УДК 535.03:519.06

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ ПЛАНАРНОГО ВОЛНОВОДА НА ФОРМИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ПУЛЬ

© 2019 г. С. В. Сазонов^{1, 2, *}, А. А. Калинович¹, Б. Д. Соболев¹, М. В. Комиссарова¹, И. Г. Захарова¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Москва, Россия ²Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия *E-mail: sazonov.sergey@gmail.com

Исследуется формирование оптических пуль при распространении световых пучков-импульсов в планарном волноводе с квадратичной нелинейностью. Рассмотрены случаи неограниченного волновода с квадратичным профилем изменения показателя преломления и волновода с насыщением.

DOI: 10.1134/S0367676519010228

ВВЕДЕНИЕ

Двух- и трехкомпонентные солитоны в среде с квадратичной нелинейностью исследуются с 1974 года, когда впервые была продемонстрирована возможность их существования [1]. Первые работы касались случаев (1 + 1) D. Притягательность многокомпонентных многомерных солитонов при квадратичной нелинейности связана с их устойчивостью и более низким порогом возбуждения по сравнению с солитонами при кубической нелинейности [2].

Устойчивость световых пучков при квадратичной нелинейности исследовалась либо аналитически с помощью вариационного подхода, либо численно [3, 4]. Показана устойчивость пространственно-временных солитонов при условии, что импульсы на основной и второй гармониках распространяются в режиме аномальной дисперсии. Недавно мы разработали подробную теорию "дышащих" световых пуль, распространяющихся в среде с аномальной дисперсией [5, 6].

Чтобы создать полностью локализованные волны в режиме нормальной дисперсии, необходимо компенсировать как линейные эффекты дифракции, так и дисперсию и нелинейный эффект. Хорошо известна замечательная способность волноводов поддерживать устойчивые солитонные структуры [3]. Геометрия волновода может играть фокусирующую или дефокусирующую роль и конкурировать с тенденциями растяжения.

В настоящей работе мы анализируем возможность образования и устойчивого распространения световых пуль в плоском волноводе с квадратичной нелинейностью. Значительное внимание уделяется режиму нормальной дисперсии на обеих частотах, соответствующих видимому частотному диапазону излучения.

Как известно, распространение оптического импульса-пучка в среде с кубичной нелинейностью может сопровождаться пространственновременным коллапсом, характер которого зависит от входных параметров. Одним из примеров нелинейного механизма, который может остановить коллапс и способствовать генерации устойчивых пространственно-временных солитонов, так называемых световых пуль, является использование среды с насыщающей нелинейностью [1].

По сравнению с солитонами на кубичной нелинейности многомерные солитоны на квадратичной нелинейности характеризуются гораздо более высокой устойчивостью и низким порогом генерации. Основные ограничения на возможность формирования оптических пуль в однородной среде связаны с видом дисперсии, от которого зависит, является ли среда фокусирующей или дефокусирующей.

В [2] было показано, что при переходе к волноводной геометрии, помимо конкуренции между нелинейностью, дисперсией и дифракцией, важную роль начинают играть фокусирующие свойства волновода. Для волновода с параболическим профилем показателя преломления приближенное аналитическое решение в виде двухкомпонентной оптической пули было получено как для случая аномальной, так и для случая нормальной дисперсии. Однако, поскольку параболическая функция асимптотически неограниченно возрастает, данное решение применимо для случая узких пучков. Реальные волноводы создают сильное изменение показателя преломления в центре, на периферии показатель волновода существенно не меняется. В случае, когда размер пучка сопоставим с размером волновода, этот факт необходимо учитывать.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящей работе в геометрию волновода с квадратичной нелинейностью вводится насыщение, при котором вблизи центра волновода поперечный профиль показателя преломления остается параболическим, а на периферии выходит на константу. Этот случай лучше соответствует реальным ситуациям, нежели параболический профиль. Импульсный режим генерации второй гармоники в таком волноводе при совместном влиянии дифракции и дисперсии описывается следующей системой уравнений для комплексных амплитуд основной частоты ψ_1 и второй гармоники ψ_2 :

$$i\left[\frac{\partial\psi_{1}}{\partial z} + \left(\varepsilon_{1}\alpha_{1}\frac{x^{2}}{1+x^{2}/a_{1}^{2}} + \delta\right)\frac{\partial\psi_{1}}{\partial\tau}\right] + \frac{\beta_{2}^{(1)}}{2}\frac{\partial^{2}\psi_{1}}{\partial\tau^{2}} -$$

$$-\gamma_{1}\psi_{1}^{*}\psi_{2}e^{i\Delta kz} = \varepsilon_{1}q_{1}\frac{x^{2}}{1+x^{2}/a_{1}^{2}}\psi_{1} + \frac{c}{2n_{1}\omega}\frac{\partial^{2}\psi_{1}}{\partialx^{2}},$$

$$i\left[\frac{\partial\psi_{2}}{\partial z} + \left(\varepsilon_{2}\alpha_{2}\frac{x^{2}}{1+x^{2}/a_{2}^{2}} - \delta\right)\frac{\partial\psi_{2}}{\partial\tau}\right] + \frac{\beta_{2}^{(2)}}{2}\frac{\partial^{2}\psi_{2}}{\partial\tau^{2}} -$$

$$-\gamma_{2}\psi_{1}^{2}e^{-i\Delta kz} = 2\varepsilon_{2}q_{2}\frac{x^{2}}{1+x^{2}/a_{2}^{2}}\psi_{2} + \frac{c}{4n_{2}\omega}\frac{\partial^{2}\psi_{2}}{\partialx^{2}}.$$

$$(1)$$

Здесь $n_{1,2}$ — показатели преломления на первой и второй гармониках в центре волновода; $\beta_2^{(1,2)}$ — коэффициенты дисперсии групповой скорости (ДГС), зависящие от показателя преломления

$$n_{1,2}(\omega); \ \tau = t - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\upsilon_{g1}} + \frac{1}{\upsilon_{g2}} \right) z; \ \gamma_1 = \frac{4\pi\omega}{cn_1} \chi_2 \left(-\omega, 2\omega \right) u$$

 $\gamma_2 = \frac{4\pi\omega}{cn_2}\chi_2(\omega,\omega) -$ коэффициенты квадратичной нелинейности, пропорциональные восприимчивости второго порядка; $\Delta k = 2\omega(n_1 - n_2)/c - фазовая расстройка;$ *c* $- скорость света в вакууме; <math>\omega$ - несущая частота основной гармоники; $\delta = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_{c1}} - \frac{1}{v_{c2}}\right) -$ расстройка групповых скоро-

стей. Коэффициенты $\alpha_{1,2} = \frac{n_{1,2}^2 - 1}{2cn_{1,2}}$ и $q_{1,2} = \omega \alpha_{1,2}$

отвечают за свойства волновода; $a_{1,2}$ — характерные размеры неоднородности волновода, $\varepsilon_{1,2} = +1$ соответствует дефокусирующему волноводу, а $\varepsilon_{1,2} = -1 - \phi$ окусирующему.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 83 № 1 2019

Ниже считаем, что, вообще говоря, характерные размеры поперечной неоднородности волновода *а*1 и *а*2 различны для основной частоты и второй гармоники. Рассмотрим случай равенства фазовых и групповых скоростей $\Delta k = 0$, $n_1 = n_2 = n$, $\delta = 0$, $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$, $\tau = t - z/\upsilon$. Дисперсионные коэффициенты будем считать связанными соотношением $\beta_2^{(2)} = 2\beta_2^{(1)}$. Известно, что в одномерном случае существует солитонное решение вида $\psi_{1,20} = E \operatorname{ch}^{-2}(x/r_x)$ [7]. В многомерном случае солитонное решение без волновода существует только при аномальной дисперсии ($\beta_2^{(1,2)} < 0$). В случае нормальной дисперсии ($\beta_2^{(l,2)} > 0$) для образования оптической пули необходимо компенсирующее воздействие, например, волновод. Мы рассматриваем случаи, когда волновод имеет параболический профиль и профиль с насышением.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

При численном моделировании уравнения (1), (2) были обезразмерены следующим образом: $\psi_1 = B_1 A_0, \ \psi_2 = B_2 A_0, \ z = \overline{z} l_{nl}, \ x = \overline{x} R_0, \ a_{1,2} = \overline{a_{1,2}} R_0, \ \tau = \overline{\tau} \tau_0, \quad \Delta \overline{k} = \Delta k L_{nl}, \quad \delta = \frac{\overline{\delta} \tau_0}{L_{nl}}, \quad \alpha_{1,2} = \overline{\alpha}_{1,2} \tau_0 L_{nl}^{-1}, \ q_{1,2} = \overline{q}_{1,2} L_{nl}^{-1}, \ rде \ A_0 - пиковая амплитуда основной гармоники. Здесь введены следующие характерные длины: длина дисперсионного расплывания <math>L_{dis} = \frac{2\tau_0^2}{|\beta_2^{(1)}|}, \ дифракционная длина \ L_D = \frac{n_1 \omega}{c} R_0^2, \ не-$ линейная длина $L_{nl} = \frac{1}{\gamma_1 A_0}$. Безразмерные коэффициенты имеют следующий вид: $D_{ai} = \frac{R_0^2}{2} \overline{\alpha}_i$ sign (ε_i),

$$D_{qj} = \frac{R_0^2}{a_j^2} \overline{q_j} \operatorname{sign}(\varepsilon_j), \quad \overline{\gamma} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}, \quad D_{\tau l} = \operatorname{sign}(\beta_2^{(1)}) \frac{L_{nl}}{L_{dis}},$$

$$D_{\tau 2} = \operatorname{sign} \left(\beta_2^{(2)}\right) \left| \frac{\beta_2}{\beta_2^{(1)}} \right| \frac{L_{nl}}{L_{dis}}, D_{x1} = \frac{L_{nl}}{L_D}, D_{x2} = \frac{n_1}{n_2} \frac{L_{nl}}{L_D}.$$

В итоге мы приходим к следующей безразмерной системе уравнений:

$$i\left[\frac{\partial B_{1}}{\partial \overline{z}} + \left(D_{a1}\frac{\overline{x}^{2}}{1 + \overline{x}^{2}/\overline{a_{1}}^{2}} + \overline{\delta}\right)\frac{\partial B_{1}}{\partial \overline{\tau}}\right] + D_{\tau 1}\frac{\partial^{2} B_{1}}{\partial \overline{\tau}^{2}} - B_{1}^{*}B_{2}\exp(i\Delta \overline{k}\overline{z}) = D_{q1}\frac{\overline{x}^{2}}{1 + \overline{x}^{2}/\overline{a_{1}}^{2}}B_{1} + \frac{1}{2}D_{x1}\frac{\partial^{2} B_{1}}{\partial \overline{x}^{2}},$$
(3)



Рис. 1. Распределение интенсивности на центральных сечениях *tz* (*a*, *б*), *xz* (*b*, *c*) пучков первой (*a*, *b*) и второй (*б*, *c*) гармоник в случае параболического волновода ($a_{1,2} \rightarrow \infty$).

$$i\left[\frac{\partial B_2}{\partial \overline{z}} + \left(D_{a2}\frac{\overline{x}^2}{1 + \overline{x}^2/\overline{a}_2^2} - \overline{\delta}\right)\frac{\partial B_2}{\partial \overline{\tau}}\right] + D_{\tau 2}\frac{\partial^2 B_2}{\partial \overline{\tau}^2} - \overline{\gamma}B_1^2 \exp(-i\Delta \overline{k}\overline{z}) = D_{q2}\frac{\overline{x}^2}{1 + \overline{x}^2/\overline{a}_2^2}B_2 + \frac{1}{4}D_{x2}\frac{\partial^2 B_2}{\partial \overline{x}^2}.$$
(4)

Далее мы опускаем черту над обозначениями переменных.

Рассмотрен процесс генерации пули мощным пучком основной частоты. В качестве начального условия в соответствии с [8] использовалось:

$$\Psi_{10} = E_1 \operatorname{ch}^{-2}(x/r_x) \operatorname{ch}^{-2}(\tau/r_{\tau}), \quad \Psi_{20} = 0.$$
 (5)

Прежде всего была найдена пульсирующая оптическая пуля в параболическом волноводе. В наших уравнениях этому соответствует случай $a_{1,2} \rightarrow \infty$. На рис. 1 приведено распределение амплитуд первой и второй гармоник в центральных сечениях xz и tz. Использовались следующие безразмерные параметры: $D_{\tau 1} = 0.025$, $D_{\tau 2} = 0.05$ $D_{q1} = -1,$ (случай нормальной дисперсии), $D_{a2} = -2$ (фокусирующий волновод), $D_{x1} = 0.3$, $D_{x2} = 0.3, \ \alpha_1 = \alpha_2 = -0.01.$ Видно, что возникшая в начале вторая гармоника распадается на части по времени, при этом основная часть остается в центре, и еще две части отстают или опережают центр. Затем оставшаяся в центре часть при взаимодействии с основной частотой образует опти-



Рис. 2. Распределение интенсивности на центральных сечениях tz (a, b), xz (b, z) пучков первой (a, b) и второй (b, z) гармоник в при волноводе с радиусом насыщения $a_{1,2} = 1$.

ческую пулю, которая распространяется в пульсирующем режиме.

Затем при тех же условиях параболический волновод был заменен на волновод с насыщением. На рис. 2 приведены распределения амплитуд первой и второй гармоник в центральных сечениях xz и tz. Параметр насыщения волновода был $a_{1,2} = 1$, т.е. равен начальной ширине пучка. Однако из рис. 1 видно, что возникающая пуля имеет насколько меньший размер, чем входной пучок. Соответственно, для большей части пули профиль волновода близок к параболическому. При этом, в отличие от случая параболического волновода, возникает оптическая пуля без пульсации.

На рис. 3 приведены распределения амплитуд первой и второй гармоник в центральных сечениях *xz* и *tz* в случае меньших параметров насыщения волновода $a_{1,2} = 0.75$. Видно, что большая часть энергии входного пучка рассеивается, говорить об оптической пуле уже нельзя. С уменьшением параметров волновода $a_{1,2}$ распад пучка происходит на меньших продольных расстояниях *z*. Часть энергии с хвостов уходит на периферию, из-за чего падает интенсивность в центре пучка и оптическая пуля не возникает. Это показывает, что для получения реальных оптических пуль, ширина которых сопоставима с шириной волновода, необходимо увеличивать нелинейность или, что то же самое, увеличивать интенсивность падающей



Рис. 3. Распределение интенсивности на центральных сечениях *tz* (*a*, *б*), *xz* (*b*, *c*) пучков первой (*a*, *b*) и второй (*б*, *c*) гармоник в при волноводе с радиусом насыщения $a_{1,2} = 0.75$.

волны. Данный результат достаточно прозрачен с физической точки зрения. Действительно, если $x > a_{1,2}$, среда становится практически однородной. В этом случае при положительной групповой дисперсии образование пуль невозможно [5]. Таким образом, насыщение поперечного фокусирующего профиля показателя преломления препятствует формированию световых пуль при генера-

ции второй гармоники в области положительной групповой дисперсии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено формирование оптических пуль в волноводах с параболическим профилем и профилем с насыщением при положительной дисперсии. Показано, что в параболическом волноводе возможно формирование таких пуль. В волноводе с насыщающим профилем пули формируются в случае, когда параметр насыщения больше ширины пули, в противном случае начальный пучок рассеивается.

Исследование выполнено за счет гранта Российского Научного Фонда (проект № 17-11-01157).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Карамзин Ю.Н., Сухоруков А.П. // Письма в ЖЭТФ. 1974. Т. 20. С. 730.
- Kivshar Y.S., Agrawal G. // Optical Solution from Fiber to Photonic Crystals. New York: Academic press, 2003. 540 p.
- 3. *Malomed B.A., Drummond P., He H. et al.* // Phys. Rev. 1997. E 56. P. 4725.
- Skryabin D.V., Firth W.J. // Opt. Commun. 1998. V. 148. P. 79.
- 5. Sazonov S.V., Mamaikin M.S., Komissarova M.V., Zakharova I.G. // Phys. Rev. 2017. E 96. P. 022208.
- Sazonov S.V., Mamaikin M.S., Zakharova I.G., Komissarova M.V. // Phys. of Wave Phenom. 2017. V. 25. P. 83.
- 7. *Кившарь Ю.С., Агравал Г.П.* Оптические солитоны. М.: Физматлит, 2005. 648 с.
- Sazonov S., Kalinovich A., Zakharova I. et al. // EPJ Web of Conf. 2017. V. 161. P. 02009.