

УДК 534.222.2

## ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ В ПОЛЕ ФОКУСИРОВАННОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ НА УПРУГУЮ СФЕРУ В ВОДЕ

© 2019 г. А. В. Николаева<sup>1</sup> \*, М. М. Карзова<sup>1</sup>, С. А. Цысарь<sup>1</sup>,  
В. А. Хохлова<sup>1</sup>, О. А. Сапожников<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

\*E-mail: av.nikolaeva@physics.msu.ru

Экспериментально исследуется явление возникновения акустической радиационной силы при облучении фокусированным ультразвуковым пучком твердотельных сферических рассеивателей, расположенных в жидкости. В качестве рассеивателей используются нейлоновые и стеклянные бусинки, а акустическое поле создается в воде пьезокерамическим излучателем мегагерцевого диапазона частот. Для вычисления теоретического значения радиационной силы используется угловой спектр ультразвукового пучка, найденный из измеренного поперечного распределения амплитуды и фазы акустического давления. Результаты расчетов находятся в согласии с экспериментально определенной величиной радиационной силы.

DOI: 10.1134/S0367676519010198

### ВВЕДЕНИЕ

Перспективным приложением свойства акустических пучков оказывать силовое воздействие на облучаемые ими объекты стал недавно предложенный способ неинвазивного выведения камней из почек человека под действием радиационной силы [1–3]. Указанный подход является основой перспективной технологии неинвазивного и мало-травматичного лечения мочекаменной болезни уже на ранних стадиях, что уменьшает вероятность рецидива после проведения ударно-волновой литотрипсии, а также устраняет необходимость хирургического вмешательства. Данная технология может применяться и при закупорке крупным камнем устья мочеточника, чтобы при необходимости отодвинуть камень внутрь накопительной системы почки для прекращения почечной колики и предотвращения срочной операции.

Возможность использования радиационной силы ультразвукового пучка для толкания почечных камней была показана в модельных экспериментах на фантомах почки [1] и в экспериментах *in vivo* на свиньях [2]. Более того, недавно более десятка пациентов-добровольцев, в почках которых было зафиксировано перемещение камней, опробовали на себе реализацию силового воздействия акустических полей [3]. Толкание камней производилось стандартными диагностическими ультразвуковыми датчиками, которые работали не в привычном режиме визуализации, а в режиме излучения длинных импульсов. При макси-

мально возможной диагностической мощности датчика наблюдалось уверенное движение камней в диапазоне размеров 2–7 мм. Несмотря на успех в реализации перемещения фрагментов разных размеров в почке, вопрос о прецизионных измерениях величины радиационной силы и направлении ее воздействия все еще не до конца изучен. Для успешного внедрения процедуры в клиническую практику необходимо разработать численную модель и провести прецизионные экспериментальные измерения радиационной силы в поле произвольного пучка.

Наиболее часто на практике используются фокусированные пучки, генерируемые излучателями различного типа. В настоящей работе представлена разработанная экспериментальная установка по измерению радиационной силы, действующей на упругие сферические рассеиватели миллиметровых размеров из различных материалов. Соответствующие численные расчеты силы для рассмотренных рассеивателей проведены на основе измерения двумерного распределения амплитуды и фазы акустического давления в поперечном сечении пучка (акустической голограммы).

### МАТЕРИАЛЫ

В работе исследуется воздействие фокусированного ультразвукового пучка на упругие сферические рассеиватели. В качестве источника излучения рассматривается одноэлементный фокусированный излучатель в виде сферической чаши с

фокусным расстоянием  $F = 7$  см, радиусом апертуры  $r = 5$  см и рабочей частотой  $f = 1.072$  МГц. Излучатель работает в режиме непрерывной гармонической волны.

В качестве рассеивателей выбраны упругие шары с размерами 2–3 мм, сделанные из нейлона и стекла. Соответствующие упругие характеристики: нейлон – плотность  $\rho_s = 1125$  кг · м<sup>-3</sup>, скорость продольных  $c_l$  и сдвиговых  $c_t$  волн 2620 и 1080 м · с<sup>-1</sup>, соответственно; стекло –  $\rho_s = 2500$  кг · м<sup>-3</sup>,  $c_l = 5920$  м · с<sup>-1</sup>,  $c_t = 3420$  м · с<sup>-1</sup>. Экспериментальные исследования проводились для трех шаров: нейлоновые с радиусами  $a = 2$  мм и  $a = 3$  мм и стеклянный с  $a = 2$  мм.

### ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ СИЛЫ

Численный расчет радиационной силы, оказываемой со стороны ультразвукового пучка на упругий шар, проводился на основе теоретического подхода, представленного в работе [4]. Здесь коротко будут приведены основные соотношения. Для сферического рассеивателя, расположенного в идеальной жидкости, компонента радиационной силы, направленная вдоль оси распространения пучка  $z$ , численно рассчитывается следующим образом:

$$F_z = -\frac{1}{4\pi^2 \rho c^2 k^2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n \sum_{m=-n}^n B_{nm} H_{nm} H_{n+1,m}^* \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $c$  – скорость звука в жидкости,  $k = 2\pi f/c$  – волновое число,  $\rho$  – плотность окружающей жидкости,

$Y_{nm}^*(\theta_k, \varphi_k)$  – комплексно сопряженные сферические гармоники, индекс  $\operatorname{Re}$  означает взятие действительной части величины в скобках. Коэффициенты  $B_{nm} = \sqrt{(n+m+1)(n-m+1)/(2n+1)(2n+3)}$ ,

$H_{nm} = \int_{k_x^2+k_y^2 < k^2} dk_x dk_y S(k_x, k_y) Y_{nm}^*(\theta_k, \varphi_k)$  описывают структуру падающего поля, задаваемого угловым спектром  $S(k_x, k_y)$ . Функции  $\Psi_n$  определяются свойствами рассеивателя и среды. Они характеризуют рассеяние плоских волн на упругой сфере радиуса  $a$ :  $\Psi_n = \Psi_n\{ka, k_l a, k_t a, \rho, \rho_s\}$ . Здесь  $k_l = \omega/c_l$ ,  $k_t = \omega/c_t$ . Более подробное представление функций  $\Psi_n$  приводится в работах [4, 5].

Если рассеиватель расположен в поле осесимметричного пучка на его оси, то соотношения (1) достаточно для расчета искомой радиационной силы, так как тогда ее величина  $F = F_z$ , а поперечные компоненты силы равны нулю:  $F_x = F_y = 0$ . В более общем случае несимметричного пучка или рассеивателя, расположенного вне оси, радиационная сила имеет три ненулевые компоненты. Соотношения, аналогичные (1), для двух других

компонент также могут быть рассчитаны с использованием углового спектра [4]. В настоящей работе численный и экспериментальный расчеты силы проводились лишь на оси фокусированного пучка, когда для ее расчета достаточно соотношения (1).

Согласно выражению (1), для численного расчета радиационной силы необходимо знание углового спектра “силового” пучка. Он может быть найден по известному распределению комплексной амплитуды акустического давления  $P$ , заданному в некоторой плоскости  $(x, y, z = z_0)$ :

$$S(k_x, k_y) = e^{-iz_0 \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx dy P(x, y, z_0) e^{-i(k_x x + k_y y)}. \quad (2)$$

Теоретически угловой спектр поля одноэлементного излучателя в виде сферической чаши может быть рассчитан из предположения поршневого характера колебаний поверхности излучателя. Падающее поле в этом случае может быть получено на основе интеграла Рэлея [6]. Однако более точные расчеты требуют подхода, при котором угловой спектр находится с учетом реальной структуры поля и характера колебаний пластины излучателя. Таким подходом, позволяющим характеризовать поля с высокой точностью, является метод акустической голографии [7]. На основе измерения двумерного распределения амплитуды и фазы акустического давления в поперечном сечении пучка  $P(x, y, z_0)$  (акустической голограммы) на некотором расстоянии от поверхности излучателя может быть рассчитан угловой спектр (2) и восстановлено полное поле излучателя [7]:

$$P(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(k_x, k_y) e^{ik_x x + ik_y y + i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} z} dk_x dk_y. \quad (3)$$

Кроме того, по известному угловому спектру может быть рассчитана полная акустическая мощность пучка [4]:

$$W = \frac{1}{8\pi^2 \rho c} \iint_{k_x^2+k_y^2 \leq k^2} \sqrt{1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}} |S(k_x, k_y)|^2 dk_x dk_y. \quad (4)$$

В задачах о радиационной силе удобно пользоваться нормированным на мощность и скорость звука параметром  $Y = Fc/W$ . Соотношения (1)–(4) полностью определяют численный расчет безразмерного параметра для аксиальной компоненты радиационной силы  $Y_z = F_z c/W$  на оси пучка, что, в свою очередь, необходимо для сопоставления экспериментальных результатов с теоретически рассчитанной величиной силы.

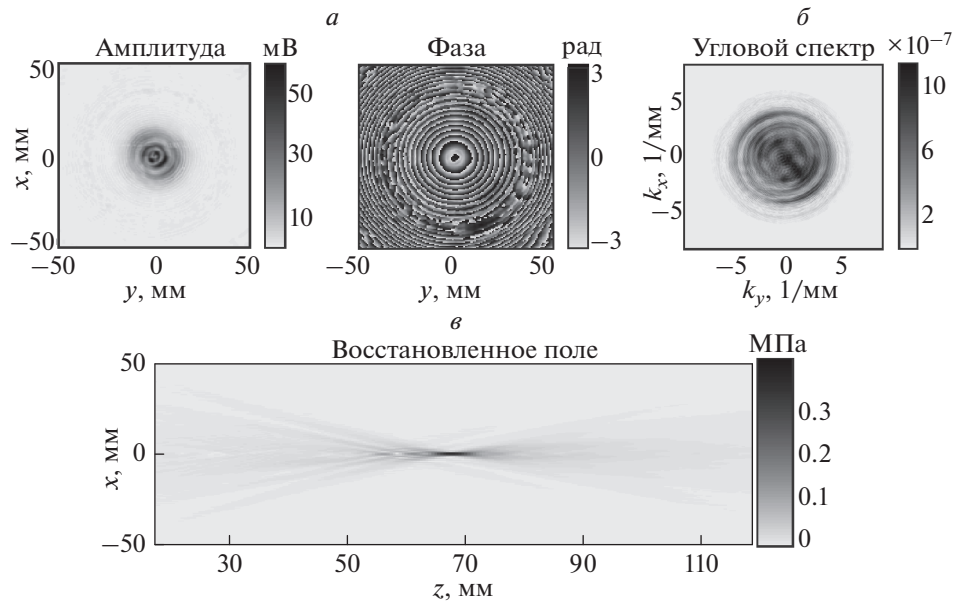


Рис. 1. *a* – измеренная амплитуда и фаза поля в поперечной плоскости излучателя.  $120 \times 120$  точек с шагом 0.5 мм; *б* – восстановленный угловой спектр излучателя; *в* – поле давления фокусированного пучка в плоскости его оси.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЯ АКУСТИЧЕСКОЙ ГОЛОГРАММЫ

Согласно описанной выше методике было проведено измерение акустической голограммы  $P(x, y, z_0)$  (амплитуды и фазы) “силового” излучателя на расстоянии  $z_0 = 55$  мм от поверхности излучателя (рис. 1*a*). Измерения проводились с помощью игольчатого гидрофона ONDA HNA 0400. Измеренная амплитуда электрического напряжения на выходе гидрофона  $U$  пересчитывалась в соответствующее давление акустического поля согласно чувствительности гидрофона  $G = 0.75 \text{ В} \cdot \text{МПа}^{-1}$ , которая была экспериментально определена методом “взвешивания” акустического пучка [7]. На рис. 1*б* представлено полученное на основе соотношения (2) распределение модуля углового спектра  $S(k_x, k_y)$  и соответствующее поле излучателя, рассчитанное по формуле (3), в поперечной плоскости  $xz$ . Отметим, что акустическое поле действительно с хорошим приближением можно считать осесимметричным. Фокус, как и должно быть, расположен на расстоянии  $z = 70$  мм от поверхности излучателя. При этом диаметры фокального пятна по уровню половинной амплитуды составляют 2 мм в поперечном направлении и 7 мм в продольном направлении.

### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИЗМЕРЕНИЯ СИЛЫ

Измерения радиационной силы проводились на разработанной экспериментальной установке

(рис. 2). Источник фокусированного поля располагался на дне бассейна с дегазированной водой.

Рассеиватели в виде упругих шаров размещались в поле излучателя в специально сконструированном креплении, состоящем из трех уровней параллельно натянутых тонких рыболовных лесок диаметром  $d = 0.08$  мм. Крепление с помощью системы позиционирования могло перемещаться в трех ортогональных направлениях с шагом до 0.1 мм. Трехуровневая система лесок необходима для обеспечения следующих функций: первый уровень – опора для шарика, второй уровень необходим для ограничения ухода рассеивателя вбок (лески натягивались достаточно широко), третий

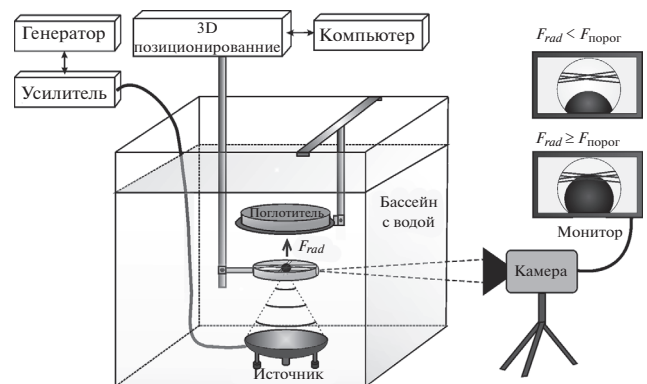


Рис. 2. Экспериментальная установка по измерению радиационной силы, действующей на упругие сферические рассеиватели.

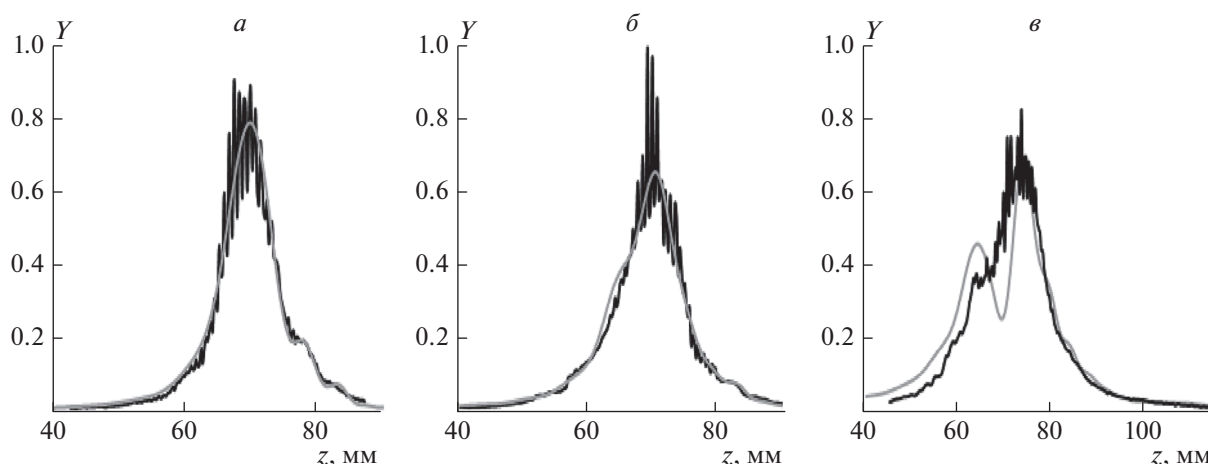


Рис. 3. Численные кривые (серые) и экспериментальные результаты (черные) измерения радиационной силы для трех рассеивателей: *a* – стекло,  $r = 2$  мм; *б* – нейлон,  $r = 2$  мм; *в* – нейлон,  $r = 3$  мм.

уровень – ограничитель при движении шара вверх под действием радиационной силы.

Непосредственно перед рассеивателем размещалась тонкая звукопрозрачная пленка для устранения образующихся под действием акустического пучка гидродинамических потоков жидкости (акустических течений). Для минимизации влияния на рассеиватель отраженных от верхней границы вода–воздух волн на пути распространения пучка у поверхности воды располагался резиновый поглотитель диаметром  $d = 100$  мм.

Измерения проводились вдоль оси излучателя с шагом 0.2 мм. Наблюдение за движением рассеивателя под действием силы велось с помощью видеокамеры через специально сделанное смотровое отверстие в креплении.

Безразмерная радиационная сила  $Y_z$  в каждой точке определялась путем измерения порогового значения поля, которое соответствовало моменту, когда осевая компонента радиационной силы, действующая на рассеиватель объема  $V$  в жидкости с плотностью  $\rho$ , уравновешивала силу тяжести и силу Архимеда:

$$F_z = F_{\text{порог}} = gV(\rho_s - \rho). \quad (5)$$

В каждой точке достижение пороговой величины  $F_z$  происходило при соответствующем уровне акустической мощности  $W$ , который, в свою очередь, определялся подаваемым на излучатель электрическим напряжением с генератора сигналов Agilent 33250A через усилитель E&I RF Power Amplifier. Для определения пороговой величины напряжения на генераторе использовали следующий алгоритм: на первом этапе на излучатель подавалось заведомо высокое напряжение – такое, чтобы рассеиватель отрывался от нижних лесок и упирался в верхние. Затем, постепенно снижая напряжение, фиксировался момент отрыва рас-

сеивателя от верхних лесок, что и соответствовало пороговому значению  $U_{\text{порог}}$ . Пересчет напряжения на генераторе в соответствующую акустическую мощность осуществлялся с учетом усиления сигнала и эффективности преобразования электрической мощности в акустическую.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты экспериментального измерения силы, действующей на сферические рассеиватели из нейлона и стекла, и соответствующие им численные расчеты представлены на рис. 3.

Каждый из трех графиков соответствует определенному материалу и размеру рассеивателя: серыми кривыми отмечены численные расчеты, черными – измерения. Отметим, что для всех трех рассеивателей численные и экспериментальные результаты в области за фокусом согласуются с погрешностью до 8%. Для рассеивателей с радиусом  $r = 2$  мм высокая точность совпадения результатов достигнута и в предфокальной области (рис. 3а, 3б). Для нейлонового шара радиусом  $r = 3$  мм в области перед фокусом отличие численных и экспериментальных результатов оказалось более высоким (20–25%). При этом для всех рассеивателей в области фокуса наблюдается появление осцилляций, что связано с генерацией стоячей волны между поверхностью излучателя и рассеивателя. Несмотря на влияние стоячих волн, общая тенденция изменения экспериментальных кривых повторяет численные результаты.

Отметим также интересный эффект, возникающий для нейлонового рассеивателя радиусом  $r = 3$  мм (рис. 3в). Здесь, в отличие от шаров с радиусом  $r = 2$  мм, максимум радиационной силы на оси излучателя достигается не в фокусе пучка, а на некотором расстоянии от него, в области,

где радиус пучка становится близок к размеру рассеивателя. В случае с рассеивателями с  $r = 2$  мм в фокусе ширина фокусированного пучка близка к размерам рассеивателя, что соответствует максимальному значению силы вдоль оси излучателя. Указанный эффект связан с генерацией сдвиговых волн в рассеивателе и более эффективной передачей импульса пучка рассеивающему объекту. Эффект более подробно обсуждается в работах [8, 9].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в работе метод измерения позволяет с высокой точностью определять величину радиационной силы, действующей на сферические рассеиватели, что подтверждается численными результатами, полученными с учетом реальной структуры акустического пучка.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 17-02-00261, № 18-02-00991 и № 18-32-00659, а

также стипендии Президента РФ СП-2621.2016.4 (Карзова М.М.).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shah A., Owen N., Lu W. et al.* // Urol. Res. 2010. V. 38. № 6. P. 491.
2. *Shah A., Harper J.D., Lu W. et al.* // J. Urol. 2012. V. 187. № 2. P. 739.
3. *May P.C., Bailey M.R., Harper J.D.* // Curr. Opin. Urol. 2016. V. 26. № 3. P. 264.
4. *Sapozhnikov O.A., Bailey M.R.* // J. Acous. Soc. Am. 2013. V. 133. № 2. P. 661.
5. *Hasegawa T., Ochi M., Matsuzawa K.* // J. Acoust. Soc. Amer. 1981. V. 69. № 4. P. 937.
6. *Сапожников О.А., Синило Т.В.* // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 6. С. 813.
7. *Tsysar S., Sapozhnikov O., Kreider W.* // РОМА. 2013. V. 19. P. 055015.
8. *Николаева А.В., Сапожников О.А.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 1. С. 89.
9. *Cleveland R.O., Sapozhnikov O.A.* // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 118. № 4. P. 2667.