ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2020, том 84, № 1, с. 137–141

УДК 535.14

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАНТОВЫХ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ, ФОРМИРУЕМЫХ В РДС-КРИСТАЛЛАХ: МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

© 2020 г. А. В. Белинский[1], Р. Сингх[1, *]

[1]*Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия*

**E-mail: ranjit.singh@mail.ru*

Поступила в редакцию 29.07.2019 г.
После доработки 30.08.2019 г.
Принята к публикации 27.09.2019 г.

Рассмотрены вырожденный параметрический процесс и суммарная генерация обыкновенной и необыкновенной оптических волн внутри регулярной доменной структурой (РДС) кристалла с квадратичной нелинейностью. Развита квантовая теория описания статистических характеристик поляризационных состояний света для РДС-кристалла. Установлено, что степенью поляризации можно управлять с помощью дисбаланса интенсивностей мод на частотах обыкновенной и необыкновенной оптических волн: уменьшения среднего количества фотонов в одной и его увеличения в другой.

DOI: 10.31857/S036767652001007X

ВВЕДЕНИЕ

Квантовые поляризационные характеристики света играют важную роль в задачах квантовой оптики и квантовой информатики. Обычно для изучения поляризационных характеристик света применяются наблюдаемые операторы Стокса, Джонса и их дисперсии. Перечислим некоторые достижения теории и эксперимента поляризационной квантовой оптики, которые связаны с многомодовыми состояниями света.

В работе [1] была предложена и теоретически обоснована концепция поляризационно-сжатого света. Она была применена для нелинейных анизотропных сред с кубической нелинейностью. В этом же году была разработана теория и экспериментально обнаружен свет со скрытой поляризацией в нелинейной среде с квадратичной нелинейностью в монодоменном кристалле [2] при вырожденном спонтанном параметрическом рассеянии, при котором все средние значения операторов Стокса равны нулю (или значение степени поляризации равно нулю), а значение дисперсии одного из операторов Стокса отличается от других. Отметим, что среднее значение параметров Стокса при вырожденном параметрическом рассеянии равно нулю за счет неопределенности фазы между модами разных поляризаций, а скрытая поляризация появляется за счет запутанности и строгой корреляции состояний поляризации мод рождающихся бифотонов.

Следует отметить также метод поляризационной томографии квантовых состояний света с помощью функции поляризационной квазивероятности [3]. Функция поляризационной квазивероятности использовалась для различных примеров поляризационных состояний. Первый эксперимент по восстановлению функции поляризационной квазивероятности был осуществлен для спонтанного параметрического рассеяния в нелинейном монодоменном кристалле с квадратичной нелинейностью [3]. Такие состояния света полезны, например, в сверхчувствительных оптических измерениях [4] и протоколах квантовой криптографии, в частности, BB84 и E91.

В последние годы активно рассматривается применение поляризационных свойств света в обработке фантомных изображений с помощью поляризационно-запутанных состояний. В работе [5] предлагается фиксировать не просто парные совпадения фотоотсчетов, но и совпадения их состояний поляризации. При этом достигается дополнительное подавление шума.

Поляризационные характеристики света играют важную роль при изучении свойств объектов, подсвечиваемых обыкновенным или поляризованным светом, то есть в задачах поляриметрии [6], в том числе и методами формирования поляризационных фантомных изображений [7].

Обычно для приготовления квантовых поляризационных состояний света используются монодоменные нелинейные оптические кристаллы

с квадратичной нелинейностью. Но в последнее время растет интерес и к кристаллам с регулярной доменной структурой (РДС). Он связан с тем, что появляется дополнительная степень свободы для реализации того или иного фазового синхронизма. В результате одновременно могут происходить различные нелинейные процессы в одном и том же кристалле, например, параметрическое рассеяние света и генерация суммарных гармоник как независимо, так и каскадно, см., например, [8].

В данной работе рассмотрены особенности квантовых статистических характеристик поляризационных состояний света для РДС-кристалла при выполнении условия квазисинхронизма двух процессов: параметрического и генерации суммарных частот методом диагонализации гамильтониана.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В РДС-КРИСТАЛЛЕ

Рассмотрим 4 плоские монохроматические моды с частотами ω_o, ω_e, $2\omega_e$, $3\omega_e$ и характеризуемые операторами уничтожения (рождения) фотона: $\hat{a}_{1o}\left(\hat{a}^+_{1o}\right)$, $\hat{a}_{1e}\left(\hat{a}^+_{1e}\right)$, $\hat{a}_{2e}\left(\hat{a}^+_{2e}\right)$ и $\hat{a}_{3e}\left(\hat{a}^+_{3e}\right)$. Эти моды коллинеарно распространяются внутри РДС-кристалла с квадратичной нелинейностью. Операторы удовлетворяют стандартным коммутационным соотношениям: $\left[\hat{a}_{jp}, \hat{a}^+_{kp}\right] = \delta_{jp,kp}$ $(j,k = 1,2,3; p = o,e)$. Одновременно происходят два процесса: параметрический процесс (тип II) и преобразование частоты вверх за счет суммирования частот субгармоник с частотой накачки [8]:

$$\begin{gathered}\omega_o + \omega_e = 2\omega_e,\\ \delta k_1 = k_{2e} - k_{1o} - k_{1e} + \\ + m_1 G_1 = \Delta k_1 + m_1 G_1,\end{gathered} \tag{1а}$$

$$\begin{gathered}\omega_o + 2\omega_e = 3\omega_e,\\ \delta k_2 = k_{3e} - k_{1o} - k_{2e} + \\ + m_2 G_2 = \Delta k_2 + m_2 G_2,\end{gathered} \tag{1б}$$

где k_{jp} – абсолютные значения волновых векторов мод с частотами ω_{jp}; Δk_q – волновые расстройки соответствующих процессов для однородного кристалла; $q = 1,2$; $m_q = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \cdots$ – порядки квазисинхронизма; $G_q = 2\pi/\Lambda_q$ – волновое число (модуль “псевдовектора” решетки доменной структуры с периодом Λ_q). Выполнение условия квазисинхронизма для процессов (1а), (1б) соответствует $\delta k_q = 0$. Одновременный квазисинхронизм в одной и той же доменной структуре $G = G_1 = G_2$ для двух (1а), (1б) процессов можно реализовать, например, при различных порядках квазисинхронизма m_q или при разных длинах когерентности $L_q = \pi/\Delta k_q = \Lambda_q/2m_q$ в РДС-кристалле $LiNbO_3$ [8].

Гамильтониан взаимодействия рассматриваемых процессов имеет вид [8]:

$$\hat{H}_{int} = \hbar\left(\gamma_1 \hat{a}^+_{1o}\hat{a}^+_{1e}\hat{a}_{2e} + \gamma_2 \hat{a}_{1o}\hat{a}_{2e}\hat{a}^+_{3e}\right) + \text{э.с.}, \tag{2}$$

где $\hbar$ – постоянная Планка, $\gamma_{1,2}$ – коэффициенты нелинейного взаимодействия, э.с. – эрмитово сопряжение. Это приближение плоских монохроматических мод при коллинеарном взаимодействии. Поперечная пространственная структура пучков при этом полагается однородной.

Операторные уравнения движения по длине взаимодействия z внутри РДС-кристалла в представлении Гейзенберга описываются динамическим уравнением

$$\frac{d\hat{a}_{jp}}{dz} = -\frac{i}{\hbar}\left[\hat{a}_{jp}, \hat{H}_{int}\right]. \tag{3}$$

Введем безразмерные нелинейные коэффициенты связи $\xi = \gamma_2/\gamma_1$. Тогда гамильтониан взаимодействия (2) примет следующий вид:

$$\hat{H}'_{int} = \hbar\left(\hat{a}^+_{1o}\hat{a}^+_{1e}\hat{a}_{2e} + \xi \hat{a}_{1o}\hat{a}_{2e}\hat{a}^+_{3e}\right) + \text{э.с.} \tag{4}$$

Введем приведенную длину взаимодействия $\zeta = \gamma_1 z$, диагонализируем гамильтониан взаимодействия (4) методом [9, 10] и найдем его собственные векторы и собственные значения.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ МОД

Для изучения поляризационных характеристик ортогональных мод 1*o* и 1*e* вычисляются, как это принято [1–6, 8, 11, 12], значения среднего числа фотонов

$$N_{jp}(\zeta) = \left\langle \hat{a}^+_{jp}(\zeta)\,\hat{a}_{jp}(\zeta)\right\rangle, \tag{5}$$

коэффициентов корреляции фотонов между разными модами

$$g^{(2)}_{1o1e}(\zeta) = \frac{\left\langle \hat{a}^+_{1o}(\zeta)\,\hat{a}_{1o}(\zeta)\,\hat{a}^+_{1e}(\zeta)\,\hat{a}_{1e}(\zeta)\right\rangle}{N_{1o}(\zeta)\,N_{1e}(\zeta)}, \tag{6}$$

среднего значения операторов Стокса

$$\left\langle \hat{S}_{0,1}(\zeta)\right\rangle = \left\langle \hat{a}^+_{1o}(\zeta)\,\hat{a}_{1o}(\zeta) \pm \hat{a}^+_{1e}(\zeta)\,\hat{a}_{1e}(\zeta)\right\rangle, \tag{7}$$

$$\left\langle \hat{S}_2(\zeta)\right\rangle = \left\langle \hat{a}^+_{1o}(\zeta)\,\hat{a}_{1e}(\zeta) + \hat{a}^+_{1e}(\zeta)\,\hat{a}_{1o}(\zeta)\right\rangle, \tag{8}$$

$$\left\langle \hat{S}_3(\zeta)\right\rangle = \left\langle i\hat{a}^+_{1e}(\zeta)\,\hat{a}_{1o}(\zeta) - \hat{a}^+_{1o}(\zeta)\,\hat{a}_{1e}(\zeta)\right\rangle, \tag{9}$$

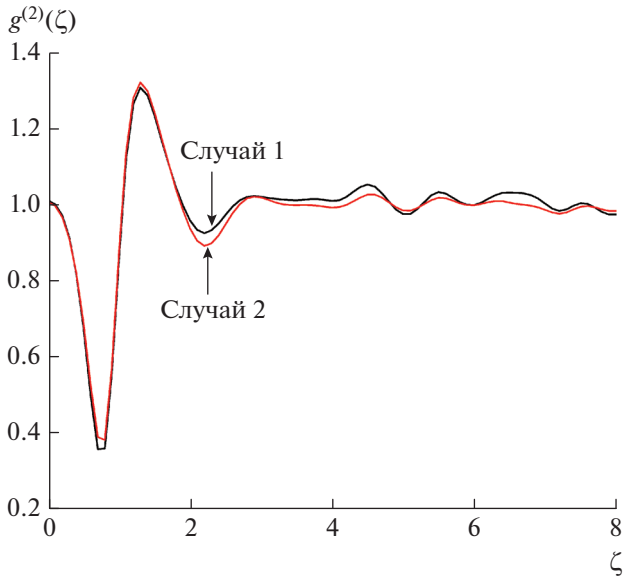

Рис. 1. Коэффициент корреляции 2-го порядка мод 1*o*, 1*e* для случаев 1 и 2.

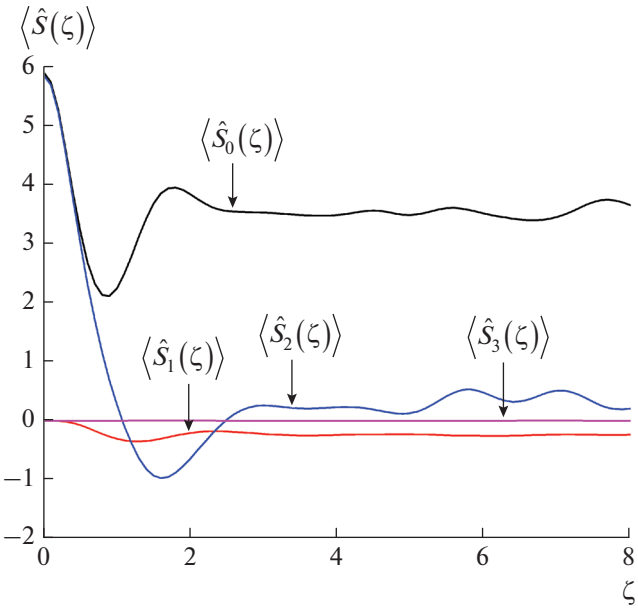

Рис. 2. Динамика средних значений операторов Стокса для случая 1. Аналогичную ситуацию описывают кривые для случая 2.

нормированных на $\langle\Delta\hat{S}_0^2(\zeta)\rangle$ дисперсии операторов Стокса

$$\langle\Delta\hat{V}_j^2(\zeta)\rangle = \frac{\langle\Delta\hat{S}_j^2(\zeta)\rangle}{\langle\Delta\hat{S}_0^2(0)\rangle}, \tag{10}$$

где, $\langle\Delta\hat{S}_j^2(\zeta)\rangle = \langle\hat{S}_j^2(\zeta)\rangle - \langle\hat{S}_j(\zeta)^2\rangle$ и $\langle\Delta\hat{S}_0^2(\zeta)\rangle = \langle\hat{S}_0^2(\zeta)\rangle - \langle\hat{S}_0(\zeta)^2\rangle$, степени поляризации взаимодействующих ортогональных мод

$$PoD(\zeta) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{3}\langle\hat{S}_k(\zeta)\rangle^2}{\sum_{k=1}^{3}\langle\hat{S}_k^2(\zeta)\rangle}}. \tag{11}$$

Операторы Стокса $\hat{S}_{0,1,2,3}(\zeta)$ удовлетворяют следующим коммутационным соотношениям:

$$\left[\hat{S}_0(\zeta),\hat{S}_j(\zeta)\right] = 0, \tag{12}$$

$$\left[\hat{S}_j(\zeta),\hat{S}_k(\zeta)\right] = 2i\hat{S}_l(\zeta), \quad (j,k,l = 1,2,3). \tag{13}$$

Соотношение неопределенности для операторов Стокса имеет вид

$$\langle\Delta\hat{S}_j^2(\zeta)\rangle\langle\Delta\hat{S}_k^2(\zeta)\rangle \geq \left|\hat{S}_l(\zeta)\right|^2, \quad (j \neq k \neq l). \tag{14}$$

Расчеты проводили для следующих случаев:

1. $\xi = 0{,}6$ и при этом на входе ($\zeta = 0$) РДС-кристалла моды 2*e* и 3*e* полагались в вакуумном состоянии $|0\rangle$, а накачка 1*o*, 1*e* – в когерентном состоянии со средним числом фотонов $|\alpha_{1o}\rangle = 3$ и $|\alpha_{1e}\rangle = 3$ и фазой $\varphi_{1o,1e} = \pi/3$, т.е., $|3\rangle|3\rangle|0\rangle|0\rangle$,

2. $\xi = 0{,}6$ и при этом на входе ($\zeta = 0$) РДС-кристалла моды 2*e* и 3*e* полагались в вакуумном состоянии $|0\rangle$, а накачка 1*o*, 1*e* – в когерентном состоянии со средним числом фотонов $|\alpha_{1o}\rangle = 2$ и $|\alpha_{1e}\rangle = 3$ и фазой $\varphi_{1o,1e} = \pi/3$, т.е., $|2\rangle|3\rangle|0\rangle|0\rangle$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Рис. 1 иллюстрирует динамику значений коэффициентов корреляции или, другими словами, фактора $g^{(2)}$, внутри РДС-кристалла для мод 1*o*, 1*e*. Видно, что кривые $g^{(2)}$ осциллируют по мере возрастания длины взаимодействия и стремятся к значению 1. Для качественной обработки фантомных изображений можно использовать дополнительные поляризационные степени свободы света помимо регистрации фототоков в коррелированных модах 1*o*, 1*e*, как это предложено в [5]. Правда при этом они должны усиливать вакуумные состояния, а не когерентные.

На рис. 2 отображены средние значения операторов Стокса, которые характеризуют состояния поляризации ортогональных мод 1*o* и 1*e*. Свет считается полностью неполяризованным, если $\langle\hat{S}_0(\zeta)\rangle > 0$ [12], и при этом остальные операторы Стокса принимают значения $\langle\hat{S}_{1,2,3}(\zeta)\rangle = 0$. Он

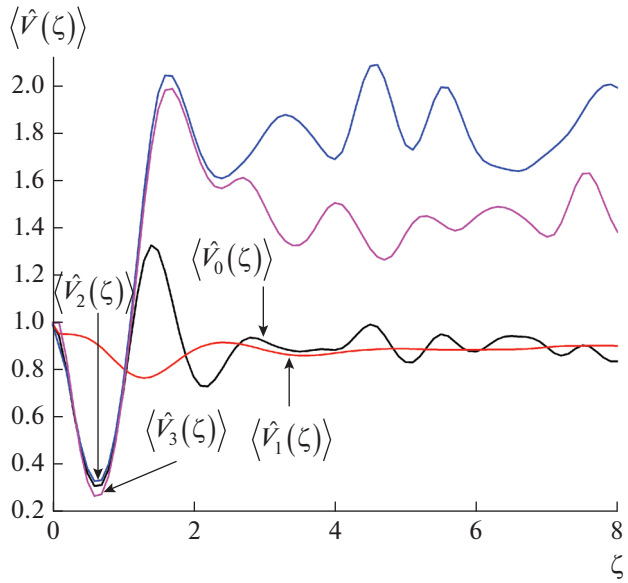

Рис. 3. Динамика нормированных значений дисперсий операторов Стокса для случая 1. Аналогичную ситуацию описывают кривые для случая 2.

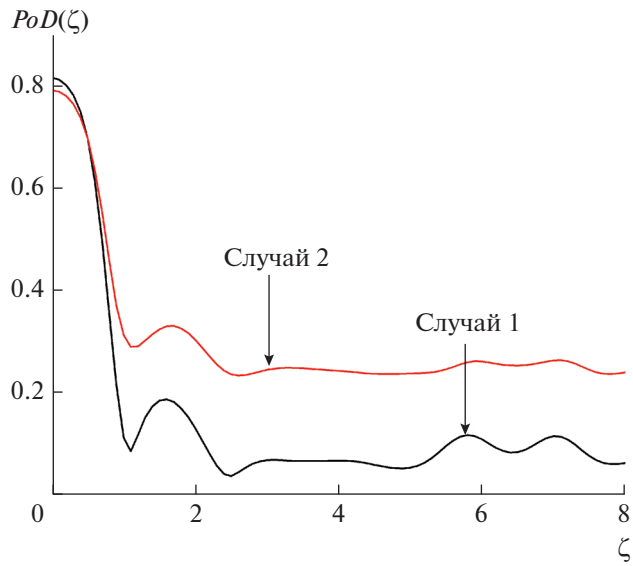

Рис. 4. Динамика степени поляризации мод 1*o*, 1*e* для случаев 1 и 2.

обладает горизонтальной (вертикальной) поляризацией, если значения $\langle \hat{S}_0(\zeta) \rangle > 0$, $\langle \hat{S}_1(\zeta) \rangle \neq 0$, и $\langle \hat{S}_{2,3}(\zeta) \rangle = 0$. У линейно поляризованного света с углом +45° (−45°) значения $\langle \hat{S}_0(\zeta) \rangle > 0$, $\langle \hat{S}_2(\zeta) \rangle \neq 0$, $\langle \hat{S}_{1,3}(\zeta) \rangle = 0$. Для правой или левой круговой поляризации $\langle \hat{S}_0(\zeta) \rangle > 0$, $\langle \hat{S}_3(\zeta) \rangle \neq 0$, $\langle \hat{S}_{1,2}(\zeta) \rangle = 0$.

Кривые на рис. 2 демонстрируют преобладание смешанной поляризации. Количественное описание степени поляризации отображено на рис. 4.

На начальном этапе взаимодействия (рис. 3) дисперсия всех четырех нормированных операторов Стокса становится субпуассоновской $(\hat{V}_{0,1,2,3} < 1)$, а затем суперпуассоновской $(\hat{V}_{0,2,3} > 1)$. При этом, разумеется, не нарушаются соотношения (12)–(14). Одновременно подавление дисперсий всех операторов Стокса было установлено ранее в приближении заданного поля, то есть, когда накачка на частоте $2\omega_e$ полагалась неистощимой, а остальные – в вакуумном состоянии, кроме мод 1*o*, 1*e*, которые находились в когерентном состоянии со средним числом фотонов 1 [8] и система уравнений (3) становилась линеаризованной. В данной работе применен более точный метод диагонализации гамильтониана взаимодействия [9, 10]. Он позволяет анализировать квантовые статистические характеристики всех взаимодействующих мод на больших длинах взаимодействии. Отметим, что одновременное подавление дисперсий всех операторов Стокса невозможно в обычном монодоменном кристалле с квадратичной нелинейностью [2, 8], но только в РДС-кристаллах [8]. При этом одновременно должны происходить два и более [8] процессов, например, параметрический (тип II) и преобразование частоты вверх, то есть, фотоны моды 1*o* процесса (1а) участвуют в процессе (1б).

На рис. 4 видно, что степень поляризации стремится к нулю по мере возрастания длины взаимодействия. Ухудшение степени поляризации между модами 1*o* и 1*e* возникает за счет неопределенности разности фаз между ними в процессе распространения внутри нелинейной среды. Из сопоставления случаев 1 и 2 на рис. 4 ясно, что степенью поляризации мод можно управлять дисбалансом входных интенсивностей: уменьшения среднего количества фотонов в одной моде и увеличения в другой. Однако, возможности такого управления ограничены. В любом случае увеличение длины кристалла ведет к деградации квантовой запутанности по поляризациям. Поэтому, учитывая полученные нами результаты, необходимо работать с как можно более тонкими кристаллами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 18-01-00598а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чиркин А.С., Орлов А.А., Паращук Д.Ю.* // Квант. электрон. 1993. Т. 20. № 10. С. 999.
2. *Масалов А.В., Карасев В.П.* // Опт. и спектроск. 1993. Т. 74. № 5. С. 928.

3. *Бушев П.А., Карасев В.П., Масалов А.В. и др.* // Опт. и спектроск. 2001. Т. 91. № 4. С. 558.
4. *Соколов А.Л., Масалов А.В.* // Опт. и спектроск. 2011. Т. 111. № 6. С. 883; *Sokolov A.L., Masalov A.V.* // Opt. Spectrosc. 2011. V. 111. № 6. С. 843.
5. *Чиркин А.С.* // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 103. № 4. С. 309; *Chirkin A.S.* // JETP Lett. 2016. V. 103. № 4. P. 282.
6. *Чиркин А.С.* // Опт. и спектроск. 2015. Т. 119. № 3. С. 397; *Chirkin A.S.* // Opt. Spectrosc. 2015. V. 119. № 3. P. 371.
7. *Chirkin A.S., Gostev P.P., Agapov D.P. et al.* // Laser Phys. Lett. 2018. V. 15. № 11. Art. № 115404.
8. *Dmitriev V.G., Singh R.* // Int. J. Quant. Inform. 2003. V. 1. № 3. P. 403.
9. *Белинский А.В., Сингх Р.* // Квант. электрон. 2018. Т. 48. № 7. С. 611; *Belinsky A.V., Singh R.* // Quant. Electron. 2018. V. 48. № 7. P. 611.
10. *Белинский А.В., Сингх Р.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 1. С. 37; *Belinsky A.V., Singh R.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. № 1. P. 28.
11. *Luis A.* Polarization in quantum optics. Progress in optics. V. 61. Amsterdam: Elsevier Science BV, 2016. P. 283.
12. *Ищенко Е.Ф., Соколов А.Л.* Поляризационная оптика. Изд. 3-е. М.: Физматлит. 2019. 576 с.