

---

---

УДК 621.311:697.34

## КОМПЛЕКСНОЕ НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ РЫНКОВ ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ

© 2023 г. В. А. Стенников<sup>1</sup>, \*, О. В. Хамисов<sup>1</sup>, \*\*, А. В. Пеньковский<sup>1</sup>, \*\*\*

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт систем энергетики  
им. Л.А. Мелентьева СО РАН, Иркутск, Россия

\*e-mail: sva@isem.irk.ru

\*\*e-mail: Khamisov@isem.irk.ru

\*\*\*e-mail: penkoffsky@isem.irk.ru

Поступила в редакцию 11.04.2023 г.

После доработки 16.06.2023 г.

Принята к публикации 23.06.2023 г.

Теплоснабжение представляет важнейшую сферу предоставления энергетических услуг, оказываемых широкому кругу потребителей. Эта отрасль определяет благосостояние общества, социальную стабильность и конкурентоспособность экономики многих стран мира. Процессы либерализации энергетики, начатые в начале 90-х XX века, привели к появлению новых форм управления теплоснабжением на базе рыночного взаимодействия производителей и потребителей тепловой энергии. В условиях рынка проблема оптимизации теплоснабжающих систем существенно усложняется, и ее структуризация становится многовариантной в зависимости от особенностей организации отрасли. Для решения задач оптимального функционирования и развития теплоснабжающих систем в изменившихся условиях наряду с существующими методами оптимизации появляется необходимость в использовании новых подходов, ориентированных на решение задач в некоторых специфических неопределенных ситуациях, характеризующихся противоречивыми интересами сторон, и нередко определяемыми как конфликтные. В работе представлен комплексный научно-методический подход на основе математического моделирования для решения задач по управлению развитием и функционированию теплоснабжающих систем в условиях рыночной экономики.

*Ключевые слова:* теплоснабжающие системы, системный анализ, рынок тепловой энергии, математическое моделирование, оптимизация

DOI: 10.31857/S0002331023050060, EDN: CZENTI

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Теплоснабжение России, большая часть которой расположена на территории с суровым климатом, является важнейшей социальной отраслью экономики, во многом определяющей энергетическую безопасность страны. Теплоснабжение потребителей осуществляется в теплоснабжающих системах (ТСС), как правило в централизованных системах на базе теплофикации. Преимущества централизованного теплоснабжения неоспоримы – это и экономия топлива и затрат на его транспортировку, значительный рост производительности труда в тепловом хозяйстве, возможность эффективного оздоровления воздушного бассейна городов и др. В настоящее время

российские ТСС включает в себя около 50 тыс. локальных систем [1], которые обслуживает более 21 тыс. предприятий. Объемы потребления тепловой энергии (ТЭ) составляют более 2 млрд Гкал в год, из которых 1300 млрд Гкал приходится на системы централизованного теплоснабжения. Годовой оборот от реализации тепловой энергии оценивается в размере 1.5 трлн руб., или порядка 2% от ВВП страны.

С начала рыночных реформ 1990-х и процессов либерализации в энергетике России в ТСС появилось множество собственников, что привело к формированию новых экономических отношений между производителями, поставщиками и потребителями тепловой энергии и созданию рынка тепла. Процесс преобразования ТСС, формирование новой модели теплового рынка, мотивация (заинтересованность) в техническом и технологическом совершенстве, целесообразность формирования эффективной инфраструктуры теплогенерирующей мощности, тепловых сетей привело к тому, что вопросы перспективного развития ТСС стали приобретать все большую актуальность.

В связи с этим возникает необходимость по созданию методической базы, позволяющей осуществлять постановку задач и реализацию решений, связанных с развитием ТСС обеспечивающих их эффективное функционирование и развитие в условиях множества интересов участников процесса теплоснабжения потребителей.

В соответствии с изложенным выбор обоснованных направлений развития ТСС в рыночных условиях перерастает в важнейшую экономическую проблему, особенно в рамках осуществляемой в Российской Федерации реформы теплоснабжения. Решения этой проблемы предъявляет высокие требования к методике исследования перспективных направлений развития ТСС. Основные положения такого научно-методического обеспечения, базирующейся на системных исследованиях, под которым понимается направление методологии познания, в основе которого лежит исследование объектов как систем [2].

Инструментом системных исследований ТСС в условиях рынка является математическое моделирование с учетом их внутренних и внешних связей, т.е. рассмотрение ТСС как единого технологического комплекса включающего в себя разнотипные источники тепловой энергии (ИТ), тепловые сети (ТС) и множество потребителей ТЭ. В качестве базовых научно-методических основ для моделирования ТСС выступают разработанные в ИСЭМ СО РАН математические модели и методы теории гидравлических цепей [3], а для исследований ТСС в условиях рынка различные математические методы, в частности, это подходы теории игр [4], сетевые потоковые модели [5], двухуровневое программирование [6], а также элементы микроэкономики [7]. Взаимосвязь задач (развития и функционирования) и методов исследования рынков тепловой энергии при различных формах их организации показана на рис. 1.

Из рис. 1 видно, что существуют две основные модели организации рынка тепловой энергии, конкурентная и монополярная модели, которые в свою очередь могут проявляться в различных формах в зависимости от специфики развития отрасли. В зависимости от поставленной задачи и формах организации теплового бизнеса применяются различные подходы для их решения, при этом базовыми моделями для их описания и математического моделирования выступают теория гидравлических цепей и системные исследования в энергетике. Ниже дается краткое описание новых подходов к моделированию ТСС при различных формах организации локальных рынков тепловой энергии для задач их функционирования и развития.



Рис. 1. Взаимосвязь задач и методов исследования рынков тепловой энергии.

## 2. ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ ТЕОРИИ ИГР В ЗАДАЧАХ РАЗВИТИЯ ТСС

Переход к рыночной экономике в стране неизбежно привел к формированию соответствующих условий в управлении организацией теплоснабжения потребителей. В настоящее время на рынке тепловой энергии появилось множество энергоснабжающих организаций, представляющих интересы различных собственников: муниципальные унитарные теплоэнергетические предприятия, теплоснабжающие предприятия ПАО-энерго, производственные компании и другие. Каждый из собственников стремится получить наибольшую выгоду от своей деятельности, поэтому при решении задачи организации функционирования и развития ТСС, в сложившихся рыночных условиях, требуется применение новых подходов к их моделированию и решению возникающих при этом задач. Наряду с развитием существующих методов оптимизации ТСС необходима разработка и применение новых методов, учитывающих интересы всех участников рынка тепловой энергии. Одним из математических аппаратов позволяющих находить компромиссные решения в условиях несовпадающих интересов субъектов отношений в ТСС являются модели и методы теории игр.

Для решения задач развития (на перспективные тепловые нагрузки) ТСС в условиях конкурентного рынка тепловой энергии разработана математическая модель, позволяющая описывать взаимодействия (поведения) ИТ, принадлежащих различным собственникам и работающим на единые тепловые сети, в форме бескоалиционной игры [4]:

$$G = \left\langle J_{\text{ИТ}}, \{Q_j^{\text{ИТ}}\}_{j \in J_{\text{ИТ}}}, \{P_j^{\text{ИТ}}(Q_j^{\text{ИТ}})\}_{j \in J_{\text{ИТ}}}\right\rangle, \quad (1)$$

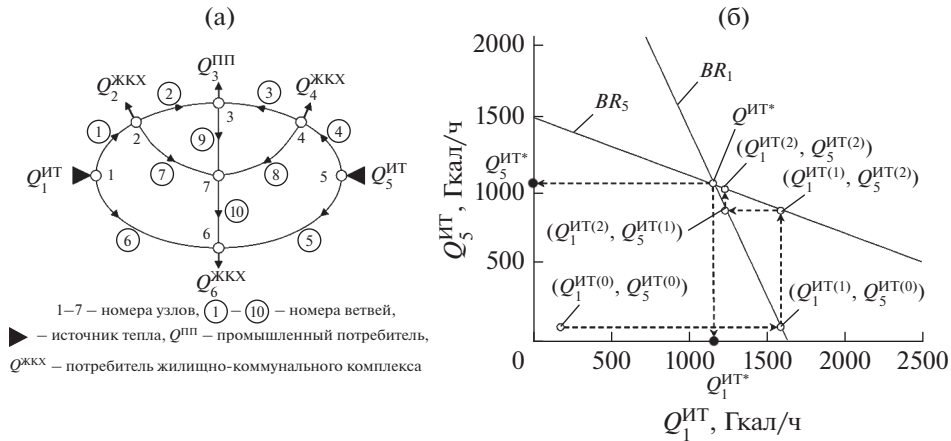


Рис. 2. Процедура поиска равновесного решения в теплоснабжающей системе.

где  $G$  – игра в нормальной форме;  $J_{ИТ}$  – множество игроков (ИТ);  $\{Q_j^{ИТ}\}_{j \in J_{ИТ}}$  – стратегии игроков (объемы производства тепловой энергии);  $\{\Pi_j^{ИТ}(Q_j^{ИТ})\}_{j \in J_{ИТ}}$  – функции выигрыша игроков (прибыль получаемая от реализации ТЭ).

Детальное описание разработанной игровой математической модели представлено в [8, 9]. Основной ее особенностью является учет в единой постановке источников тепловой энергии и тепловых сетей с характерными для них физико-техническими и экономическими свойствами, а также разнотипных потребителей.

Поиск равновесного решения (равновесие спроса и предложения) на конкурентном рынке тепловой энергии с помощью разработанной игровой математической модели, осуществляется комбинированным методом. Он базируется на применении игрового последовательного итерационного процесса (процесс нащупывания по Курно [4]), с использованием внутри цикла метода избыточных проектных схем с последующим применением метода простой итерации.

Процесс поиска равновесия спроса и предложения с помощью процесса нащупывания по Курно может быть представлен в графическом виде на примере ТСС с двумя конкурирующими ИТ (рис. 2а). Рассмотрим формирование вычислительной процедуры в декартовой системе координат (рис. 2б), в которой ось абсцисс соответствует производительности тепловой энергии первого ИТ ( $Q_1^{ИТ}$ ), а ось ординат – производительности тепловой энергии второго ИТ ( $Q_5^{ИТ}$ ).

Линии  $BR_1$  и  $BR_5$  представляют собой кривые реакции [4] первого и второго ИТ соответственно и отражают множество значений объемов производства ТЭ соответствующих максимальной прибыли, которую мог бы получить один из ИТ при заданном объеме производства ТЭ другим ИТ. Процедура поиска равновесия, согласно рис. 2б, начинается с точки  $(Q_1^{ИТ(0)}, Q_5^{ИТ(0)})$ , затем каждый ИТ последовательно оптимизирует свой объем производства тепла, исходя из возможности получения им максимальной прибыли при заданном объеме производства ТЭ другим источником. Последовательность данной процедуры имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} (Q_1^{\text{ИТ}(0)}, Q_5^{\text{ИТ}(0)}) \rightarrow (Q_1^{\text{ИТ}(1)}, Q_5^{\text{ИТ}(0)}) \in BR_1 \rightarrow (Q_1^{\text{ИТ}(1)}, Q_5^{\text{ИТ}(1)}) \in BR_5 \rightarrow \dots \\ \dots \rightarrow (Q_1^{\text{ИТ}(e)}, Q_5^{\text{ИТ}(e-1)}) \in BR_1 \rightarrow (Q_1^{\text{ИТ}(e)}, Q_5^{\text{ИТ}(e)}) \in BR_5 \rightarrow \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Полученные в итерационном процессе (согласно направлению стрелки на рис. 26) объемы производства ТЭ ИТ соответствуют равновесию по Нэшу, т.е. такому состоянию, при котором каждый ИТ в одиночку (используя только свой уровень производства ТЭ при фиксированных объемах производства ТЭ конкурентов) не может увеличить свою прибыль, т.е.:

$$P_j^{\text{ИТ}}(Q_j^{\text{ИТ}*}, Q_{-j}^{\text{ИТ}*}) \geq P_j^{\text{ИТ}}(Q_j^{\text{ИТ}}, Q_{-j}^{\text{ИТ}*}) \forall Q_j^{\text{ИТ}} \in [Q_{j\_min}^{\text{ИТ}}, Q_{j\_max}^{\text{ИТ}}], \quad j \in J_{\text{ИТ}}, \quad (3)$$

где  $Q_{j\_min}^{\text{ИТ}}$  и  $Q_{j\_max}^{\text{ИТ}}$  – минимальный и максимальный уровни производства ТЭ источником  $j$  соответственно;  $-j$  – символ, принятый в теории игр [4], который обозначает вектор  $Q^{\text{ИТ}}$  без компоненты  $j$ :  $Q_{-j}^{\text{ИТ}} = (Q_1^{\text{ИТ}}, \dots, Q_{j-1}^{\text{ИТ}}, Q_{j+1}^{\text{ИТ}}, \dots, Q_j^{\text{ИТ}})$ .

Разработанная игровая математическая модель ориентирована на нахождение объемов производства тепла, цен производства и покупки ТЭ, при которых ИТ имеют максимальную прибыль, потребители готовы покупать произведенное количество тепла по сложившейся конъюнктуре цен, а теплосетевая компания обеспечивает доставку этого количества тепла от источников до потребителей с минимальными затратами в тепловые сети.

### 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МОНОПОЛЬНОГО РЫНКА ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ

#### 3.1. Моделирование монопольного рынка тепловой энергии на базе подходов микроэкономики

Современные ТСС во многих странах мира [10–17] организованны в виде естественной монополии в рамках Единой теплоснабжающей организации (ЕТО), которая объединяет в себе все виды деятельности (производство и транспортировка ТЭ), связанные с теплоснабжением потребителей. В рамках данной модели отсутствует конкуренция между источниками, а тепловые сети представляют монопольную структуру. Вместе с тем это может быть вполне обоснованным решением при ограниченном количестве ИТ, что имеет место в теплоснабжении.

В настоящее время среди наиболее распространенных подходов для моделирования возможных ситуаций в условиях монопольного рынка можно выделить классическую микроэкономическую модель монополии [18]. Она является одной из универсальных моделей для анализа функционирования и развития различных рынков, в том числе адекватных тепловому бизнесу.

На тепловом рынке поведение ЕТО определяется стремлением получить максимум прибыли в результате удовлетворения заданного спроса на ТЭ со стороны потребителей, при этом в функции цели наряду с затратами на производство тепловой энергии учитываются затраты, связанные с ее транспортировкой до каждого потребителя:

$$P^{\text{ЕТО}} = w \sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} Q_j^{\text{ИТ}} - Z^{\text{Total}} \rightarrow \max, \quad (4)$$

где  $w$  – цена тепловой энергии ЕТО, которая представлена в виде обратной функции спроса;  $Q_j^{\text{ИТ}}$  – объем производства тепловой энергии  $j$ -ым источником тепла;

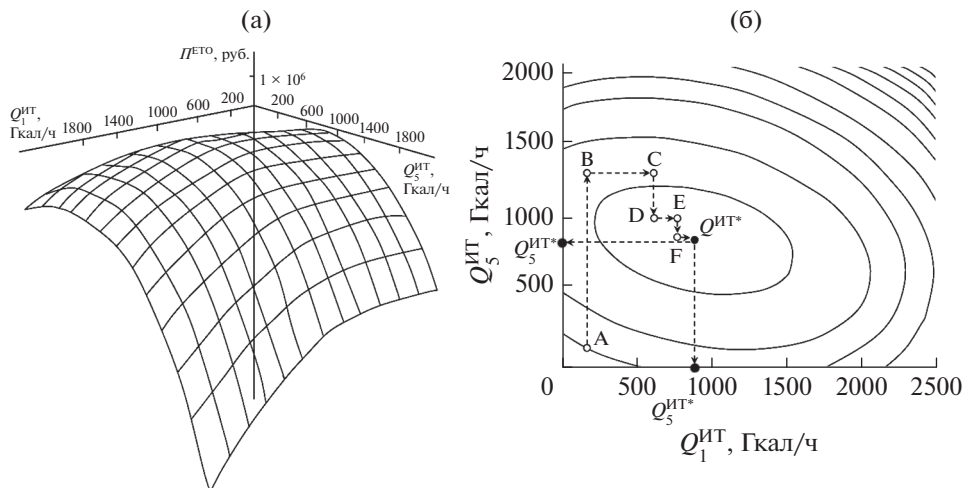


Рис. 3. Графическая иллюстрация вычислительного процесса поиска равновесия спроса и предложения на тепловою энергию на монопольном рынке тепла.

$Z^{Total} = \sum_{j \in J_{IT}} Z_j^{IT}(Q_j^{IT}) + Z^{TC}(x)$  – суммарные затраты связанные с производством  $\sum_{j \in J_{IT}} Z_j^{IT}(Q_j^{IT})$  и транспортировкой  $Z^{TC}(x)$  тепловой энергии;  $x = (x_1, \dots, x_n)$ ,  $x_i$  – расход теплоносителя на  $i$ -ом участке тепловой сети;  $n$  – число участков в ТС.

В качестве условий и ограничений в задаче (3), выступают сетевые ограничения в виде первого, второго законов Кирхгофа, ограничения по производительности ИТ и др. [19].

Поиск оптимального решения задачи (4) с учетом условий и ограничений ТСС в виде равенств и неравенств, т.е. определения равновесия спроса и предложения на тепловою энергию, базируется на применении метода покоординатного подъема [20] с последующим использованием внутри цикла методов избыточных проектных схем и простой итерации. Суть разработанного вычислительного алгоритма заключается в сведении задачи многомерной оптимизации к одномерной, с пошаговой процедурой улучшения решений по объемам производства ТЭ всеми ИТ. Работа предложенного вычислительного алгоритма поиска равновесия спроса и предложения на ТЭ в условиях либерализованного монопольного рынка тепловой энергии в графическом виде представлена на рис. 3.

На рис. 3а представлен графический вид функции прибыли ЕТО для случая ТСС с двумя источниками (рис. 2а), а рис. 3б отражает изолинии функции прибыли (изопродфиты – постоянные прибыли), показывающие область изменения прибыли ЕТО при различных комбинациях возможных объемов производства тепловой энергии источниками. Вычислительный процесс начинается с координаты А в сторону возрастания функции прибыли ЕТО (рис. 4)). Оптимальное решение по определению максимальной прибыли ЕТО, удовлетворяющее условию равенства спроса и предложения на тепловою энергию, для рассмотренного примера достигается уже на 6 шаге итерации и соответствует точке  $Q^{IT*}$ , а сама траектория вычислительного процесса представлена в виде ломаной линии А–В–С–D–E–F– $Q^{IT*}$ .

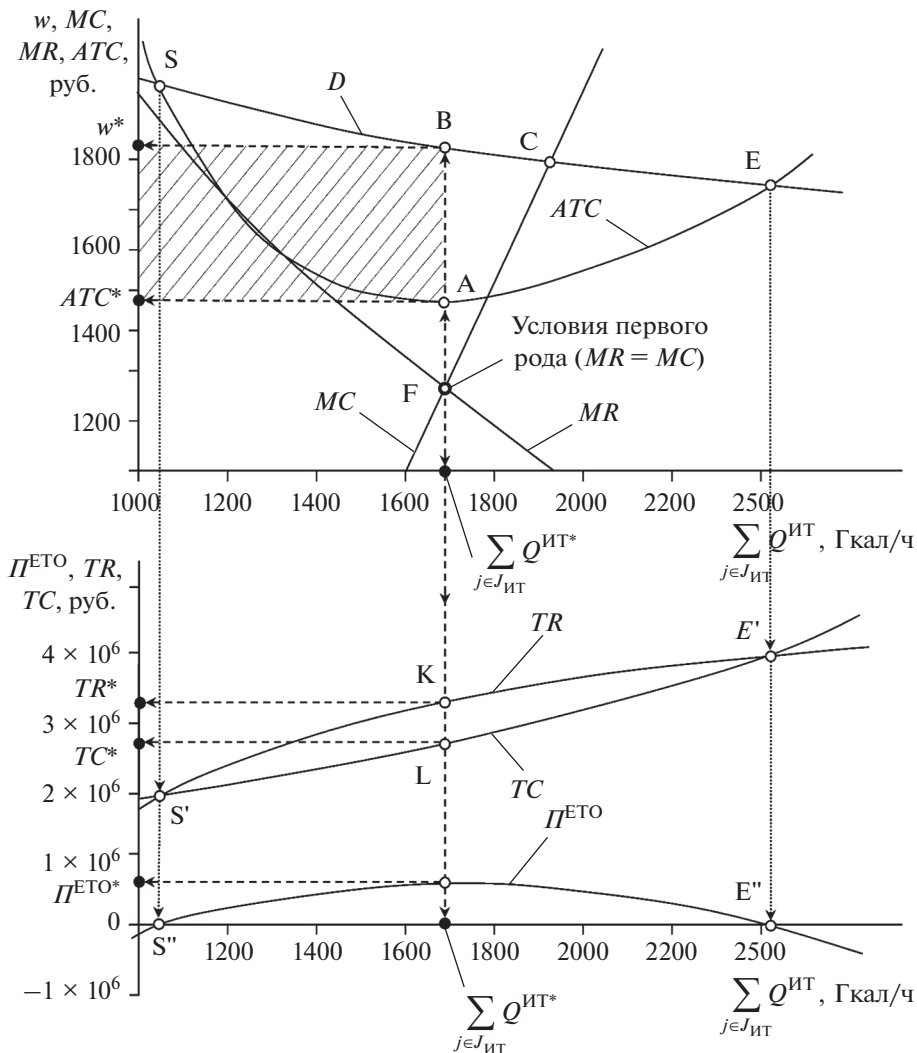


Рис. 4. Формирование равновесия спроса и предложения на тепловую энергию на монопольном рынке тепла.

Более общее представление решения задачи поиска равновесия спроса и предложения на тепловую энергию для монопольного рынка тепла может быть получено в графическом виде. Для этого должны быть известны основные технико-экономические показатели ЕТО и спросовые характеристики потребителей, которые определяют процесс формирования равновесной цены на тепловую энергию. К таким характеристикам относятся:

- кривая средних общих затрат (average total costs –  $ATC$ ) ЕТО;
- кривая предельных затрат (marginal costs –  $MC$ ) ЕТО, т.е. затраты, связанные с производством и транспортировкой дополнительной единицы ТЭ;
- кривая спроса на тепловую энергию (demand –  $D$ ), отражающая объем ТЭ, которую готов купить потребитель при соответствующей цене  $w$ ;

- кривая предельного дохода (marginal revenue –  $MR$ ) ЕТО, которая характеризует прирост дохода ЕТО при повышении выработки ТЭ на 1 Гкал;
- кривая прибыли  $\Pi^{ЕТО}$ ;
- кривая суммарных затрат (total costs –  $TC$ ) ЕТО;
- кривая суммарного дохода (total revenue –  $TR$ ) ЕТО.

Процесс формирования равновесия спроса и предложения на монопольном рынке тепловой энергии представлен на рис. 4.

На рис. 4 отражены изменения основных экономических показателей рассматриваемой ТСС (рис. 2а), определяющих равновесие спроса и предложения на тепловую энергию, включая функцию суммарных затрат на производство и транспорт ТЭ, функцию предельных затрат на производство и транспорт ТЭ ЕТО, функцию суммарного дохода на ТЭ со стороны потребителей, функцию предельного дохода ЕТО.

Кривые на рис. 4 в графическом виде отражают основные экономические характеристики ЕТО, в частности, функцию прибыли, функцию дохода, функцию суммарных затрат (включая производство и транспорт тепловой энергии).

Из рис. 4 видно, что ЕТО получает положительную прибыль в интервале объема производства тепловой энергии  $[S//, E//]$ , а максимальное значение прибыли (отрезок  $KL$ ) достигается в точке  $\sum_{j \in J_{ИТ}} Q_j^{ИТ*}$ , соответствующей максимальному расстоянию между кривыми  $TR$  и  $TC$  и их равному наклону в точках  $K$  и  $L$ . Путем проецирования полученного решения по оптимальному суммарному объему производства тепловой энергии  $\sum_{j \in J_{ИТ}} Q_j^{ИТ*}$  на функцию спроса  $D$  (рис. 4) определяется равновесная цена на тепловую энергию ЕТО (точка  $B$  и соответствующая ей цена  $w^*$ ). Следует заметить, что проекция  $\sum_{j \in J_{ИТ}} Q_j^{ИТ*}$  на функцию спроса  $D$  (рис. 4) проходит через точку  $F$ , которая характеризуется как точка, в которой выполняются условия первого рода [18], т.е. равенство функций предельного дохода и предельных затрат ( $MR = MC$ ), при котором “ЕТО” получает максимум прибыли. Средние суммарные затраты ЕТО при объеме производства тепловой энергии  $\sum_{j \in J_{ИТ}} Q_j^{ИТ*}$  будут находиться на уровне величины, равной значению  $ATC^*$  (рис. 4), при этом они будут соответствовать минимальному уровню суммарных затрат ЕТО. Из построений следует, что ЕТО получает монопольную прибыль, при которой цена на ТЭ поднимается выше предельных издержек  $MC$ . По объему она равна площади прямоугольника  $w^* - B - A - ATC^*$ .

Условия рыночного равновесия (когда ЕТО не будет использовать свою монопольную власть) соответствует точке  $C$ , в которой пересекаются функции  $D$  и  $MC$  и достигается ситуация экономического равновесия на рынке, при котором обеспечивается наиболее эффективное использование всех располагаемых ресурсов, включая производителей тепловой энергии, тепловые сети и потребителей. В этом состоянии ЕТО будет получать повышенную прибыль, так как ее функция средних суммарных затрат проходит ниже функции предельных затрат.

Для регулируемых рынков тепловой энергии тарифы на ТЭ устанавливаются на уровне средних суммарных затрат. На рис. 4 это соответствует точке  $E$ , где кривая  $ATC$  пересекается с линией  $D$ . Производство ТЭ при этом дополнительно увеличивается, а цена снижается по сравнению с точкой  $C$  (регулирование на уровне предельных затрат ЕТО). В этом случае ЕТО получает только нормальную прибыль, заложенную в суммарные затраты связанные с производством и транспортировкой ТЭ. О таком регули-



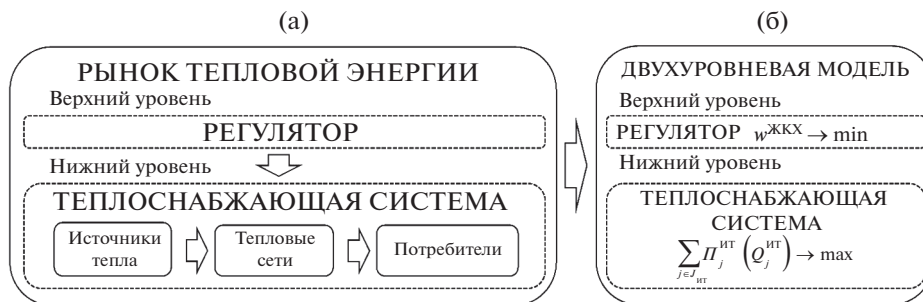


Рис. 5. Двухуровневая модель управления теплоснабжением потребителей.

ровании принято говорить, как о передаче потребителям всех преимуществ, получаемых от естественной монополии. В этих условиях потребители получают наибольшее количество ТЭ по наименьшим ценам.

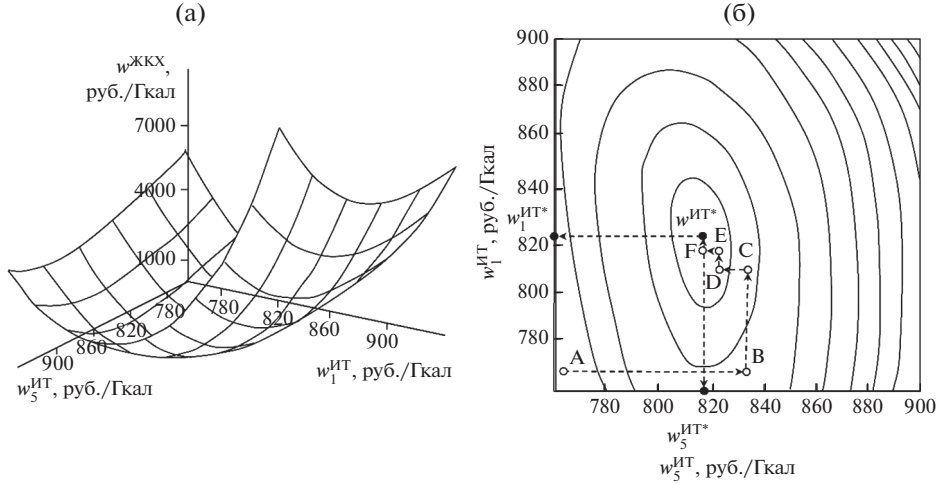
### 3.2. Двухуровневое моделирование монопольного рынка тепловой энергии

Двухуровневое моделирование в виде задачи двухуровневого программирования (далее — задача bilevel program “BP”) предназначено для оптимизации различных технических, экономических и др. систем, имеющих иерархическую структуру управления и состоящий из двух уровней (верхнего и нижнего), при этом цели, которые преследует каждый из уровней, могут не только не совпадать, но и быть кардинально противоположными. Процесс взаимодействия между уровнями моделируется как игра двух или более лиц. При этом постановка задачи и поиск ее решения зависят от характера, свойств и предназначения рассматриваемой системы. В отличие от классических задач оптимизации (на минимум или максимум) задача BP, наряду со стандартными ограничениями в виде равенств или не равенств, включает в себя дополнительные экстремальные ограничения, называемые условиями нижнего уровня [21].

Современные ТСС во многих странах мира [12–17] организованы в виде регулируемых монопольных рынков ТЭ и имеют иерархическую (вертикально-интегрированную) систему организации управления функционированием и развитием ими, которую в общем случае можно представить в виде двухуровневой модели рис. 5.

На рис. 5а верхний уровень рынка тепловой энергии представлен регулятором, в обязанности которого входит регулирование тарифа на тепловой энергии для потребителей, а нижний — ТСС, технологически и организационно объединяющая функции по производству и транспортировке тепловой энергии в рамках Единой теплоснабжающей организации (ЕТО). Основная идея двухуровневого построения схемы управления монопольным рынком тепловой энергии заключается в выделении подсистем, соответствующих конкретным субъектам рынка, для их дальнейшего моделирования с учетом реализации поставленных целевых установок.

Взаимоотношения между участниками теплоснабжения заключаются в следующем. ЕТО, на основе прогнозов спроса на ТЭ со стороны потребителей, производит ТЭ и реализует ее потребителям из условий, что ИТ в совокупности производили бы такой суммарный объем ТЭ, который покрывал бы заданный спрос со стороны потребителей, исходя из условия получения ими максимальной суммарной прибыли (рис. 5б), с учетом имеющихся возможностей по мощностям ИТ и физико-технических ограничений ТС. В свою очередь регулятор защищая права потребителей, устанавливает та-



**Рис. 6.** Графическая иллюстрация вычислительного процесса поиска минимального тарифа для потребителей ЖКХ.

кой минимальный уровень тарифа на ТЭ (рис. 5б), который, с одной стороны, стимулировал бы ИТ удовлетворить заданный спрос со стороны потребителей, а с другой стороны позволил бы им получить максимальную прибыль от продажи ТС при соблюдении оптимальных режимов в ТС.

В упрощенном виде (относительно лишь критериев целей верхнего и нижнего уровней), двухуровневая математическая модель регулируемого монопольного рынка тепловой энергии запишется в следующем виде:

$$w^{\text{ЖКХ}} = \frac{\sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} w_j^{\text{ИТ}} Q_j^{\text{ИТ}} + Z(x) - \sum_{j \in J_{\text{П}}^{\text{П.ТС}}} w_j^{\text{П.ТС}} Q_j^{\text{П.ТС}} - \sum_{j \in J_{\text{П}}^{\text{П.ИТ}}} w_j^{\text{П.ИТ}} Q_j^{\text{П.ИТ}}}{\sum_{j \in J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}}} Q_j^{\text{ЖКХ}}} \rightarrow \min, \quad (5)$$

$$\sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} \Pi_j^{\text{ИТ}}(Q_j^{\text{ИТ}}) = \sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} (w_j^{\text{ИТ}} Q_j^{\text{ИТ}} - Z_j^{\text{ИТ}}(Q_j^{\text{ИТ}})) \rightarrow \max, \quad (6)$$

где  $w^{\text{ЖКХ}}$  – тариф для потребителей ЖКХ (получен на основе экономического баланса ЕТО);  $Z(x)$  – затраты в тепловые сети;  $w_j^{\text{П.ТС}}$  и  $Q_j^{\text{П.ТС}}$  – соответственно цена на ТЭ и объем потребления ТЭ для  $j$ -го промышленного потребителя, присоединенного к ТС;  $w_j^{\text{П.ИТ}}$  и  $Q_j^{\text{П.ИТ}}$  – соответственно цена на ТЭ и объем потребления ТЭ для  $j$ -го промышленного потребителя, расположенного на коллекторах ИТ;  $Q_j^{\text{ЖКХ}}$  – объем потребления ТЭ  $j$ -го потребителя ЖКХ;  $w_j^{\text{ИТ}}$  – цена производства ТЭ  $j$ -го ИТ;  $Q_j^{\text{ИТ}}$  – объем производства ТЭ  $j$ -м ИТ;  $Z_j^{\text{ИТ}}(Q_j^{\text{ИТ}})$  – затраты на производство ТЭ  $j$ -м ИТ.

Одним из возможных подходов решения задач ВР для регулируемого монопольного теплового рынка (5)–(6) является сведение их к одноуровневой задаче математиче-

ского программирования путем замены экстремальной задачи нижнего уровня (6) к условиям ее оптимальности [21]. Тогда исследуемая задача (5)–(6) запишется в

$$w^{\text{ЖКХ}} = \frac{\sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} w_j^{\text{ИТ}} Q_j^{\text{ИТ}} + Z(x) - \sum_{j \in J_{\text{П.ТС}}} w_j^{\text{П.ТС}} Q_j^{\text{П.ТС}} - \sum_{j \in J_{\text{П.ИТ}}} w_j^{\text{П.ИТ}} Q_j^{\text{П.ИТ}}}{\sum_{j \in J_{\text{П.ЖКХ}}} Q_j^{\text{ЖКХ}}} \rightarrow \min, \quad (7)$$

$$Q_j^{\text{ИТ}*} = \arg \max \left\{ \sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} P_j^{\text{ИТ}} (Q_j^{\text{ИТ}}) : Q_{j\_min}^{\text{ИТ}} \leq Q_j^{\text{ИТ}} \leq Q_{j\_max}^{\text{ИТ}} \right\}, j \in J_{\text{ИТ}}. \quad (8)$$

В полученной одноуровневой задаче на ряду с ограничениями (8), так же присутствуют ограничения описывающие оптимальное потокораспределения в ТС, а именно первый, второй законы Кирхгофа, замыкающие соотношения и др. [22].

Поиск оптимального решения представленной выше одноуровневой задачи базируется на применении метода покоординатной релаксации (метод покоординатного спуска) [20] с последующим использованием внутри цикла методов избыточных проектных схем и простой итерации. Суть разработанной методики заключается в сведении задачи многомерной оптимизации к одномерной, с пошаговой процедурой улучшения решений по объемам производства тепла всеми источниками тепла. Работа данного вычислительного пошагового процесса поиска минимального тарифа на тепловую энергию для потребителей ЖКХ может быть представлена в графическом виде рис. 6.

На рис. 6а представлен графический вид целевой функции регулятора (цена на тепловую энергию для потребителей ЖКХ) в зависимости от цены производства тепловой энергии ИТ для случая ТСС с двумя источниками (рис. 2а), а рис. 6б отражает изолинии целевой функции, показывающие область изменения цены на тепловую энергию для потребителей ЖКХ при различных комбинациях возможных цен производства тепловой энергии ИТ. Вычислительный процесс начинается с начальной точки А в сторону убывания функции тарифа, при этом каждый ИТ последовательно оптимизирует свою цену производства ТЭ при заданном (зафиксированном) объеме производства ТЭ другим ИТ. Оптимальное решение, которое удовлетворяет условию минимального тарифа на тепловую энергию для потребителей ЖКХ для рассмотренного примера, достигается уже на шестом шаге итерации и соответствует оптимальному решению  $w^{\text{ИТ}*}$ , а сама траектория вычислительного процесса представлена в виде ломаной линии А–В–С–D–E–F– $w^{\text{ИТ}*}$ .

### 3.3. Применение сетевых потоковых моделей для расчета узловых цен на тепловую энергию на монопольных рынках тепла

Впервые сетевые потоковые модели (СПМ) были применены к решению транспортной задачи в середине 40-х XX века. Они позволяли определять оптимальный план перевозок грузов из пунктов отправления в пункты потребления с минимальными затратами на перевозки [23]. В области энергетики наиболее широкое применение СПМ нашли для исследования электроэнергетических систем [24], газо- и нефтепроводов [25, 26], а также ТСС [3, 27, 28]. Основная цель, которая преследовалась при использовании СПМ для различных систем энергетики, являлось определение оптимального потокораспределения (оптимального режима) в этих системах. В общем случае критерием оптимальности выступали суммарные затраты на передачу энергоресурсов по соответствующим инфраструктурным коммуникациям с учетом балансовых ограничений. Для решения данного класса задач оптимизации был предложен метод основанный на неопределенных множителях Лагранжа (МЛ) [30]. МЛ

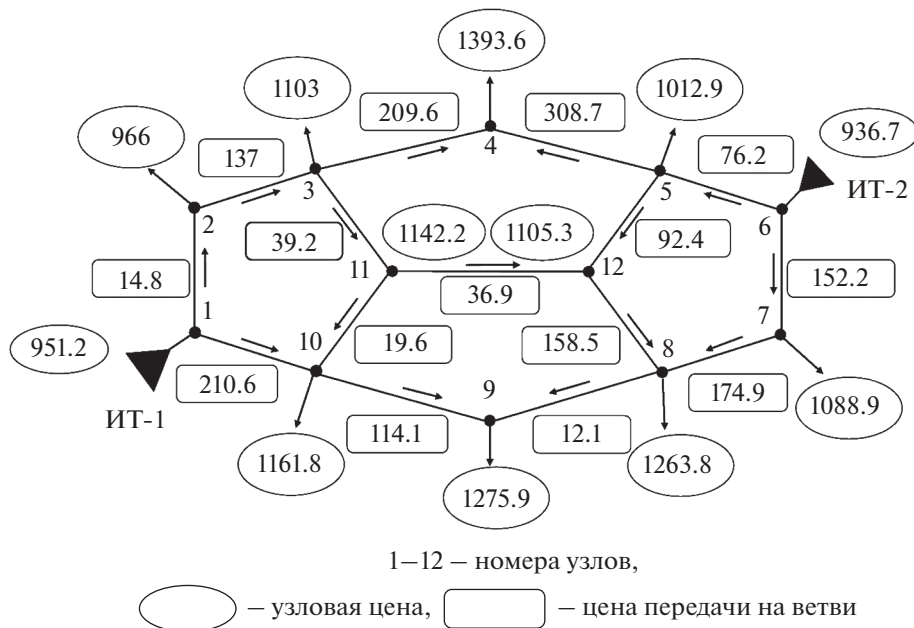


Рис. 7. Формирование ценового поля на основе неопределенных множителей Лагранжа.

является дополнительными переменными и вводятся в задачу оптимизации для балансового ограничения с целью формирования условий оптимальности задачи, а сами МЛ интерпретируются как узловые цены.

Впервые применение метода СПМ в экстремальной задаче поиска оптимального потокораспределения (в энергетической постановке с учетом балансовых ограничений) в ТС были выполнены в [3]. Решение данной экстремальной задачи базировалось так же на применении подхода на основе МЛ. Было доказано, что решения, полученные при экстремальной постановке, эквивалентны решениям, полученным в рамках решения системы линейных и нелинейных уравнений (первый, второй законы Кирхгофа и замыкающие соотношения), описывающих оптимальное потокораспределение в ТС, а рассчитанные МЛ с точности до знака совпали с узловыми давлениями в ТС [3]. В [28] СПМ для задач оптимизации ТСС получили развитие с переходом от энергетической постановки (поиска минимальных потерь на преодоление трения) к экономической постановке (поиск минимальных затрат на транспортировку ТЭ) с анализом двойственной задачи, который позволил дать объяснение формирования оптимальных цен на транспортировку ТЭ по всем участкам ТСС.

Более полная математическая модель оптимизации ТСС в рамках монопольной модели теплоснабжения потребителей (модель ЕТО) на основе СПМ была предложена в [30], она позволяла учитывать суммарные затраты ТСС, включая затраты на производство и транспортировку ТЭ, с учетом балансовых ограничений в виде первого закона Кирхгофа:

$$Z^{\text{Total}} = \sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} Z_j^{\text{ИТ}} (Q_j^{\text{ИТ}}) + Z(x) \rightarrow \min, \quad (9)$$

$$Ax = Q, \quad (10)$$

где  $A$  –  $(m-1) \times n$  – матрица соединений для линейно-независимых узлов;  $Q = (Q_1, \dots, Q_m)^T$ ,  $Q_j$  – расход теплоносителя в узле  $j$ ;  $m$  – число узлов в ТСС.

Задача (9)–(10) представляет собой описание установившегося режима в ТСС с учетом оптимального распределения теплоносителя в тепловых сетях и оптимального объема производства тепловой энергии источниками тепла, а ее решение сводится к условиям оптимальности на основе метода неопределенных МЛ:

$$L(Q, x, \lambda) = \sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} Z_j^{\text{ИТ}}(Q_j^{\text{ИТ}}) + Z(x) + \lambda(Ax - Q), \quad (11)$$

где  $L(Q, x, \lambda)$  – функция Лагранжа;  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)^T$ ,  $\lambda_j$  – множитель Лагранжа в узле  $j$ .

Необходимые условия оптимальности в данном случае являются достаточными и представляют собой систему нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{L(Q, x, \lambda)}{Q} = 0, \\ \frac{L(Q, x, \lambda)}{x} = 0, \\ \frac{L(Q, x, \lambda)}{\lambda} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Решение системы уравнений (12) позволяет определить переменные функции суммарной функции затрат в ТСС, при которых значение функции Лагранжа  $L(Q, x, \lambda)$ , а также значение целевой функции суммарных затрат в ТСС ( $Z^{\text{Total}}$ ) соответствуют экстремуму. В ходе решения системы уравнений (12) определяются и двойственные переменные к ограничениям. Вектор неопределенных множителей Лагранжа к ограничениям (10) по материальному балансу в узлах ТСС с экономической точки зрения интерпретируется как узловые цены [30] на тепловую энергию в ТСС, включая цены производства тепловой энергии источниками тепла и покупные цены для каждого потребителя тепловой энергии.

На рис. 7 показан процесс формирования ценового поля (в руб./Гкал) на примере ТСС с двумя ИТ.

Из рис. 7 видно, что узловые цены на тепловую энергию растут по направлению установившегося оптимального потокораспределения в тепловой сети. По полученным узловым ценам, а также рассчитанным оптимальным затратам определяется прибыль ЕТО как разница суммарной выручки и суммарных затрат ЕТО:

$$\Pi^{\text{ЕТО}} = \sum_{j \in J_{\text{П}}} \lambda_j Q_j - Z^{\text{Total}}, \quad (13)$$

где  $J_{\text{П}}$  – множество потребителей ТЭ;  $Q_j$  – тепловая нагрузка потребителя  $j$

Разработанный подход оптимизации ТСС на основе СПМ позволяет определять оптимальное потокораспределение в тепловой сети, оптимальное распределение нагрузок между источниками тепла и соответствующие им затраты, узловые цены производства и потребления тепловой энергии, а также цены транспортировки ТЭ по каждому участку тепловых сетей и прибыль ЕТО от реализации ТЭ. Он позволяет моделировать теплоснабжающие системы любого масштаба, мощности и учитывать различные типы источников тепловой энергии.

## ВЫВОДЫ

В работе предложено комплексное научно-методическое обеспечение, позволяющее выполнять моделирование и расчет ТСС для условий рыночной экономики. Оно включает в себя математические модели, методы и алгоритмы расчета ТСС для различных форм организации рынков тепловой энергии. Они опираются на основные положения системных исследований в энергетике, на модели и методы теории гидравлических цепей, математическое моделирование, экономику энергетике, базовые принципы микроэкономики, теорию игр, двухуровневое моделирование, сетевые потоковые модели. Применение этих математических моделей и методов позволяет в единой комплексной постановке учитывать индивидуальные особенности и технико-экономические характеристики источников тепла и тепловых сетей, которые должны способствовать взаимным интересам производителей и потребителей тепловой энергии (повышению дохода поставщика и готовности потребителя оплачивать поставленное тепло), проводить исследования и выполнять расчеты технико-экономических показателей систем теплоснабжения с несколькими источниками тепла, работающими на единые тепловые сети, определять их оптимальные уровни загрузки и зоны действия, (обслуживания), оптимальное потокораспределение в тепловых сетях для различных режимов функционирования ТСС, а также учитывать различные методы тарифного регулирования на ТЭ для потребителей. Разработанные методики, методы, модели и алгоритмы решения ключевых задач оптимального функционирования и развития ТСС в условиях рынка отвечают современным требованиям, обладают научной и практической новизной, уникальны с точки зрения их комплексности и универсальности относительно систем теплоснабжения любой сложности и масштаба.

Работа выполнена в Институте систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН в рамках научных проектов FWEU-2021-0002, регистрационный номер АААА-А21-121012090012-1 “Теоретические основы, модели и методы управления развитием и функционированием интеллектуальных трубопроводных систем энергетики” и FWEU-2021-0006, регистрационный номер АААА-А21-121012090034-3 “Равновесные и динамические модели интеллектуальных систем энергетики: теория и численные методы”.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стенников В.А., Пеньковский А.В. Теплоснабжение потребителей в условиях рынка: современное состояние и тенденции развития // ЭКО, 2019. № 3(537). С. 8–20.
2. Мелентьев Л.А. Системные исследования в энергетике. Элементы теории. Направления развития / М.: Наука, 1983, 456 с.
3. Меренков А.П., Хасилев В.Я. Теория гидравлических цепей. / М.: Наука, 1985, 278 с.
4. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики: Пер. с франц. / М.: Мир, 1985, 200 с., ил.
5. Лагранж Ж.Л. Аналитическая механика: Пер. с франц. / М.-Л.: ГОНТИ, 1938, т. 1.
6. Dantzig G.B. Foundations of Bilevel Programming / Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2002, 320 p.
7. Авдашева С.Б., Розанова Н.М. Теория организации отраслевых рынков / М.: Магистр, 1998, 320 с.
8. Penkovskii A.V., Stennikov V.A., Mednikova E.E., Postnikov I.V. Search for a market equilibrium of Cournot-Nash in the competitive heat market // Energy, 2018, 161. P. 193–201.
9. Пеньковский А.В., Стенников В.А., Хамисов О.В. Оптимальное распределение нагрузки между источниками тепла на основе модели Курно // Теплоэнергетика, 2015. № 8. С. 62–71.
10. Barriers to district heating development in the Netherlands: a business model perspective. URL: [https://essay.utwente.nl/73054/1/Osman\\_BA\\_BMS.pdf](https://essay.utwente.nl/73054/1/Osman_BA_BMS.pdf).

11. *Wojdyga K., Chorzelski M.* Chances for Polish District Heating Systems // *Energy Procedia*, 2017. № 116. P. 106–118.
12. District Heating and Cooling, Combined Heat and Power and Renewable Energy Sources. URL: <http://basrec.net/wp-content/uploads/2014/06/Appendix%20-%20country%20survey.pdf>.
13. *Ziemele I J., Vigants G., Vitolins V., Blumberga D., Veidenbergs I.* District Heating Systems Performance Analyses. Heat Energy Tariff // *Environmental and Climate Technologies*, 2014. № 13. P. 32–43.
14. *Sarma U., Bazbauers G.* District Heating Regulation: Parameters for the Benchmarking Model // *Energy Procedia*, 2016. № 95. P. 401–407.
15. District Heating in Norway. An Analysis of Shifting from Individual Electric Heating to District Heating. URL: [https://projekter.aau.dk/projekter/files/260084106/Master\\_thesis\\_Askeland\\_Bozhkova.pdf](https://projekter.aau.dk/projekter/files/260084106/Master_thesis_Askeland_Bozhkova.pdf).
16. *Šommet J.* Sustainable Development in Estonian Mining // *Environmental and Climate Technologies*, 2013. № 11. P. 34–40.
17. *Jing Lin, Boqiang Lin.* Heat tariff and subsidy in China based on heat cost analysis // *Energy Economics*, 2018, 71. P. 411–420.
18. *Бусыгин В.П., Желободько Е.В., Цыплаков А.А.* Микроэкономика – третий уровень / Новосибирск: Новосибирский Государственный университет, 2003. – 702 с.
19. *Леньковский А.В., Стеников В.А.* Математическое моделирование рынка тепловой энергии в формате Единой теплоснабжающей организации // *Теплоэнергетика*, 2018. № 7. С. 42–53.
20. *Shoup E.* A practical guide to computer methods for engineers / England: Prentice-hall, 1979. – 255 p. *Ершова М.С.* Введение в двухуровневое программирование: учеб. Пособие / Иркутск: Иркут. Ун-т, 2006. – 76 с.
21. *Penkovskii A., Stennikov V., Kravets A.* Bi-level modeling of district heating systems with prosumers // *Energy reports*, 2020. V. 6. P. 89–95.
22. *Канторович Л.В.* О перемещении масс // *ДАН СССР*. 1942. Т. 37. № 7/8. С. 227–229.
23. *Гамм А.З., Герасимов Л.Н., Голуб И.И.* Оценивание состояния в электроэнергетике / М: Наука, 1983, 302 с.
24. *Сухарев М.Г., Ставровский Е.Р., Брянских В.Е.* Оптимальное развитие систем газоснабжения / М.: Наука, 1981. 168 с.
25. *Ставровский Е.Р.* Обеспечение надежности при проектировании и планировании развития единых систем нефте- и газоснабжения: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М.; ЭНИН им. Г.М Кржижановского, 1985. –36 с.
26. *Юфа А.И., Носулько Д.Р.* Комплексная оптимизация теплоснабжения / Киев: Техника, 1988, 134 с.
27. *Меренков А.П., Сеннова Е.В., Сумароков В.Г.* Математическое моделирование и оптимизация систем тепло-, водо-, нефте- и газоснабжения / Новосибирск: Наука, 1992. 407 с.
28. *Канторович Л.В.* Математические методы организации и планирования производства. – Ленинград: Ленингр. гос. ун-т, 1939. – 68 с.
29. *Penkovskii A.V., Khamisov O.V.* Calculation of Nodal Prices for Heat Energy in Heat Supply Systems // *E3S Web of Conferences- ENERGY-21: Sustainable Development & Smart Management*, 2020, vol. 209, p. 1–5.

### Comprehensive Scientific and Methodological Support for Modeling and Optimization of Heat Energy Markets

V. A. Stennikov<sup>a, \*</sup>, O. V. Khamisov<sup>a, \*\*</sup>, and A. V. Penkovskii<sup>a, \*\*\*</sup>

<sup>a</sup>*Melentiev Energy Systems Institute of Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (ESI SB RAS), Irkutsk, Russia*

\*e-mail: [sva@isem.irk.ru](mailto:sva@isem.irk.ru)

\*\*e-mail: [khamisov@isem.irk.ru](mailto:khamisov@isem.irk.ru)

\*\*\*e-mail: [penkoffsky@isem.irk.ru](mailto:penkoffsky@isem.irk.ru)

Heat supply is the most important area of energy services provided to a wide range of consumers. This industry determines the well-being of society, social stability and competitiveness of the economies of many countries of the world. The processes of energy liberalization that began in the early 1990s led to the emergence of new forms of heat supply management based on market interaction among producers and consumers of heat energy. In market conditions, the problem of optimizing heat supply systems becomes much more complicated,

and its structuring becomes multivariate depending on the characteristics of the industry organization. To solve the problems of optimal functioning and development of heat supply systems in changing conditions, along with existing optimization methods, it becomes necessary to use new approaches focused on solving problems in some specific uncertain situations characterized by conflicting interests of the parties, and often defined as conflict. The paper presents a comprehensive scientific and methodological approach based on mathematical modeling for solving problems of managing the development and operation of heat supply systems in a market economy.

*Keywords:* heat supply systems, system analysis, heat energy market, mathematical modeling, optimization