

УДК 004.27:004.056.55

КВАНТОВЫЙ ВЕНТИЛЬ КОНТРОЛИРУЕМОГО ОТРИЦАНИЯ НА ОСНОВЕ ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОГО СМЕШЕНИЯ В РЕЗОНАТОРЕ ДЛЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ФОТОННЫХ КУБИТОВ

© 2019 г. С. Н. Андрианов^{1, *}, А. А. Калачев², О. П. Шиндяев¹, А. В. Шкаликов²

¹Институт прикладных исследований Академии наук Республики Татарстан, Казань, Россия

²Казанский физико-технический институт им. Е.К. Завойского – обособленное структурное подразделение
Федерального государственного бюджетного учреждения науки “Федеральный исследовательский центр
“Казанский научный центр Российской академии наук”, Казань, Россия

*E-mail: andrianovsn@mail.ru

Поступила в редакцию 03.09.2018 г.

После доработки 10.09.2018 г.

Принята к публикации 22.10.2018 г.

Исследована возможность эффективной реализации квантовых логических элементов на поляризационных фотонных кубитах с использованием среды с керровской нелинейностью в резонаторе. Показано, как реализуется квантовый логический вентиль контролируемого отрицания в ходе процесса четырехволнового смешения на таких кубитах. Построена теория функционирования этого вентиля с использованием формализма ввода-вывода и получены условия параметрического согласования, которые должны выполняться для эффективной работы вентиля.

DOI: 10.1134/S0367676519030323

ВВЕДЕНИЕ

Разработка масштабируемых квантовых компьютеров – одна из основных задач в области квантовых технологий [1, 2], решение которой приведет к беспрецедентному увеличению производительности вычислительных устройств, что имеет принципиальное значение для создания новых материалов, лекарств, обработки больших объемов данных и оптимизации сложных систем. Одним из перспективных подходов к реализации масштабируемых квантовых вычислений являются линейные оптические квантовые компьютеры [3, 4], в которых в качестве кубитов используют однофотонные состояния света, а квантовые логические операции являются вероятностными. Эффективность таких квантовых вентилях можно существенно увеличить за счет использования нелинейных оптических явлений, протекающих, например, в средах с керровской нелинейностью [5]. В работе [6] была предложена схема детерминированного квантового компьютера на поляризационных фотонных кубитах, использующая керровскую нелинейность в режиме четырехволнового смешения. Эффективность реализации двухкубитовых квантовых вентилях в таком компьютере можно повысить, поместив нелинейную среду в резонатор. Настоящая работа посвящена анализу этой возможности. Мы рассматриваем функционирование оптического квантового вентиля контролируемого отрицания в резонаторе в рамках формализма ввода-вывода [7] и находим оптимальные режимы его работы.

ГАМИЛЬТониАН И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим электромагнитное поле в нелинейном диэлектрике. Энергия электромагнитного поля в диэлектрике может быть записана как

$$H = \int \frac{1}{2\mu_0} \vec{B}^2(\vec{r}, t) d^3r + \int d^3r \int_0^{\vec{D}(\vec{r}, t)} \vec{E}(\vec{r}, t) d\vec{D}(\vec{r}, t), \quad (1)$$

где \vec{E} – электрическое поле, \vec{B} – индукция, \vec{D} – электрическое смещение [8]. В нелинейной среде для \vec{D} можно записать

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}(\vec{r}, t), \quad (2)$$

где $\vec{P}(\vec{r}, t)$ поляризация среды:

$$P_i = \chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ij}^{(2)} E_j E_k + \chi_{ij}^{(3)} E_j E_k E_l, \quad (3)$$

где $\chi_{ij}^{(n)}$ – тензор восприимчивости n -ого ранга. В одномерном случае при $\chi_{ij}^{(1)} = \chi_{ij}^{(2)} = 0$ будем иметь

$$H = \int \frac{1}{2\mu_0} B^2(z, t) dz + \int dz \int_0^{D(z, t)} E(z, t) dD(z, t), \quad (4)$$

$$D(z, t) = \epsilon_0 E(z, t) + \chi^{(3)} E^3(z, t). \quad (5)$$

Обращение выражения (5) при $\chi^{(3)}E^3 \ll E$ дает

$$E \cong \frac{D}{\epsilon_0} - \chi^{(3)} \frac{D^3}{\epsilon_0^4}. \quad (6)$$

Подставляя (5) в (4), получим

$$H = \int \frac{1}{2\mu_0} B^2(z, t) dz + \int dz \left(\frac{D^2}{2\epsilon_0} - \chi^{(3)} \frac{D^4}{4\epsilon_0^4} \right) dz. \quad (7)$$

Квантование в среде с периодической восприимчивостью приводит к следующему выражению для гамильтониана [9]:

$$H = \sum_{mk} \hbar \omega_{mk} |a_{mk}|^2 - \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{16N^2 \mu_0^2} \int_{-L/2}^{L/2} dz \frac{\chi^{(3)}(z)}{\epsilon_0^4(z)} \times \left[\prod_{i=1}^4 \sum_{m_i k_i} \frac{(a_{m_i k_i} \theta_{m_i k_i} + c.c.)}{\sqrt{\omega_{m_i k_i}}} \right]. \quad (8)$$

Если две моды в разложении (8) равны друг другу, то это излучение является пробным и для взаимодействующей части гамильтониана можно записать

$$H_{int} = \xi a^+ a c^+ d + c.c., \quad (9)$$

что совпадает с гамильтонианом работы [6], в которой рассмотрен квантовый логический вентиль контролируемого отрицания на основе четырехволнового смешения поляризационных кубитов. Здесь c, c^+ и d, d^+ – операторы рождения и уничтожения фотонов в соответствующих поляризационных состояниях целевого кубита, a и a^+ – операторы рождения и уничтожения фотонов контролирующего кубита.

УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

В рамках формализма ввода–вывода [8] можно записать следующие уравнения:

$$\frac{d}{dt} c(t) = -\frac{i}{\hbar} [c(t), H] - \frac{\gamma}{2} c(t) + \sqrt{\gamma} c_{IN}(t), \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} d(t) = -\frac{i}{\hbar} [d(t), H] - \frac{\gamma}{2} d(t) + \sqrt{\gamma} d_{IN}(t). \quad (11)$$

Используя гамильтониан (9), получаем

$$\frac{d}{dt} c(t) = -i\omega_0 c - i\kappa d n - \frac{\gamma}{2} c(t) + \sqrt{\gamma} c_{IN}(t), \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} d(t) = -i\omega_0 d - i\kappa c n - \frac{\gamma}{2} d(t) + \sqrt{\gamma} d_{IN}(t), \quad (13)$$

где $\kappa = \frac{\xi}{\hbar}$, $n = a^+ a$. Фурье-преобразование дает

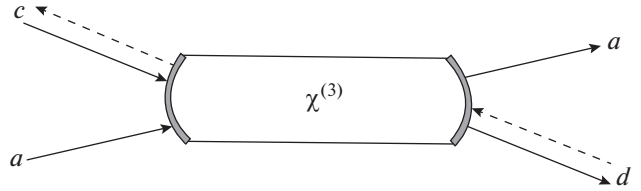


Рис. 1. Принципиальная схема эксперимента по четырехволновому смешению волн a, a, c и d для выполнения операции CNOT.

$$-i\omega_1 c(\omega) = -i\omega_0 c(\omega) - i\kappa d(\omega) n - \frac{\gamma}{2} c(\omega) + \sqrt{\gamma} c_{IN}(\omega), \quad (14)$$

$$-i\omega d(\omega) = -i\omega_0 d(\omega) - i\kappa c(\omega) n - \frac{\gamma}{2} d(\omega) + \sqrt{\gamma} c_{IN}(\omega), \quad (15)$$

откуда

$$c(\omega) = \frac{-i\kappa n \sqrt{\gamma} d_{IN}(\omega) + \sqrt{\gamma} \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega - \omega_0) \right) c_{IN}(\omega)}{(\kappa n)^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega - \omega_0) \right)^2}, \quad (16)$$

$$d(\omega) = \frac{-i\kappa n \sqrt{\gamma} c_{IN}(\omega) + \sqrt{\gamma} \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega - \omega_0) \right) d_{IN}(\omega)}{(\kappa n)^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega - \omega_0) \right)^2}. \quad (17)$$

Используя граничные условия

$$c_{IN}(\omega) + c_{OUT}(\omega) = \sqrt{\gamma} c(\omega), \quad (18)$$

$$d_{IN}(\omega) + d_{OUT}(\omega) = \sqrt{\gamma} d(\omega), \quad (19)$$

получим

$$c_{OUT}(\omega) = \frac{-i\kappa n \gamma d_{IN}(\omega)}{(\kappa n)^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega - \omega_0) \right)^2} - \frac{\left\{ (\kappa n)^2 - \left(\frac{\gamma^2}{4} + (\omega - \omega_0)^2 \right) \right\} c_{IN}(\omega)}{(\kappa n)^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega - \omega_0) \right)^2}, \quad (20)$$

$$d_{OUT}(\omega) = \frac{-i\kappa n \gamma c_{IN}(\omega)}{(\kappa n)^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega - \omega_0) \right)^2} + \frac{\left\{ \frac{\gamma^2}{4} - (\kappa n)^2 + (\omega - \omega_0)^2 \right\} d_{IN}(\omega)}{(\kappa n)^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega - \omega_0) \right)^2}. \quad (21)$$

Волновые функции состояния поля до и после преобразования можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Psi_{IN} &= \sum_n \int_{-\infty}^{0,1} C_1(\omega) c_{IN}^{(n)+}(\omega) |0\rangle_1 |0\rangle_0 |n\rangle_c d\omega + \\ &+ \sum_n \int_{-\infty}^{0,1} C_2(\omega) d_{IN}^{(n)+}(\omega) |0\rangle_1 |0\rangle_0 |n\rangle_c d\omega = \end{aligned} \quad (22)$$

$$= \Psi_{IN}^{(0)} + \Psi_{IN}^{(1)},$$

$$\begin{aligned} \Psi_{OUT} &= \sum_n \int_{-\infty}^{0,1} C_1(\omega) c_{OUT}^{(n)+}(\omega) |0\rangle_1 |0\rangle_0 |n\rangle_c d\omega + \\ &+ \sum_n \int_{-\infty}^{0,1} C_2(\omega) d_{OUT}^{(n)+}(\omega) |0\rangle_1 |0\rangle_0 |n\rangle_c d\omega = \end{aligned} \quad (23)$$

$$= \Psi_{OUT}^{(0)} + \Psi_{OUT}^{(1)}.$$

Считая, что

$$c_{OUT}^{(n)}(\omega) = c_{OUT}^{(n)} \delta(\omega - \omega_0), \quad (24)$$

$$d_{OUT}^{(n)}(\omega) = d_{OUT}^{(n)} \delta(\omega - \omega_0), \quad (25)$$

получим

$$\begin{aligned} \Psi_{OUT}^{(n)} &= C_1(\omega_0) \times \\ &\times \left\{ \frac{i\kappa n_c \gamma d_{IN,0}^+(\omega_0) - \left\{ (\kappa n_c)^2 - \left(\frac{\gamma^2}{4}\right) \right\} c_{IN}^+(\omega_0)}{(\kappa n_c)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} \right\} \times \\ &\times |0\rangle_1 |0\rangle_0 |n\rangle_c + C_2(\omega_0) \times \\ &\times \left\{ \frac{i\kappa n_c \gamma c_{IN}^+(\omega_0) + \left\{ \frac{\gamma^2}{4} - (\kappa n_c)^2 \right\} d_{IN}^+(\omega_0)}{(\kappa n_c)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} \right\} |0\rangle_1 |0\rangle_0 |n\rangle_c. \end{aligned} \quad (26)$$

Тогда при выполнении условия согласования параметров $\kappa = \frac{\gamma}{2}$ получим

$$\begin{aligned} \Psi_{OUT} &= C_1(\omega_0) c_{IN}^+(\omega_0) |0\rangle_1 |0\rangle_0 |0\rangle_c + \\ &+ C_2(\omega_0) d_{IN}^+(\omega_0) |0\rangle_1 |0\rangle_0 |0\rangle_c + \\ &+ iC_1(\omega_0) d_{IN}^+(\omega_0) |0\rangle_1 |0\rangle_0 |1\rangle_c + \\ &+ iC_2(\omega_0) c_{IN,1}^+(\omega_0) |0\rangle_1 |0\rangle_0 |1\rangle_c. \end{aligned} \quad (27)$$

Наконец, осуществляя операцию фазового сдвига контролирующего кубита на $-\pi/2$, приходим к результату

$$\begin{aligned} \Psi_{FIN} &= C_1(\omega_0) c_{IN}^+(\omega) |0\rangle_1 |0\rangle_0 |0\rangle_c + \\ &+ C_2(\omega_0) d_{IN}^+(\omega) |0\rangle_1 |0\rangle_0 |0\rangle_c + \\ &+ C_1(\omega_1) d_{IN}^+(\omega) |0\rangle_1 |0\rangle_0 |1\rangle_c + \\ &+ C_2(\omega_1) c_{IN}^+(\omega) |0\rangle_1 |0\rangle_0 |1\rangle_c, \end{aligned} \quad (28)$$

что соответствует операции CNOT.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, показано, что на основе четырехволнового смешения в резонаторе возможна эффективная реализация квантового логического вентиля контролируемого отрицания на поляризованных фотонных кубитах. Получены условия параметрического согласования, обеспечивающие эффективную работу вентиля. Дополняя предложенную схему вентиля контролируемого отрицания схемами однокубитовых операций для фотонных кубитов на основе элементов сдвига фазы, делителей пучка и элементов вращения поляризации [10], можно построить эффективную схему детерминированного оптического квантового компьютера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ladd T.D., Jelezko F., Laflamme R.D. et al. // Nature. 2010. V. 464. No. 7285. P. 45.
2. Mohseni M., Read P., Neven H., et al. // Nature. 2017. V. 543. No. 7644. P. 171.
3. Knill E., Laflamme R., Milburn G. // Nature. 2001. V. 409. No. 6816. P. 46.
4. Kok P., Munro W.J., Nemoto K. et al. // Rev. Mod. Phys. 2007. V. 79. P. 135.
5. Nemoto K., Munro W.J. // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. Art. no. 250502.
6. D'Ariano G.M., Macchiavello C., Maccone L. // Fortschr. Phys. 2000. V. 48. P. 573.
7. Walls D.F., Milburn G.J. // Quantum Optics. Berlin: Springer-Verlag, 2008. 424 p.
8. Мандель Л., Вольф Э. // Оптическая когерентность и квантовая оптика. М.: Физматлит, 2000, 896 с.
9. Pereira S., Sipe J.E. // Phys. Rev. 2002. V. 65. Art. no. 046601.
10. Kok P. // Lect. Notes Phys. 2010. V. 787. P. 187.