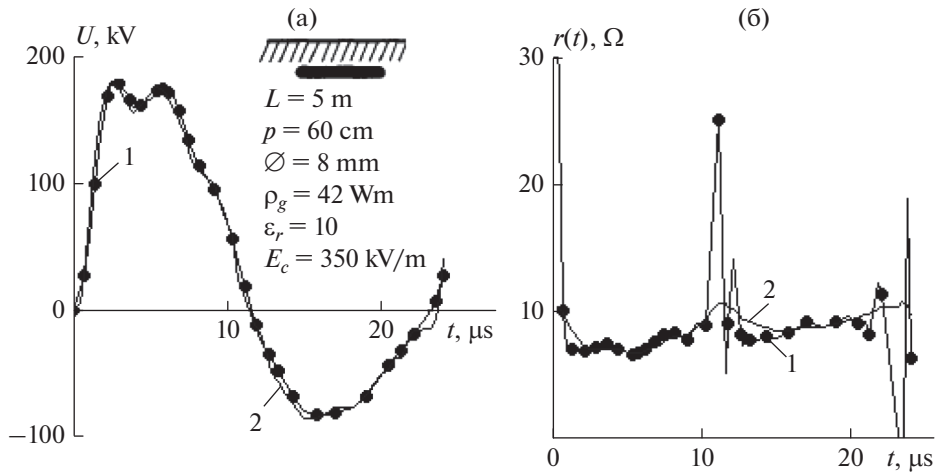


Рис. 6. Напряжение (а) и мгновенное сопротивление (б) горизонтального стержня: 1 – эксперимент [4], 2 – расчет; рисунок заземлителя из [4].

Расчеты с параметрами (табл. 1) хорошо согласуются с экспериментом (рис. 5).

**Задача 2. А. Geri [4].** В горизонтальный стержень (рис. 6) вводится импульс тока с амплитудой 26.2 кА.

Расчеты с параметрами (табл. 1) хорошо согласуются с экспериментом (рис. 6). Скачок мгновенного сопротивления (рис. 6б), рассчитанного по экспериментальным данным, вызван арифметической некорректностью формулы  $r(t) = u(t)/i(t)$  при переходе тока через ноль.

Таблица 1. Результаты расчетов заземлителей

Задача	$\rho, \text{ Омм}$	$U_m, \text{ кВ}$	$E_c, \text{ кВ/м}$	$R_0, \text{ Ом}$	$Z, \text{ Ом}$	$\alpha = Z/R_0$	$\tau_1, \text{ мкс}$	$\tau_2, \text{ мкс}$		
Сферический заземлитель										
1	1200	300	400	2730	316	0.116	0.5	110		
2	1200	170	380	2730	485	0.178	1	90		
3	1200	140	360	2730	576	0.211	1.5	85		
4	1200	110	350	2730	745	0.273	2.5	75		
5	1200	70	400	2730	1580	0.58	12	0		
Стержневой заземлитель										
1	42	240	350	27	8.3	0.31	0	0*	100	100*
2	42	180	350	11	6.9	0.62	1	0*	0	0*
3	81	120	125	25	10.5	0.42	3	1*	50	30*
4	157	166	170	64	23	0.36	3	4*	100	70*
5	371	149	70	150	26	0.17	2.5	3*	100	100*
7	150	134	300	92	50	0.54	3	6*	0	4*
8б	92	200	125	60	12	0.2	2	1.75*	80	80*
8с	92	89	100	60	23	0.39	3	4.5*	20	15*
9	1200	300	450	6160	400	0.064	1	2*	100	50*
10	250	1000	300	86	11.9	0.14	0	0*	500	500*

\* Результаты численных расчетов.

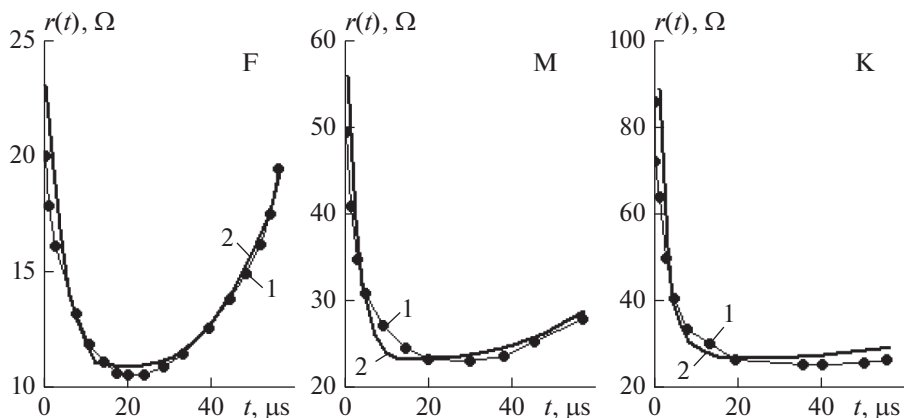


Рис. 7. Сопротивление заземлителей в грунте F, M, K: 1 – эксперимент [2], 2 – расчет.

**Задача 3. P.L. Bellaschi [2].** Вертикальный стержень длиной 3 м, радиусом 12.7 мм расположен в глине (грунт *F*). Стационарное сопротивление заземлителя  $R_0 = 25$  Ом, откуда удельное сопротивление грунта

$$\rho = \frac{R_0 \times 2\pi l}{\ln(2l/a) - 0.307} = 81 \text{ Ом м.}$$

Расчеты с параметрами (табл. 1) хорошо согласуются с экспериментом CSH-2184-CO [2] (рис. 7, F).

**Задача 4. P.L. Bellaschi [2].** Вертикальный стержень длиной 2.4 м, радиусом 8 мм расположен в песке (грунт *M*) с удельным сопротивлением  $\rho = 157$  Ом м.

Расчеты с параметрами (табл. 1) хорошо согласуются с экспериментом CSH-2184-CH [2] (рис. 7, M).

**Задача 5. P.L. Bellaschi [2].** Вертикальный стержень длиной 2.4 м, радиусом 8 мм, расположенный в песчано-гравийной смеси (грунт *K*), имеет стационарное сопротивление  $R_0 = 150$  Ом, откуда удельное сопротивление грунта  $\rho = 371$  Ом м.

Расчеты с параметрами (табл. 1) хорошо согласуются с экспериментом CSH-2184-CY [2] (рис. 7, K).

**Задача 6. S. Sekioka [7].** Вертикальный стержень длиной  $l = 1.5$  м, радиусом  $a = 7$  мм имеет стационарное сопротивление  $R_0 = 610$  Ом, откуда удельное сопротивление грунта на низкой частоте  $\rho = 1000$  Ом м. Критическая напряженность грунта  $E_c = 300$  кВ/м.

Грунт высокоомный, его частотные свойства проявляются в снижении удельного сопротивления в начальные моменты времени переходного процесса. Именно поэтому импульсное сопротивление заземлителя при малом токе (335 Ом) существенно меньше стационарного сопротивления (610 Ом). Этот эффект корректно учитывается в модифицированной формуле СИГРЭ, что подтверждается совпадением результатов расчета импульсного сопротивления стержня с экспериментом (рис. 8а).

**Задача 7. S. Sekioka [7].** Вертикальный стержень длиной  $l = 1.5$  м, радиусом  $a = 7$  мм расположен в грунте с удельным сопротивлением  $\rho = 150$  Ом м (электрод А). Стационарное сопротивление  $R_0 = 92$  Ом.

Расчеты с параметрами (табл. 1) хорошо согласуются с экспериментом (рис. 8б).

**Задача 8. A.C. Liew [3].** Вертикальный стержень диаметром  $d = 0.15$  м, длиной  $l = 0.61$  м расположен в грунте с удельным сопротивлением  $\rho = 92$  Ом м.

Расчеты с параметрами (табл. 1) хорошо согласуются с экспериментом при воздействии импульсов напряжения амплитудой  $U = 200$  кВ и  $U = 89$  кВ (рис. 9а).

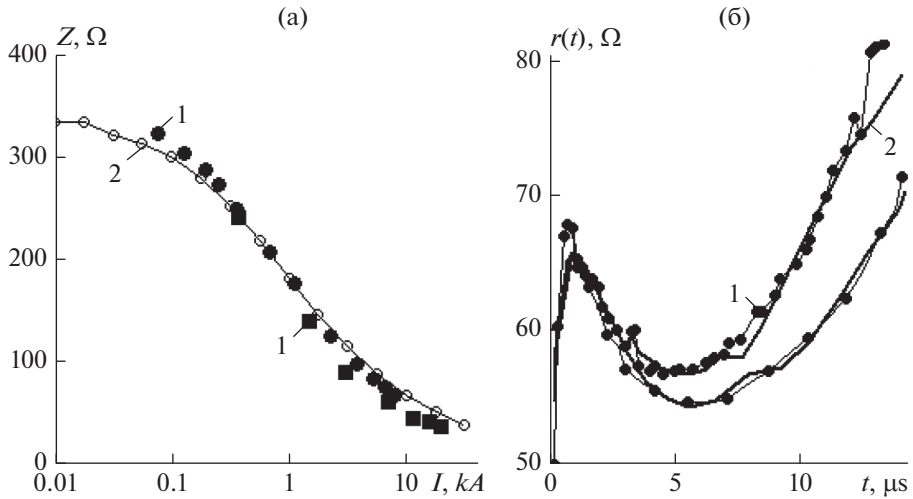


Рис. 8. Импульсное (а) и мгновенное (б) сопротивление вертикального стержня длиной 1.5 м, радиусом 7 мм в высокоомном (а) и низкоомном (б) грунте: 1 – эксперимент [7] при импульсах тока с фронтом порядка 1 мкс (точки) и 4 мкс (квадраты), 2 – расчет.

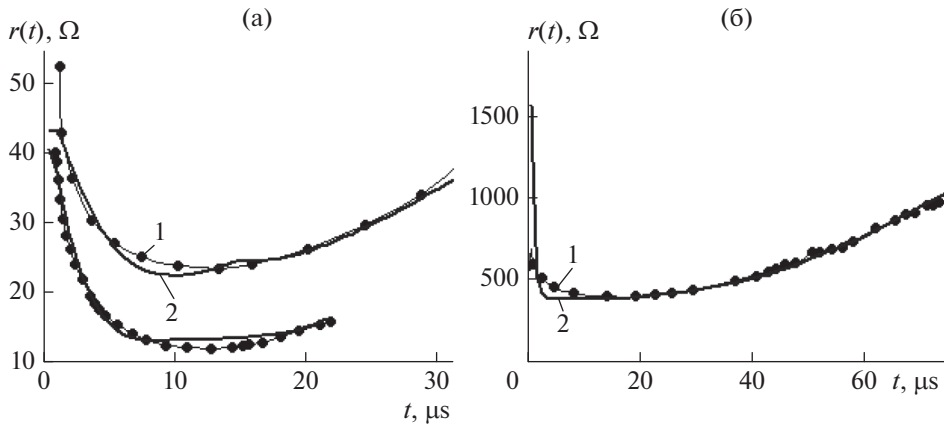


Рис. 9. Сопротивление стержня: (а) задача 8 при напряжении импульса  $U = 200$  кВ (нижний график) и  $U = 89$  кВ (верхний график), (б) задача 9; 1 – эксперимент, 2 – расчет.

**Задача 9. А.Н. Данилин [5].** Вертикальный стержень диаметром  $d = 3.5$  мм, длиной  $l = 150$  мм расположен в грунте с удельным сопротивлением  $\rho = 1200$  Ом м. В стержень вводится импульс напряжения амплитудой 300 кВ.

Стационарное сопротивление заземлителя равно

$$R_0 = \frac{\rho}{2\pi l} [\ln(4l/d) - 0.307] = 6160 \text{ Ом.}$$

Расчеты с параметрами (табл. 1) хорошо согласуются с экспериментом за исключением начальных точек (рис. 9б). Причина – шунтирующая емкость шин и генератора, которая способна существенно снизить перенапряжение в начальный момент времени при коротких импульсах (в экспериментах фронт импульса менее 1 мкс).

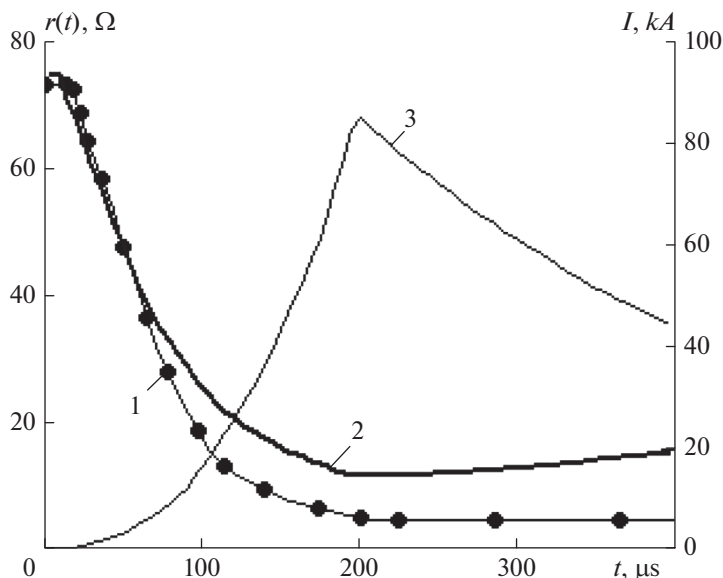


Рис. 10. Сопротивление стержня: 1 – эксперимент [6], 2 – расчет, 3 – ток импульса [6].

**Задача 10. исследователи из Сарова [6].** Вертикальный стержень диаметром  $d = 50$  мм, длиной  $l = 2.25$  м расположен в грунте с удельным сопротивлением  $\rho = 250$  Ом м (определено для заданного стационарного сопротивления). В стержень вводится импульс тока амплитудой 86 кА. Критическая напряженность  $E_c = 300$  кВ/м.

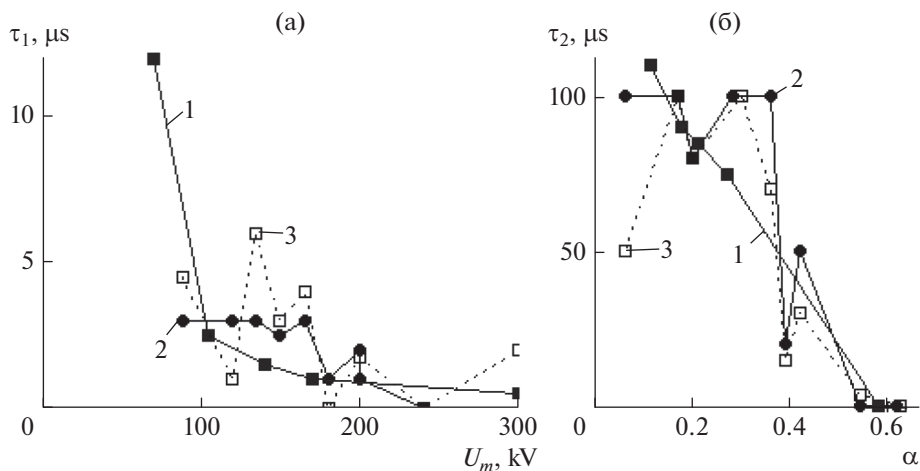
Расчеты с параметрами (табл. 1) хорошо согласуются с экспериментом при токах до 10 кА, но дают завышенные значения с увеличением тока (рис. 10). Причина расхождений связана с возникновением искровых разрядов по поверхности земли (установлено авторами [6]), где критическая напряженность меньше, чем в грунте. Действительно, если плавно уменьшать  $E_c$  с 300 до 100 кВ/м при  $I > 10$  кА расчеты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

### 3.3. Анализ результатов решения тестовых задач

Обобщим и проанализируем результаты решения задач (табл. 1).

Критическая напряженность грунта является основным параметром, определяющим ионизацию грунта. Выбор  $E_c = 300\text{--}400$  кВ/м согласно [18] и рекомендациям СИГРЭ в целом согласуется с экспериментальными данными (табл. 1). Существенно меньшие значения (задача 5 и 8с) относятся к ранним экспериментам [2, 3].

Постоянная времени  $\tau_1$  (5), (11) определяет запаздывание процесса ионизации грунта, аналогично модели Liew [3]. Результаты данной работы (рис. 11а) в целом согласуются с [3], где  $\tau_1 = 1.5\text{--}2$  мкс. Для полусферического заземлителя, данные для которого получены в ходе одного эксперимента [5], зависимость постоянной времени от напряжения импульса близка к гиперболической, что согласуется с [19]. Для стержневых заземлителей данные получены при разных размерах, в разных грунтах, с разной влажностью и т.д., отсюда разброс результатов. Тем не менее наблюдается корреляция между постоянной времени  $\tau_1$  и напряжением импульса (рис. 11а) – с увеличением напряжения постоянная  $\tau_1$  уменьшается, а при  $U > 300$  кВ близка к нулю. При проектировании заземлителей ПС и ВЛ (с нормативными токами молнии 100–200 кА) напря-



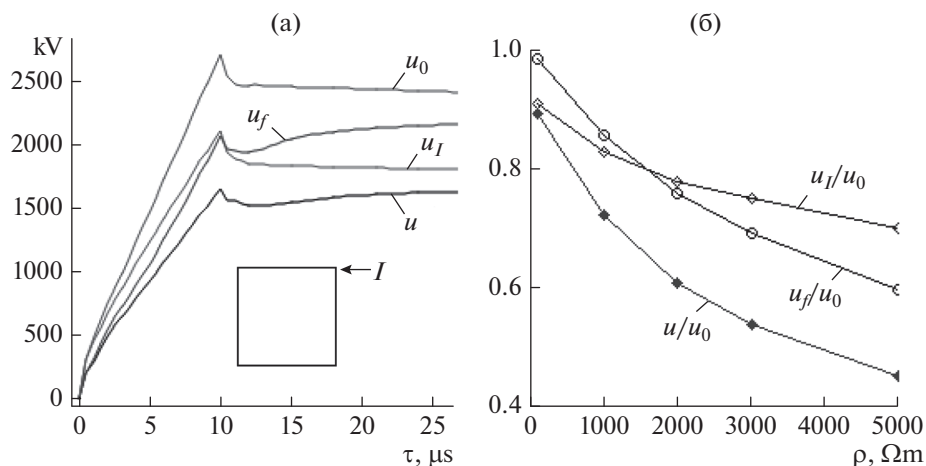
**Рис. 11.** Постоянные времени: (а)  $\tau_1$  в функции амплитуды импульса напряжения, (б)  $\tau_2$  в функции импульсного коэффициента для: 1 – полусферического заземлителя, 2 – стержневого заземлителя (расчет по модифицированной формуле СИГРЭ), 3 – стержневого заземлителя (численный расчет) в задачах 1–9.

жение заземлителя существенно превышает 300 кВ, тогда можно принять  $\tau_1 = 0$ . Есть и другие аргументы. Горизонтальные заземлители ВЛ и ПС выполняются шинами, вертикальные стержни заострены, что приводит к локальному усилению электрического поля. Экспериментально установлено [20], что при замене проводника круглого сечения на уголок ионизация грунта (в резко неоднородном поле) начинается практически мгновенно.

Постоянная  $\tau_2$  (6), (12) имеет смысл постоянной времени восстановления исходной электропроводности грунта в зоне ионизации после прекращения тока. Рассмотрим крайние случаи. При  $\tau_2 = 0$  радиус зоны ионизации уменьшается пропорционально уменьшению тока, т.е. электропроводность грунта при сужении зоны ионизации, восстанавливается мгновенно. При  $\tau_2 = \infty$  радиус зоны ионизации не уменьшается на спаде тока, т.е. электропроводность зоны ионизации восстанавливается бесконечно долго.

Наблюдается корреляция между постоянной  $\tau_2$  и импульсным коэффициентом  $\alpha = Z/R_0$  (отношение импульсного сопротивления к стационарному сопротивлению) (рис. 11б). При малом импульсном коэффициенте, что означает достаточно большие запасы энергии в искровых каналах для поддержания разрядных процессов на спаде импульса, величина постоянной  $\tau_2$  составляет десятки и сотни мкс. Вариант с  $\tau_2 = \infty$  [4, 7], адекватен в данном случае. При большом импульсном коэффициенте  $\alpha > 0.5$ , что свидетельствует о малой интенсивности разрядных процессов и малых запасах энергии, постоянная  $\tau_2$  близка к нулю. Здесь адекватен вариант с  $\tau_2 = 0$ . Переход от одного крайнего варианта к другому происходит в диапазоне  $\alpha = 0.4–0.5$ , т.е. довольно быстро, что в первом приближении дает основание использования только двух крайних вариантов. В практических задачах двукратное снижение сопротивления из-за ионизации грунта возникает редко, поэтому в большинстве случаев  $\alpha > 0.5$  и можно принять  $\tau_2 = 0$ .

Таким образом, стандартный вариант реализации модели заземлителя увеличенных размеров при  $\tau_1 = 0$ ,  $\tau_2 = 0$ , когда изменение размеров заземлителя пропорционально току (без запаздывания во времени), можно рекомендовать при проектировании заземлителей ВЛ и ПС с нормативными токами молнии.



**Рис. 12.** Напряжение заземлителя:  $u_0$  – без учета частотных свойств и ионизации грунта,  $u_f$  – с учетом частотных свойств грунта,  $u_I$  – с учетом ионизации грунта,  $u$  – с учетом частотных свойств и ионизации грунта при (а)  $\rho = 2000 \text{ Ом м}$ , (б)  $\rho = \text{var}$ ,  $E_c = 300 \text{ кВ/м}$ .

#### 4. РЕШЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

**Задача 1.** В угол заземляющего контура размером  $50 \times 50 \text{ м}$  с глубиной погружения  $1 \text{ м}$  вводится импульс тока с амплитудой  $100 \text{ кА}$  и линейным фронтом длительностью  $10/350 \text{ мкс}$ . Выясним, как влияет ионизация и частотные свойства грунта на перенапряжение заземлителя в грунтах с разным удельным сопротивлением.

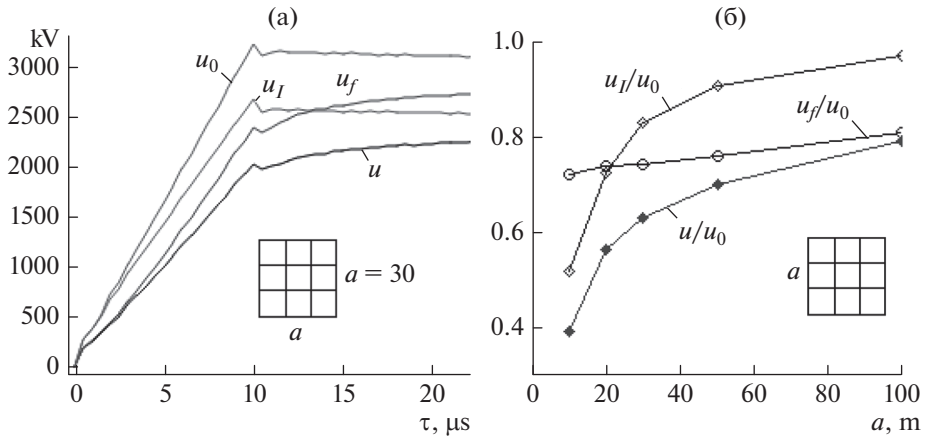
Для заземлителя в грунте с удельным сопротивлением  $\rho = 2000 \text{ Ом м}$  рассчитаны входные напряжения без учета и с учетом частотных свойств и ионизации грунта в течение всего периода наблюдений (рис. 12а). Для количественной оценки влияния каждого фактора в снижении перенапряжений (по отдельности и совместно) построены графики относительных величин для момента времени  $t = 10 \text{ мкс}$  (рис. 12б).

Установлено (рис. 12б), что ионизация грунта является основным фактором снижения перенапряжений при  $\rho < 2000 \text{ Ом м}$ . При  $\rho > 2000 \text{ Ом м}$  уже частотные свойства грунта становятся главным фактором снижения перенапряжений. Совместный учет частотных свойств и ионизации грунта приводит к двукратному и более снижению перенапряжения при  $\rho > 4000 \text{ Ом м}$ .

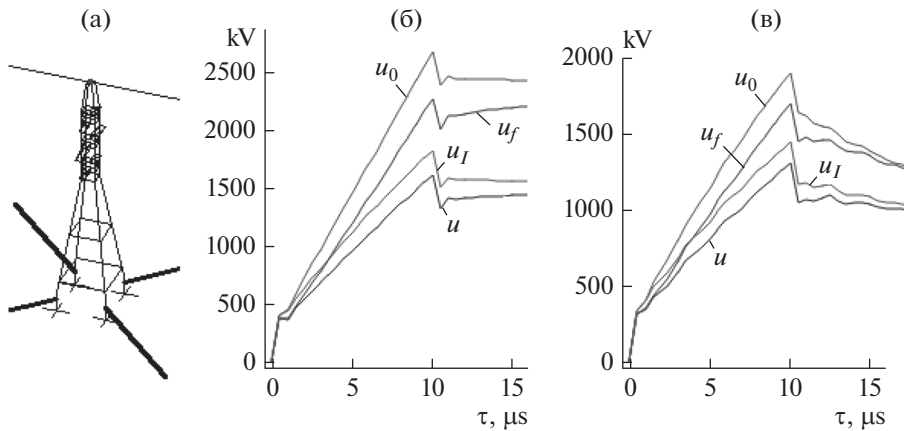
Таким образом, с учетом ионизации и частотных свойств грунта уровень перенапряжений снижается и тем больше, чем выше удельное сопротивление грунта. Типовой подход к решению данной задачи в высокоомном грунте ( $\rho > 1000 \text{ Ом м}$ ) без учета этих двух факторов недопустим.

**Задача 2.** В угол заземляющей сетки (рис. 13), расположенной на глубине  $1 \text{ м}$  в грунте с удельным сопротивлением  $\rho = 2000 \text{ Ом м}$ , вводится импульс тока амплитудой  $100 \text{ кА}$  с линейным фронтом длительностью  $10/350 \text{ мкс}$ . Выясним, как влияет ионизация и частотные свойства грунта на перенапряжение сеток разных размеров.

С увеличением размеров заземлителя плотность стекающего тока уменьшается, что существенно снижает влияние ионизации грунта на напряжение заземлителя (рис. 13). Для сетки  $100 \times 100 \text{ м}$  снижение напряжения – менее  $5\%$ , для сетки  $50 \times 50 \text{ м}$  –  $10\%$ . В первом случае ионизация грунта практически не влияет на параметры заземлителя, во втором случае и для заземлителей меньших размеров ионизацию грунта следует учитывать при проектировании заземлителей. Снижение напряжения за счет частотных свойств грунта является существенным ( $20\text{--}25\%$ ) независимо от размеров заземлителя.



**Рис. 13.** Напряжение заземлителя:  $u_0$  – без учета частотных свойств и ионизации грунта,  $u_f$  – с учетом частотных свойств грунта,  $u_I$  – с учетом ионизации грунта,  $u$  – с учетом частотных свойств и ионизации грунта; в функции: (а) времени, (б) размера сетки при  $t = 10$  мкс;  $E_c = 300$  кВ/м, размер ячейки 10 м.



**Рис. 14.** Расчетная модель (а) и напряжение опоры без троса (б), напряжение опоры с тросом (в):  $u_f$  – с учетом частотных свойств грунта,  $u_I$  – с учетом ионизации грунта,  $u$  – с учетом частотных свойств и ионизации грунта;  $E_c = 300$  кВ/м.

**Задача 3.** В опору ВЛ вводится импульс тока амплитудой 100 кА с линейным фронтом длительностью 10/350 мкс (рис. 14а). Заземлитель опоры представлен фундаментами и четырьмя горизонтальными стержнями диаметром 20 мм, длиной 20 м, заглубленными на 1 м. Выясним, как влияет ионизация и частотные свойства грунта на перенапряжение опоры с грозозащитным тросом и без него при удельном сопротивлении грунта  $\rho = 1000$  Ом м.

Для опоры без троса снижение напряжения в конце фронта импульса составляет:  $u_f/u_0 = 0.85$  – за счет частотных свойств грунта,  $u_I/u_0 = 0.68$  – за счет ионизации грунта,  $u/u_0 = 0.6$  – за счет частотных свойств и ионизации грунта совместно (рис. 14б).



При наличии грозозащитного троса 20% тока молнии ответвляется в соседние опоры (в расчетной модели по три опоры с каждой стороны через 300 м). Влияние частотных свойств и ионизации грунта несколько уменьшается (по сравнению с опорой без троса), но остается существенным:  $u_f/u_0 = 0.89$ ,  $u_f/u_0 = 0.76$ ,  $u_f/u_0 = 0.69$  (рис. 14в).

## ВЫВОДЫ

Ионизация и частотные свойства грунта – два основных фактора снижения сопротивления заземлителя при растекании токов молнии. Ионизация грунта тем сильнее, чем выше плотность стекающего тока и удельное сопротивление грунта. Частотные свойства высокоомного грунта проявляются в значительном снижении удельного сопротивления в начале переходного процесса. Современный подход к расчету заземлителей молниезащиты предполагает учет частотных и нелинейных характеристик параметров грунта, заданных одновременно.

Для инженерных расчетов простых заземлителей в ионизированном грунте применяется формула СИГРЭ, модифицированный вариант которой применим для заземлителей в высокоомном грунте.

При численных расчетах ионизация грунта моделируется увеличением размеров заземлителей (радиуса и длины стержней). Развитие модели заземлителя увеличенных размеров, сделанное в настоящей работе, заключается в учете запаздывания ионизационных процессов и повышении точности расчета проводников большого диаметра.

Расчет импульсных процессов заземлителей производится методом дискретных схем. Разработана дискретная модель заземлителя в грунте, обладающем частотно-зависимыми и токо-зависимыми параметрами одновременно.

Решена серия тестовых задач разных исследователей, где получено хорошее совпадение расчетов по модифицированной формуле СИГРЭ и численных расчетов с экспериментальными данными при подборе двух постоянных времени. Обобщение результатов позволило установить корреляционные связи постоянных времени с напряжением импульса и импульсным коэффициентом. На этом основании показано, что при решении практических задач с импульсами напряжения более 300 кВ и импульсным коэффициентом более 0.5 можно принять, что сопротивление заземлителя изменяется пропорционально стекающему току. Это положение реализовано в стандартной модели заземлителя увеличенных размеров, но ранее не имело обоснования.

Выполнен расчет типовых заземлителей ВЛ и ПС. Определены уровни снижения перенапряжений при учете частотных свойств и ионизации грунта. Показано, что с этими факторами следует считаться при проектировании заземлителей в высокоомном грунте.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рябкова Е.Я.* Заземления в установках высокого напряжения. М.: Энергия, 1978. – 224 с.
2. *Bellaschi P.L., Armington R.E., Snowden A.E.* Impulse and 60-cycle characteristics of driven grounds-II. AIEE Trans., 1942, V. 61, pp. 349–363.
3. *Liew A.C., Darveniza M.* Dynamic model of impulse characteristics of concentrated earths. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. 1974. V. 121. № 2. P. 123–135.
4. *Geri A.* Behaviour of Grounding Systems Excited by High Impulse Currents: the Model and Its Validation. IEEE Trans. Power Delivery, 1999. V. 14. № 3. P. 1008–1017.
5. *Данилин А.Н., Ивонин В.В.* Экспериментальные исследования импульсных характеристик сосредоточенных заземлителей // Труды Кольского научного центра РАН. 2014. № 3 (22). С. 27–32.
6. *Selemir V.D., Terekhin V.A., Kravchenko A.S., Vilkov Yu.V., Zolotov V.A., Yuryzhev A.S.* Investigation of spark discharge in the ground on reproduction a lightning current pulse by means of EMG. 2005 IEEE Pulsed Power Conference. P. 541–544.
7. *Sekioka S., Lorentzou M.I., Philippakou M.P., Prousalidis J.M.* Current-dependent grounding resistance model based on energy balance of soil ionization. IEEE Trans. Power Del., 2006, V. 21. № 1. P. 194–201.

8. *Alipio R., Visacro S.* Modeling the frequency dependence of electrical parameters of soil. IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, 2014, V. 56. № 5. P. 1163–1171.
9. *Анненков В.З.* Искрообразование в земле вокруг заземлителей молниезащиты // Электричество. 1993. № 12. С. 15–20.
10. *Sekioka S.* Frequency and current-dependent grounding resistance model for lightning surge analysis. IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, 2018, V. 61. № 2. P. 419–425.
11. *Шишигин С.Л., Черепанов А.В., Шишигин Д.С.* Моделирование заземлителя в грунте с частотно-зависимой удельной проводимостью // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2018. Т. 24. № 3. С. 91–101.
12. *Данилин А.Н., Ивонин В.В.* Зондовые измерения процессов растекания импульсных токов в увлажненном грунте // Труды Кольского научного центра РАН. 2014. № 7 (26). С. 31–35.
13. *Шишигин С.Л., Черепанов А.В., Шишигин Д.С.* Импульсный метод измерения сопротивлений заземлителей // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2019. Т. 25. № 2. С. 30–41.
14. *Шишигин С.Л., Шишигин Д.С.* Расчет заземлителей (монография). Вологда: ВоГУ, 2020. 219 с.
15. *Колечицкий Е.С.* Расчет электрических полей устройств высокого напряжения. М.: Энергоатомиздат, 1983. 168 с.
16. *Dommett H.W.* Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single- and Multi-phase Networks. IEEE Trans. Power Apparatus and Systems. 1969. V. PAS-88. № 4. P. 388–399.
17. *Демирчян К.С., Бутьрин П.А.* Моделирование и машинный расчет электрических цепей. М. Высш. школа, 1988. 335 с.
18. *Mousa A.M.* The soil ionization gradient associated with discharge of high currents into concentrated electrodes. IEEE Trans. Power Delivery, 1994. V. 9, № 3. P. 1669–1677.
19. *He J., Zhang B., Zeng R.* Experimental studies of impulse breakdown delay characteristics of Soil. IEEE Trans. Power Delivery, 2011. V. 26. № 3. P. 1600–1607.
20. *Данилин А.Н., Ивонин В.В., Куклин Д.В.* Лабораторные исследования процессов искрообразования в увлажненном грунте в зависимости от амплитуды и длительности импульсного напряжения на заземленном устройстве // Труды Кольского научного центра РАН. 2013. № 4 (17). С. 38–55.

### Calculation of Grounding Devices Taking into Account Ionization and Frequency Properties of the Soil

S. L. Shishigin<sup>a, \*</sup>, D. S. Shishigin<sup>a</sup>, and I. N. Smirnov<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Vologda State University, Vologda, Russia*

*\*e-mail: ctod28@yandex.ru*

The soil ionization caused by the flow of lightning currents leads to a significant decrease of the impedance of small grounding devices and grounding devices in high-resistance soil. The resistivity of high-resistance soil depends on the frequency, which poses the task of calculating grounding devices in the soil with nonlinear and frequency-dependent parameters set simultaneously. A modified version of the SIGRE formula has been developed for the analytical calculation of grounding devices at high currents, taking into account the frequency properties of the soil. In numerical calculations, the ionization zone is modeled by increasing the size of the grounding conductor. The standard formulas for calculating the resistance of grounding devices are obtained for a thin conductor, therefore inadequate for large diameter rods have been replaced by formulas of the integral equations method. The calculation of pulse processes is carried out in the time domain by the discrete circuits method. The parameters of a discrete model of a grounding conductor in the soil with frequency-dependent and nonlinear parameters set simultaneously are determined. A series of test problems with hemispherical and rod grounding devices was solved, the results of which were compared with experimental data (Bellaschi, Geri, Sekioka, Danilin, researchers from Sarov) to confirm the reliability of the developed models and methods. Practical problems of calculating grounding devices of transmission lines and electrical power substations in high-resistance soil at high currents have been solved.

**Keywords:** lightning current, grounding conductor, high-resistance soil, soil ionization, frequency properties of soil, SIGRE formula, discrete models, computer modeling, comparison with experiment