

УДК 53:372.8

О НЕДОСТАТКАХ ИСПОЛЬЗУЕМОГО В УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЕ ПОДХОДА ПРИ ВЫВОДЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ ПАРАМАГНЕТИКОВ

© 2019 г. Ю. И. Диканский¹, *, С. А. Куникин¹

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Северо-Кавказский федеральный университет”, Ставрополь, Россия

*E-mail: dikansky@mail.ru

Поступила в редакцию 07.09.2018 г.

После доработки 31.01.2019 г.

Принята к публикации 27.06.2019 г.

Проведен анализ вывода формулы для магнитной восприимчивости парамагнетиков, широко распространенного в учебной литературе. Показана некорректность практикуемого отождествления макроскопического магнитного поля с полем, действующим на магнитный момент молекулы. Рассмотрены также некоторые аспекты использования аналогии формул описывающих намагничивание магнетиков и поляризацию диэлектриков.

DOI: 10.1134/S0367676519100077

ВВЕДЕНИЕ

Теория парамагнетиков в настоящее время хорошо разработана как в рамках классической физики, так и на квантовом уровне. Вместе с тем, в широко распространенной учебной литературе при выводе формулы для магнитной восприимчивости парамагнетиков (закона Кюри) допускаются необоснованные приближения, которые могут привести к непониманию природы парамагнетизма. В настоящей работе проведен анализ вывода выражения для магнитной восприимчивости парамагнетиков, представленного в большинстве отечественных учебников, а также аналогии формул, использующихся при описании процессов намагничивания магнетиков и поляризации диэлектриков.

АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ

При выводе формулы для магнитной восприимчивости в основных отечественных учебниках (например, [1–3]) зависимость намагниченности парамагнитного газа от напряженности поля полагается равной $M = M_{\infty} L\left(\frac{mB}{kT}\right)$, в которой под B подразумевается макроскопическое (усредненное по объему) поле в магнетике. В случае малых полей из нее следует $M = \frac{nm^2}{3kT} B$, откуда, с учетом $M = \chi H$ получают:

$$\frac{\chi}{\mu} = \frac{\chi}{1 + 4\pi\chi} = \frac{nm^2}{3kT}. \quad (1)$$

Для парамагнитного газа χ мала, поэтому считается возможным пренебречь слагаемым $4\pi\chi$ вследствие его малости по сравнению с единицей [1, 2], и получить для магнитной восприимчивости выражение $\chi = \frac{nm^2}{3kT}$, которое и выражает известный закон Кюри $\chi = \frac{C}{T}$.

Однако строгий расчет восприимчивости из выражения (1) без каких либо приближений (что должно было бы привести к более точному результату) дает выражение, аналогичное не закону Кюри, а аналогу закона Кюри–Вейсса – $\chi = \frac{C}{T - 4\pi C}$ ($C = \frac{nm^2}{3k}$). Это указывает на то, что пренебрежение магнитной восприимчивостью в знаменателе выражения (1) не является оправданным, так как оно изменяет закон зависимости магнитной восприимчивости от температуры. На рис. 1 схематично показаны зависимости обратной магнитной восприимчивости в случае описания ее законом Кюри и выражением $\chi = \frac{C}{T - 4\pi C}$. Как можно видеть, графики этих зависимостей параллельны и не могут совмещены, сколь не была бы мала магнитная восприимчивость парамагнетика.

Отметим также, что при пренебрежении слагаемым $4\pi\chi$ магнитная проницаемость фактически принимается равной единице, т.е., полагается $B = H$. Это приближение равносильно пренебрежению намагниченностью среды при

выполнении процедуры нахождения выражения для магнитной восприимчивости, поскольку в магнетике $B = H + 4\pi M$. Однако подчинение температурной зависимости восприимчивости парамагнетиков закону Кюри не вызывает сомнения, вследствие его подтверждения многочисленными экспериментальными исследованиями. Представляется, что описанные выше противоречия следует связать с некорректностью некоторых приближений, обычно используемых авторами учебников, посвященных классической теории магнетизма. Действительно, энергия дипольной молекулы в магнитном поле, фигурирующая в аргументе функции Ланжевена, должна определяться произведением магнитного момента молекулы на индукцию поля B' , непосредственно действующего на молекулу, а не на индукцию макроскопического (усредненного) поля. В результате выражение для намагниченности запишется в

виде: $M = \frac{nm^2}{3kT} B'$. Так как B' нельзя считать равным μH , то получение выражения (1) становится невозможным. В случае пренебрежения магнитодипольным взаимодействием (что допустимо для парамагнетиков) индукцию действующего поля B' можно положить равной напряженности внешнего поля H , что и дает, вполне обоснованно, для восприимчивости формулу, выражающую закон

Кюри $\chi = \frac{nm^2}{3kT}$. Заметим, что при таком рассмотрении мы не пренебрегаем намагниченностью вещества, а следовательно и его собственным макроскопическим полем (как это фактически предлагается в [1, 2]), а лишь считаем, что вклад в процесс ориентации момента выбранной молекулы собственных полей других молекул пренебрежимо мал по сравнению с внешним полем.

Известно [1, 2, 4], что при проведении аналогии между магнитными и электрическими явлениями следует аналогом \vec{E} считать не \vec{H} , а \vec{B} , так как именно \vec{B} является силовой (как и \vec{E}) характеристикой поля. Кроме того, в [2] утверждается, что аналогом диэлектрической восприимчивости α , является не магнитная восприимчивость χ , а отношение χ/μ . Действительно, из выражения $M = \chi H$ следует $M = \chi/\mu B$, которое полагают аналогом выражения $P = \alpha E$, откуда и следует аналогия между α и χ/μ . Эта аналогия, по нашему мнению, не совсем безупречна. Очевидно, выражение $M = \chi H$ справедливо для замкнутых или сильно вытянутых образцов, размещенных вдоль направления поля, когда их размагничиванием за счет незамкнутой формы можно пренебречь. В этом случае, как следует из граничных условий, напряженность поля внутри образца равна внешней напряженности. Поскольку в вакууме $B_0 = H$, то из выражения $M = \chi H$, кроме $M = (\chi/\mu)B$, получаем $M = \chi B_0$. Для

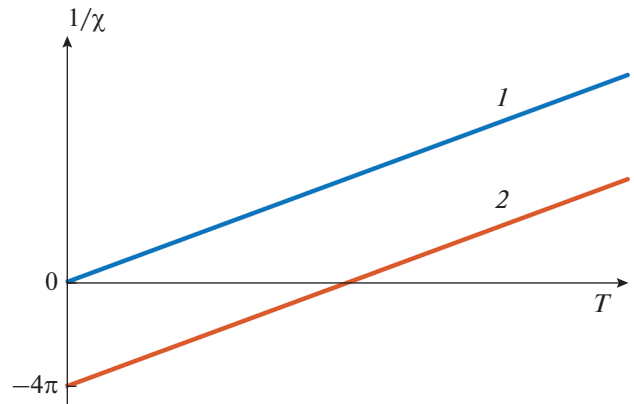


Рис. 1. Зависимость магнитной восприимчивости от температуры. 1 — закон Кюри, 2 — закон Кюри-Вейсса.

выяснения аналогии выражений, характеризующих процессы намагниченности магнетика и поляризации диэлектрика, они должны рассматриваться при одинаковых условиях, что можно обеспечить помещением однородного диэлектрика достаточно вытянутой формы (например, в виде длинного тонкого цилиндра) вдоль силовых линий поля, когда деполяризация за счет поверхностных поляризационных зарядов на его торцах можно пренебречь. Однако при такой ситуации напряженность поля E , фигурирующая в выражении $P = \alpha E$ не будет отличаться от напряженности внешнего поля (тангенциальные составляющие напряженности поля на границе раздела диэлектрика с вакуумом разрыва не претерпевают). Это обстоятельство может указывать на предпочтительность аналогии выражения для поляризации $P = \alpha E$ выражению для намагничивания в виде $M = \chi B_0$ по сравнению с формулой $M = (\chi/\mu)B$, в которой \vec{B} всегда отличается от внешней индукции (превышает ее для пара- и ферромагнетиков). Вышеуказанное может свидетельствовать в пользу аналогии между α и χ , а не между α и χ/μ .

В дополнение заметим, что аналогия α и χ/μ очевидно подразумевает, что χ/μ , также, как и α , пропорционально концентрации молекул (плотности вещества), подтверждением чего могло бы

служить полученное в [1, 2] равенство $\frac{\chi}{\mu} = \frac{\mu_0 nm^2}{3kT}$.

Однако простой анализ этого равенства показывает, что его правая часть строго линейна относительно концентрации, тогда как зависимость левой части от концентрации не может быть линейной, в силу известной связи между χ и μ . Вследствие малой величины восприимчивости молекулярных парамагнетиков проявление указанной нелинейности не является заметным, однако оно становится существенным для магнитных коллоидных си-

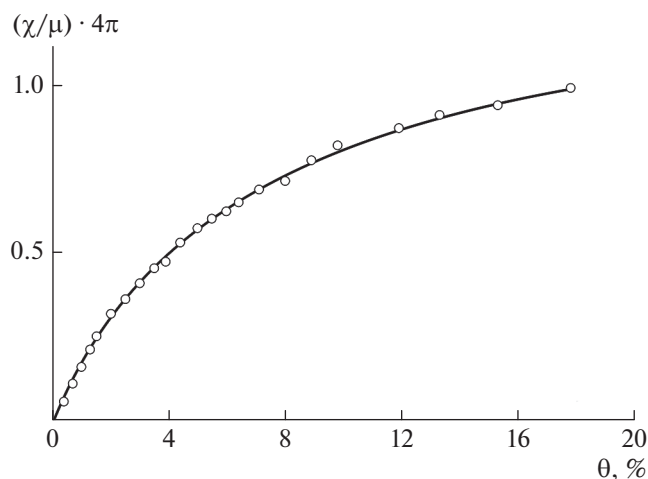


Рис. 2. Зависимость величины χ/μ от концентрации дипольных частиц [6].

стем, которые можно идентифицировать как модельную среду μ парамагнетика. Такие системы представляют ансамбль однодоменных частиц в жидкой среде, подверженных воздействию теплового движения, а их намагничивание может быть описано теорией Ланжевена, разработанной для парамагнитных газов [4]. На рис. 2 приведена зависимость отношения χ/μ от объемной концентрации однодоменных частиц для одного из таких коллоидов, ранее представленная в [5]. Как видно она не является линейной даже при небольших концентрациях частиц.

Отметим также, что согласно [6], выражения для термодинамических величин в магнитном поле формально можно получить из соответствующих выражений в электрическом поле лишь заменой

букв \vec{E} , \vec{D} соответственно на \vec{H} , \vec{B} , а тензоры напряжений — дополнительными заменами ϵ на μ .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, отождествление действующего на молекулу поля с макроскопическим (усредненным) полем, практикующееся в большинстве российских учебников при рассмотрении классической теории парамагнетизма приводит к неверному промежуточному выражению для магнитной восприимчивости. Привести его к известному закону Кюри, удается только при пренебрежении собственным полем магнетика (намагниченностью), что не может быть оправданным. Кроме того, распространенное в некоторых источниках утверждение, что аналогом диэлектрической восприимчивости ϵ является не магнитная восприимчивость χ , а χ/μ не представляется обоснованным.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-03-00279а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Физматлит, 2003. С. 616.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество. М.: Физматлит, 2016. С. 656.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. М.: Лань, 2011. С. 348.
4. Шлиомис М.И. // УФН. 1974. Т. 112. № 3. С. 427.
5. Dikansky Y.I., Ispiryan A.G., Kunikin S.A. // Russ. Phys. J. 2017. V. 60. № 1. P. 181.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том VIII. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2005. С. 656.