

УДК 535.36

СТАБИЛИЗАЦИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В РЕЖИМЕ ИОНИЗАЦИИ И ВЫНУЖДЕННОГО КОМБИНАЦИОННОГО САМОРАССЕЯНИЯ

© 2019 г. В. А. Халяпин*

*БФУ им. И. Канта, ФГБОУ ВО “Калининградский государственный технический университет”,
Калининград, Россия*

*E-mail: slavasxi@gmail.com

Аналитически исследована динамика солитоноподобных импульсов, распространяющихся в режиме туннельной ионизации и вынужденного комбинационного саморассеяния. Показано, что при определенных условиях возможна взаимная компенсация этих эффектов, которая приводит к стабилизации сигнала. Получено явное решение для длительности сигнала, описывающее данный процесс.

DOI: 10.1134/S0367676519010125

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы значительное внимание привлекают новые фотонно-кристаллические волокна (ФКВ) типа “кагоме” [1–3], которые имеют широкую полосу пропускания, включающую всю видимую и инфракрасную области спектра и низкую аномальную дисперсию групповой скорости для широкого спектрального диапазона. Дисперсия таких волокон складывается из дисперсии самого волокна и газа, что позволяет изменять ее за счет давления газа.

В работе [4] было показано, что ионизация приводит к тому, что спектр импульса смещается в сторону высоких частот. Это вызвано тем, что возникающие за счет ионизации свободные электроны вносят отрицательный вклад в показатель преломления [4–12]. Этот эффект противоположен вынужденному комбинационному саморассеянию (ВКС), которое вызывает красное смещение спектра сигнала [13–19]. Уравнение, описывающее распространение импульсов с учетом этих эффектов в ФКВ типа “кагоме” было получено в работах [8, 9]. С помощью теории возмущений [20–22] авторы показали, что при определенных условиях центральная частота солитона может оставаться такой же, какой была на входе в волокно. Если компенсация неполная, то центральная частота смещается по линейному закону в красную или фиолетовую область спектра. В настоящей работе с помощью метода моментов [17, 23, 24] обобщены результаты [8, 9]. Показано, что в рамках приближения нулевого порога ионизации и пренебрежении поглощением стабилизация сигнала будет происходить не только при точной компенсации ВКС и ионизации. Также нами проведен учет поглощения, которое приводит к уменьше-

нию роли ионизации и нарушению стабилизации параметров сигнала.

МЕТОД МОМЕНТОВ И СТАБИЛИЗАЦИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ СИГНАЛА

Динамика световых импульсов, распространяющихся в ФКВ, описывается уравнением [8, 9]

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 \psi}{\partial \tau^3} - i\gamma \psi |\psi|^2 + \frac{\gamma}{\omega} \frac{\partial}{\partial \tau} (\psi |\psi|^2) + i\gamma T_R \psi \frac{\partial |\psi|^2}{\partial \tau} + i\eta \psi \int_{-\infty}^{\tau} |\psi|^2 d\tau + \frac{\beta}{2} \psi = 0, \quad (1)$$

где k – волновое число, z – ось, вдоль которой распространяется сигнал, $\tau = t - z/v_g$ – время в сопутствующей системе координат, v_g – групповая скорость импульса на его центральной частоте ω , η – коэффициент, характеризующий туннельную ионизацию, а β характеризует поглощение, сопровождающее ионизацию [8, 9], β_2 – коэффициент дисперсии групповой скорости (ДГС), β_3 – положительный параметр, определяющий дисперсию третьего порядка γ – коэффициент кубической нелинейности, T_R – характеризует вклад вынужденного комбинационного рассеяния. Коэффициент β_2 положителен, если центральная частота импульса лежит в области нормальной дисперсии групповой скорости и отрицателен в противоположном случае [16, 25, 26]. Данное уравнение описывает динамику импульсов, имеющих интенсивность превосходящую пороговую так, что последней можно пренебречь [8, 9]. Это приближение справедливо на начальной стадии

динамики сигнала, поскольку поглощение, сопровождающее ионизацию приведет к уменьшению интенсивности импульса так, что безпороговое приближение станет неприменимо.

Медленно меняющаяся огибающая ψ связана с электрическим полем импульса E соотношением

$$E(z, \tau) = \frac{1}{2} \psi(z, \tau) \exp[-i(\omega t - kz)] + \text{с.с.} \quad (2)$$

Анализ динамики параметров импульса проводился на основе метода моментов. В работе рассматривался случай солитонного распространения, когда огибающая импульса сохраняет форму гиперболического секанса [17]

$$\psi = B \operatorname{sech}\left(\frac{\tau - T}{\tau_p}\right) \times \exp\left[i\left(\phi + \Omega(\tau - T) - C\frac{(\tau - T)^2}{2\tau_p^2}\right)\right], \quad (3)$$

где B – амплитуда сигнала, τ_p – его длительность, C – параметр, определяющий частотную модуляцию, T – временное запаздывание, ϕ – фаза и Ω – смещение центральной частоты сигнала. Все параметры зависят от координаты z . Определим моменты импульса, следуя работе [17] в виде

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 d\tau, \quad (4)$$

$$\tilde{C} = \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - T) \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial \tau} \right) d\tau, \quad (5)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - T)^2 |\psi|^2 d\tau, \quad (6)$$

$$T = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (\tau) |\psi|^2 d\tau, \quad (7)$$

$$\Omega = -\frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial \tau} \right) d\tau, \quad (8)$$

где E – параметр, пропорциональный числу фотонов, $\tau_p^2 = 12\sigma^2/\pi^2$, $C = 12\tilde{C}/\pi^2$ [17]. Дифференцируя (4)–(8) по координате z и используя (1), получаем систему уравнений

$$\frac{dE}{dz} = -\beta \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 d\tau, \quad (9)$$

$$\frac{d\Omega}{dz} = \frac{T_R \gamma}{E} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial |\psi|^2}{\partial \tau} \right)^2 d\tau + \frac{i\gamma}{E\omega} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial \tau} \right) \frac{\partial |\psi|^2}{\partial \tau} d\tau - \frac{\eta}{E} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^4 d\tau, \quad (10)$$

$$\frac{dT}{dz} = -\beta_2 \Omega + \frac{\beta_3}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\partial \psi}{\partial \tau} \right|^2 d\tau + \frac{3\gamma}{2E\omega} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^4 d\tau, \quad (11)$$

$$\frac{d\sigma^2}{dz} = 2\beta_2 \tilde{C} + \frac{\beta_3}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - T) \left| \frac{\partial \psi}{\partial \tau} \right|^2 d\tau, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{C}}{dz} = & \Omega \frac{dT}{dz} + \frac{\beta_2}{E} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\partial \psi}{\partial \tau} \right|^2 d\tau + \frac{i\beta_3}{4E} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} \frac{\partial \psi^*}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \tau^2} \frac{\partial \psi}{\partial \tau} \right) d\tau + \frac{\gamma}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^4 d\tau - \\ & - \frac{i\gamma}{E\omega} \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - T) \frac{\partial |\psi|^2}{\partial \tau} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial \tau} \right) d\tau - \frac{i\gamma}{2E\omega} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 \left(\psi \frac{\partial \psi^*}{\partial \tau} - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \tau} \right) d\tau - \frac{\gamma T_R}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - T) \left(\frac{\partial |\psi|^2}{\partial \tau} \right)^2 d\tau. \end{aligned} \quad (13)$$

Уравнение, определяющее динамику фазы ϕ можно записать в неявном виде

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial z} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial z} - i\beta_2 \left| \frac{\partial \psi}{\partial \tau} \right|^2 - \frac{\beta_3}{6} \left(\psi^* \frac{\partial^3 \psi}{\partial \tau^3} - \psi \frac{\partial^3 \psi^*}{\partial \tau^3} \right) - 2i|\psi|^4 + \right. \\ \left. + 2i\eta |\psi|^2 \int_{-\infty}^{\tau} |\psi|^2 d\tau' + \frac{\gamma}{\omega} \left(\psi^* \frac{\partial^3 \psi}{\partial \tau^3} - \psi \frac{\partial^3 \psi^*}{\partial \tau^3} \right) \right) d\tau. \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя пробную функцию (3) в (9)–(13) и интегрируя по τ , получаем систему уравнений для параметров импульса

$$E_z = -\beta E, \quad (15)$$

$$\frac{d\Omega}{dz} = \frac{4\gamma E}{15\tau_p^3} \left(T_R - \frac{5C}{4\omega} \right) - \frac{\eta E}{3\tau_p}, \quad (16)$$

$$\frac{dT}{dz} = -\beta_2 \Omega + \frac{\beta_3}{2} \left(\frac{(1 + \pi^2 C^2/4)}{3\tau_p^2} + \Omega^2 \right) + \frac{\gamma E}{2\omega\tau_p}, \quad (17)$$

$$\frac{d\tau_p^2}{dz} = 2C (\beta_2 - \beta_3 \Omega), \quad (18)$$

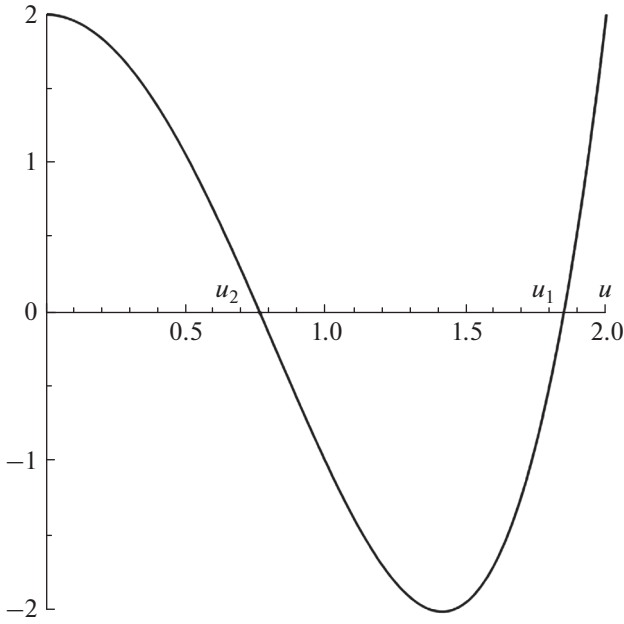


Рис. 1. График правой части уравнения (21) для значений параметров $a = 2$, $b = 4$, $\beta = 1$, u_2 — точка стабилизации сигнала.

$$\frac{dC}{dz} = (\beta_2 - \beta_3 \Omega) \left(\frac{4/\pi^2 + C^2}{\tau_p^2} \right) + \frac{2\gamma E}{\pi^2 \tau_p} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega} \right), \quad (19)$$

Будем искать эволюцию параметров τ_p и Ω с помощью метода последовательных приближений. Используя (18) и полагая производную от C нулю, из (19) получаем

$$\Omega = \frac{|\beta_2|}{\beta_3} \left(\frac{\gamma \tau_p E}{2|\beta_2|} - 1 \right). \quad (20)$$

Поскольку на входе в среду смещение центральной частоты равно нулю ($\Omega_0 = 0$), то из (20) следует, что начальная энергия импульса E_0 соответствует известному значению для солитона нелинейного уравнения Шредингера $E_0 = 2|\beta_2|/\gamma\tau_0$. Здесь τ_0 — начальное значение длительности сигнала. Подставляя (20) в (16), учитывая (15) и пренебрегая производной нелинейности, получаем уравнение для безразмерной длительности сигнала $u = \tau_p/\tau_0$

$$u^3 u' = a - bu^2 + \beta u^4, \quad (21)$$

где $a = 8\beta_3 T_R / 15\tau_0^4$ и $b = 2\eta\beta_3 / 3\gamma\tau_0^2$ — обратные характерные длины ВКС и фотоионизации соответственно. Если мы пренебрежем поглощением ($\beta \approx 0$), то уравнение (21) имеет решение

$$u^2 - 1 + \frac{a}{b} \ln \frac{bu^2 - a}{b - a} = -2bz. \quad (22)$$

Выражение (22) описывает динамику длительности импульса вплоть до точки стабилизации

$$u_{st} = \sqrt{\frac{a}{b}}. \quad (23)$$

Авторы работ [8, 9] с помощью теории возмущений показали, что если $a = b$, то импульс сразу стабилизируется. Однако из анализа (22) следует, что в рамках используемого в [8, 9] приближения формально режим ионизации будет наступать всегда. Рассмотрим теперь вклад поглощения, которое сопровождает ионизацию. Учет последнего слагаемого в (21) приводит к тому, что при условии, когда правая часть (21) не имеет корней $b^2 < 4a\beta$ решение (21) имеет вид:

$$2\beta z = \ln \sqrt{\frac{\beta u^4 - bu^2 + a}{\beta - b + a}} + \frac{b}{\sqrt{4a\beta - b^2}} \times \left(\operatorname{arctg} \frac{2\beta u^2 - b}{\sqrt{4a\beta - b^2}} - \operatorname{arctg} \frac{2\beta - b}{\sqrt{4a\beta - b^2}} \right). \quad (24)$$

Это решение соответствует случаю отсутствия точки стабилизации и описывает увеличение длительности сигнала до тех пор, пока его интенсивность не приблизится к пороговому значению. Рассмотрим случай, когда $b^2 > 4a\beta$. Тогда решение (21) принимает вид:

$$2\beta z = \frac{u_1^2}{u_1^2 - u_2^2} \ln \frac{u^2 - u_1^2}{1 - u_1^2} - \frac{u_2^2}{u_1^2 - u_2^2} \ln \frac{u^2 - u_2^2}{1 - u_2^2}. \quad (25)$$

Здесь u_1 и u_2 — нули правой части (21)

$$u_{1,2} = \sqrt{\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4a\beta}}{2\beta}}. \quad (26)$$

Из рис. 1 следует, что u_2 является точкой стабилизации сигнала. Если выполняется условие $b^2 \gg 4a\beta$, то u_2 переходит в выражение для относительной длительности стабилизации (23), которое получено без учета поглощения. Если перейти непосредственно к длительности сигнала, то из (26) получаем

$$\tau_{1,2} = \sqrt{\left(\frac{2\eta\beta_3}{3\gamma} \pm \sqrt{\left(\frac{2\eta\beta_3}{3\gamma} \right)^2 - \frac{16\beta\beta_3 T_R}{15}} \right) / 2\beta}. \quad (27)$$

Если $\tau_0 > \tau_1$, то длительность импульса сразу начинает увеличиваться. При условии $\tau_0 < \tau_1$ длительность стремится к значению τ_2 . Рассмотрим динамику импульса, начальная длительность которого лежит вблизи точки стабилизации τ_2 и удовлетворяет условию $\tau_0 < \tau_1$. Используя разложение в ряд Тейлора для (21) или непосредствен-

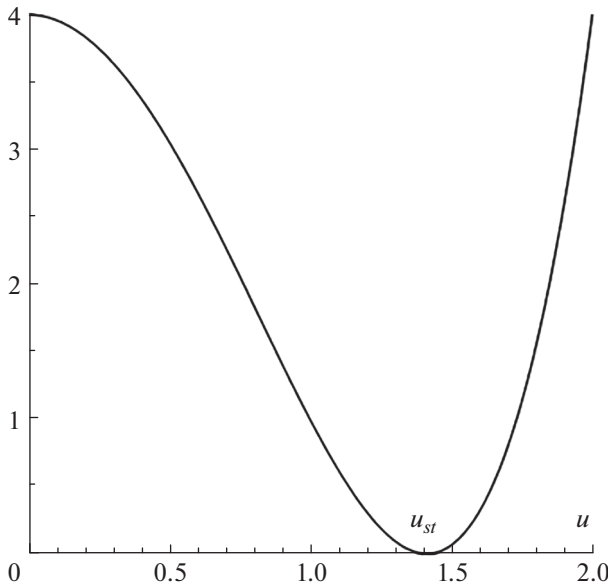


Рис. 2. Правая часть уравнения (21) в случае одного корня u_{st} , определяемого формулой (29) для значений параметров $a = 4$, $b = 4$, $\beta = 1$.

но из (25) можно получить соответствующее приближенное решение

$$u = u_2 + (1 - u_2) \exp\left(-\frac{4\beta\sqrt{b^2 - 4a\beta}}{b - \sqrt{b^2 - 4a\beta}} z\right). \quad (28)$$

Как видно из рис. 1, данное приближенное решение описывает процесс стабилизации сигнала. Правая часть (21) имеет один корень (если $b^2 = 4a\beta$) при относительной длительности

$$u_{st} = \sqrt{\frac{b}{2\beta}}. \quad (29)$$

Решение (21) тогда имеет вид:

$$\ln \frac{u^2 - u_{st}^2}{1 - u_{st}^2} + u_{st}^2 \left(\frac{1}{1 - u_{st}^2} - \frac{1}{u^2 - u_{st}^2} \right) = 2\beta z. \quad (30)$$

Явное приближенное решение, справедливое вблизи корня, можно получить, воспользовавшись разложением в ряд Тейлора для (21) или непосредственно из (30), пренебрегая вкладом первого слагаемого по сравнению с остальными. В результате получаем

$$u = u_{st} \left(1 + \frac{1 - u_{st}}{u_{st} - (1 - u_{st}) 4\beta z} \right). \quad (31)$$

Из (31) следует, что если $u_{st} > 1$, то относительная длительность импульса (начальное значение которой равно единице) будет стремиться к величине u_{st} (рис. 2). В противном случае длитель-

ность сигнала будет сразу увеличиваться, минуя режим стабилизации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен случай распространения светового импульса в режиме ВКС и туннельной ионизации с учетом поглощения, сопровождающего ионизацию. Поскольку процесс ионизации ведет к синему сдвигу спектра импульса, а ВКС вызывает красное смещение, то они могут компенсировать друг друга и стабилизировать динамику импульса. Вслед за авторами работ [8, 9] было использовано приближение, при котором можно пренебречь пороговым значением интенсивности ионизации по сравнению с интенсивностью сигнала. На основе метода моментов проведено аналитическое исследование, позволяющее предсказать режим динамики параметров сигнала. Найден условия, при которых длительность импульса будет стремиться к стабильному значению, и получено соответствующее аналитическое решение. Показано, что учет поглощения может играть принципиальную роль в ограничении стабилизации сигнала.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-11-01157).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Couny F., Benabid F., Light P.S.* // Opt. Lett. 2006. V. 31. P. 3574.
2. *Couny F., Roberts P.J., Birks T.A., Benabid F.* // Opt. Express 2008. V. 16. P. 20626.
3. *Couny F., Benabid F., Roberts P.J. et al.* // Science. 2007. V. 318. P. 1118.
4. *Serebryannikov E.E., Zheltikov A.M.* // Phys. Rev. A. 2007. V. 76. P. 013820.
5. *Wood W.M., Siders C.W., Downer M.C.* // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 3523.
6. *Wilks S.C., Dawson J.M., Mori W.B.* // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. P. 337.
7. *Yablonovitch E.* // Phys. Rev. A. 1974. V. 10. P. 1888.
8. *Hölzer P., Chang W., Travers J.C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. P. 203902.
9. *Hölzer P., Chang W., Travers J.C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. P. 203901.
10. *Saleh M.F., Biancalana F.* // Phys. Rev. A. 2011. V. 84. P. 063838.
11. *Facão M., Carvalho M.I., Almeida P.* // Phys. Rev. A. 2013. V. 87. P. 063803.
12. *Facão M., Carvalho M.I.* // Appl. Phys. B. 2014. V. 116. P. 353.
13. *Dianov E.M., Karasik A.Ya., Mamyshev P.V. et al.* // JETP Lett. 1985. V. 41. P. 294.
14. *Mitschke F.M., Mollenauer L.F.* // Opt. Lett. 1986. V. 11. P. 659.
15. *Gordon J.P.* // Opt. Lett. 1986. V. 11. P. 662.

16. *Agrawal G.P.* Nonlinear Fiber Optics. NewYork: Academic, 2007.
17. *Santhanam J., Agrawal G.* // Opt. Commun. 2003. V. 222. P. 413.
18. *Bugay A.N., Khalyapin V.A.* // Phys. Lett. A. 2017. V. 381. № 4. P. 399.
19. *Bugay A.N., Khalyapin V.A.* // Optics and Spectroscopy. 2017. V. 123. № 2. P. 181.
20. *Serkin V.N., Vysloukh V.A.* // Wave Phenomena, Techn. Digest, Opt. Soc. of Am. 1993. V. 15. P. 236.
21. *Serkin V.N., Vysloukh V.A., Taylor J.R.* // Electron. Lett. 1993. V. 29. P. 12.
22. *Serkin V.N., Belyaeva T.L., Corro G.H., Granados M.A.* // Quantum Electron. 2003. V. 33. P. 456.
23. *Lefrancois S., Husko C., Blanco-Redondo A., Eggleton B.J.* // J. Opt. Soc. Am. B. 2015. V. 32. P. 218.
24. *Tsoy E.N., Sterke C.M.* // J. Opt. Soc. Am. B. 2006. V. 23. P. 2425.
25. *Kozlov S.A., Sazonov S.V.* // ЖЭТФ. 1997. V. 84. P. 221.
26. *Sazonov S.V., Khalyapin V.A.* // Opt. Spectr. 2003. V. 95. P. 401.