ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2020, том 84, № 1, с. 128–131

УДК 517.957,537.9

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЕДИНЕННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ДВУМЕРНОЙ СВЕРХРЕШЕТКЕ НА ОСНОВЕ ГРАФЕНА

© 2020 г. С. Ю. Глазов[1, 2, *], Г. А. Сыродоев[1]

[1]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный социально-педагогический университет", Волгоград, Россия*

[2]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный медицинский университет", Волгоград, Россия*

******E-mail: ser-glazov@yandex.ru*

Поступила в редакцию 29.07.2019 г.
После доработки 30.08.2019 г.
Принята к публикации 27.09.2019 г.

Получено уравнение, описывающее распространение электромагнитных волн в двумерной графеновой сверхрешетке в бесстолкновительном приближении. Выявлено влияние неаддитивности энергетического спектра и высокочастотного электрического поля на распространение уединенного электромагнитного импульса вдоль произвольных направлений образца. Рассчитан солитонно-электрический ток и заряд, увлекаемый солитоном.

DOI: 10.31857/S0367676520010135

ВВЕДЕНИЕ

Особенности распространения уединенных электромагнитных импульсов (УЭИ) в структурах на основе графена вызывают большой интерес у исследователей нелинейных оптических явлений [1–7]. Графеновые структуры могут использоваться в качестве рабочей среды для генерации УЭИ [1], имеющих ряд приложений [8, 9]. В работе [3] изучена возможность генерации уединенных электромагнитных волн нового типа в одномерных сверхрешетках (СР) на основе графена (ГСР). В последнее время внимание исследователей сосредотачивается на изучении 2D ГСР [10–13]. В этой связи представляется актуальным исследование особенностей распространения УЭИ в 2D ГСР.

В большинстве предшествующих работ, посвященных эволюции УЭИ, изучается распространение волн вдоль характерных кристаллографических осей (например, поперек оси СР) [2, 3, 8, 14–17]. В данной работе предложена и исследована система уравнений, описывающая распространение УЭИ вдоль произвольных направлений в плоскости 2D ГСР в бесстолкновительном приближении. Кроме того, рассмотрено влияние высокочастотного электромагнитного поля на распространение УЭИ и рассчитан солитонно-электрический ток и заряд, увлекаемый солитоном в 2D ГСР.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Энергетический спектр носителей заряда в 2D ГСР на подложке из периодически чередующихся областей бесщелевого и щелевого графена в одноминизонном приближении имеет вид [10]

$$\varepsilon(\vec{p}) = \pm\sqrt{\Delta_0^2 + \Delta_1^2\left(1-\cos(p_x d_1/\hbar)\right) + \Delta_2^2\left(1-\cos(p_y d_2/\hbar)\right)}, \quad (1)$$

где p_x, p_y – компоненты квазиимпульса электрона, $d_i = a_i + b_i$ – период ГСР, a_i и b_i – ширины ячеек бесщелевого и щелевого графена. Разные знаки относятся к минизоне проводимости и валентной минизоне. Энергетический спектр ГСР неаддитивен, поэтому существует зависимость движения носителей заряда вдоль ортогональных направлений, и непараболичен, что определяет нелинейную зависимость скорости электрона от квазиимпульса и нелинейные свойства таких структур, проявляющиеся уже в сравнительно слабых полях. Эта нелинейность и приводит к возможности распространения в такого рода структурах УЭИ [14].

Плотность электрического тока имеет вид

$$\vec{j} = -e\sum n(\vec{p})\vec{\upsilon}\left(\vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A}(\vec{r},t)\right), \qquad (2)$$

где $n(\vec{p})$ – невозмущенная функция распределения электронов, $\vec{\upsilon}(\vec{p}) = (\partial\varepsilon/\partial p_x, \partial\varepsilon/\partial p_y)$ – скорость электронов, $\vec{A}(\vec{r},t)$ – векторный потенциал поля. Будем считать, что характерная длина, на которой происходит изменение электромагнитного поля, велика по сравнению с де-бройлевской длиной волны электрона и периодом ГСР, а характерное время изменения поля малым по сравнению со временем свободного пробега электрона τ и будем пренебрегать столкновениями электронов с решеткой.

Разложив скорость в двойной ряд Фурье, подставив в (2) и предполагая электронный газ невырожденным, найдем выражение для плотности тока

$$\vec{j} = -\frac{en_0}{a}\left(\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{nm}\sin(n\varphi_x)\cos(m\varphi_y),\right.$$
$$\left.\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{nm}\sin(n\varphi_y)\cos(m\varphi_x)\right), \qquad (3)$$

где n_0 – поверхностная концентрация электронов проводимости, a – толщина слоя графена, $\vec{\varphi} = \frac{e}{c\hbar}(A_x d_1, A_y d_2)$ – безразмерный векторный потенциал, $B_{nm} = a_{nm}I_{nm}/I_{00}$, $I_{nm} = \int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\cos(nx)\cos(my)\exp \times [-\sqrt{\Delta_0^2 + \Delta_1^2(1-\cos(x)) + \Delta_2^2(1-\cos(y))}/kT]dxdy$, T – температура, $a_{nm} = \frac{\Delta_1^2 d_1}{2\hbar\pi^2} \times \int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\sin(x)\sin(nx)\cos(my)dxdy}{\sqrt{\Delta_0^2 + \Delta_1^2(1-\cos(x)) + \Delta_2^2(1-\cos(y))}}$, C_{nm} определяется аналогично B_{nm} через коэффициенты разложения в ряд Фурье проекции скорости электронов на ось y.

Подставим (3) в уравнение для векторного потенциала

$$\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\vec{A}}{\partial y^2} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c}\vec{j}(A_x, A_y) = 0, \qquad (4)$$

где $V = c\chi^{-1/2}$ – скорость электромагнитной волны в отсутствии электронов, χ – эффективная диэлектрическая проницаемость. Из-за существенной непараболичности спектра электронов в ГСР ток проводимости есть в общем случае нелинейная функция поля и уравнение (4) является нелинейным. Отметим, что из-за неаддитивности энергетического спектра ортогональные составляющие векторного потенциала оказываются взаимосвязанными, что существенно сказывается на эволюции УЭИ в ГСР.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Нелинейное волновое уравнение (4) в общем случае решается численно с применением метода разностных схем.

Рассмотрим далее некоторые частные случаи уравнения (4), которые имеют аналитические решения. В качестве примера выберем такие 2D ГСР, для которых влияние неаддитивности энергетического спектра слабое. В работе [13] показано, что с увеличением периода ГСР уменьшается неаддитивность энергетического спектра и при $d > 5 \cdot 10^{-6}$ см, можно с хорошей степенью точности аппроксимировать "истинный" спектр структуры аддитивной зависимостью энергии от квазиимпульса. В нашем случае, увеличение периода ГСР будет приводить к более быстрому уменьшению значений коэффициентов B_{nm} и C_{nm} с ростом индексов. Подбирая периоды d_1 и d_2 можно добиваться разной силы связи между ортогональными направлениями.

Приведем один из частных случаев, соответствующих симметричной сверхрешетке ($d_1 = d_2 = d \approx 2 \cdot 10^{-6}$ см, $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta \approx 0.332\Delta_{SiC}$, $\Delta_{SiC} = 0.13$ эВ, ширина запрещенной зоны между валентной зоной и зоной проводимости $\varepsilon_g = 0.8573\Delta_{SiC}$; ширина запрещенной зоны между первой и второй зонами проводимости $\varepsilon_{g12} = 0.6270\Delta_{SiC}$; ширина первой минизоны проводимости $\varepsilon_e = 0.2111\Delta_{SiC}$). При разложении спектра в ряд Фурье в этом случае можно ограничиться первыми слагаемыми

$$\varepsilon(\vec{p}) = \Delta_{SiC}\left\{g_1 - \frac{g_2}{2}\left[\cos\left(\frac{p_x d}{\hbar}\right) + \cos\left(\frac{p_y d}{\hbar}\right)\right] - \right.$$
$$\left. - g_3\cos\left(\frac{p_x d}{\hbar}\right)\cos\left(\frac{p_y d}{\hbar}\right)\right\}, \qquad (5)$$

где $g_1 = 0.624475$, $g_2 = 0.1787$, $g_3 = 0.01306$. Для рассматриваемого примера максимальное расхождение спектров составляет 2%.

С другой стороны, в выражении для плотности тока (3) коэффициенты B_{nm} и C_{nm} для рассматриваемого случая быстро убывают и можно ограничиться первыми слагаемыми. Приведенная ниже система уравнений для компонент безразмерного векторного потенциала соответствует слабой неаддитивности энергетического спектра

$$\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial\tilde{t}^2} - \frac{\partial^2\varphi_x}{\partial\tilde{x}^2} - \frac{\partial^2\varphi_x}{\partial\tilde{y}^2} + \sin\varphi_x(1 + \beta\cos\varphi_y) = 0,$$
$$\frac{\partial^2\varphi_y}{\partial\tilde{t}^2} - \frac{\partial^2\varphi_y}{\partial\tilde{x}^2} - \frac{\partial^2\varphi_y}{\partial\tilde{y}^2} + \sin\varphi_y(1 + \beta\cos\varphi_x) = 0, \qquad (6)$$

где $\beta = 2B_{11}/B_{10}$, $\tilde{t} = t\varpi/\sqrt{\chi}$, $\tilde{x} = x\varpi/c$, $\tilde{y} = y\varpi/c$, $\varpi^2 = 2\pi n_0 e^2 B_{10} d/\hbar a$.

Если $\beta = 0$, то связь между ортогональными компонентами пропадает, и уравнения (6) представляют собой хорошо известное двумерное синус-уравнение Гордона.

Учитывая симметрию уравнений (6) и задавая симметричные начальные условия можно получить уравнение, описывающее распространение УЭИ под углом 45° к осям ГСР

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial\tilde{t}^2} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial\tilde{l}^2} + \sin\varphi + \frac{\beta}{2}\sin(2\varphi) = 0, \tag{7}$$

где $\tilde{l} = \tilde{x}/\sqrt{2}$. Уравнение (7) является двойным синус-уравнением Гордона, кинковое решение которого хорошо известно [15, 16]

$$\varphi_x(\tilde{t},\tilde{l}) = -2\mathrm{arctg}\left[\frac{\sqrt{\beta+1}}{sh(\xi/\xi_0)}\right], \tag{8}$$

где $\xi = \tilde{l} - \tilde{t}u/V$; $\xi_0 = \sqrt{1-(u/V)^2}/\sqrt{\beta+1}$, u – скорость кинка.

Одним из проявлений существования уединенных волн может выступить эффект увлечения электронов такой волной – возникновение электрического тока в направлении распространения волны. Природа этого эффекта сходна с природой радиоэлектрического эффекта и объясняется как результат передачи импульса электромагнитной волной электронной подсистеме. В [15] для полупроводниковых СР со спектром, описываемым в модели, выходящей за рамки учета влияния только “ближайших соседей” найдена плотность солитонно-электрического тока и заряд, увлекаемый солитоном. Для нашего случая плотность тока имеет вид

$$j_l = \frac{en_0\Delta_{\mathrm{SiC}}g_2}{mu}\frac{\beta+1}{\mathrm{ch}(\xi/\xi_0)^2+\beta}\times \left[1+\frac{4g_3}{g_2}\frac{\mathrm{sh}(\xi/\xi_0)^2}{\mathrm{ch}(\xi/\xi_0)^2+\beta}\right], \tag{9}$$

где n_0 – концентрация зарядов в минизоне проводимости. Ток увлечения носит импульсный характер с длительностью одного импульса порядка $\xi_0 c\varpi^{-1}u^{-1}$. В данной ситуации наблюдаемой величиной является заряд q, переносимый через единицу площади поперечного сечения образца. Количество заряда, переносимое через единицу площади поперечного сечения образца при прохождении одного кинка после интегрирования плотности тока по времени $q = \int_{-\infty}^{+\infty} j dt$ представим в виде

$$q = \frac{2en_0\Delta_{\mathrm{SiC}}g_2(\beta+1)\xi_0}{mu^2}\times \times\left[f(\beta)+\frac{4g_3}{g_2}(1-f(\beta))\right], \tag{10}$$

где $f(\beta) = (\mathrm{arth}(1+1/\beta)/[\beta(1-f(\beta))])^{1/2}$, при $\beta \ll 1$ выражение упрощается $f(\beta) = 1 - 8\beta/3$.

При распространении УЭИ вдоль оси x ГСР, для которой напряженность электрического поля совпадает с осью y, а магнитное поле перпендикулярно плоскости образца, система уравнений (6) трансформируется к уравнению

$$\frac{\partial^2\varphi_y}{\partial\tilde{t}_1^2} - \frac{\partial^2\varphi_y}{\partial\tilde{x}_1^2} + \sin\varphi_y = 0, \tag{11}$$

которое имеет кинковое решение в виде уединенного 2π-импульса

$$\varphi_y(\tilde{t}_1,\tilde{x}_1) = 4\mathrm{arctg}\left[\exp\left(\frac{\tilde{x}_1-\tilde{t}_1u/\mathrm{V}}{\sqrt{1-(u/\mathrm{V})^2}}\right)\right]. \tag{12}$$

Уравнение (11) представляет синус-уравнение Гордона с перенормированными безразмерными координатами $\tilde{x}_1 = \tilde{x}\sqrt{1+\beta}$, $\tilde{t}_1 = \tilde{t}\sqrt{1+\beta}$.

Будем предполагать, что ширина уединенной волны велика по сравнению с длиной свободного пробега электрона, а время действия уединённой волны на электрон мало по сравнению со временем свободного пробега электрона, при типичных значениях параметров эти предположения выполняются. При таких условиях движение электронов в поле уединенной волны можно описывать классическим кинетическим уравнением Больцмана без учета столкновений и пространственной производной функции распределения, тем самым функция распределения предполагается локально однородной и зависящей от координаты только как от параметра (через зависимость электрического и магнитного полей). Уравнение Больцмана в этом случае имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \left\{eE + \frac{e}{c}[\upsilon(p), H]\right\}\frac{\partial f}{\partial p} = 0. \tag{13}$$

Решением уравнения будет функция $f(p, t) = f_0(p'(t_0; p, t))$, где $p'(t'; p, t)$ – решение следующего классического уравнения движения электрона:

$$\frac{dp'}{dt'} = eE(t') + \frac{e}{c}[\upsilon'(p'), H(t')] \tag{14}$$

с начальным условием $t' = t$, $p' = p$, а $f_0(p)$ – функция распределения в начальный момент времени t_0. Для

невырожденного электронного газа функция распределения имеет вид $f_0 = A\exp(\varepsilon(p_x, p_y)/kT)$, где T – температура. Поскольку скорость электрона гораздо меньше скорости уединенной волны, уравнение (14) решаем итерациями по слагаемому содержащему напряженность магнитного поля H. В результате получим выражение для плотности тока увлечения

$$j_x = \frac{en_0\Delta_{\mathrm{SiC}}g_2}{mu}\frac{1}{\mathrm{ch}(\xi/\xi_0)^2}. \qquad (15)$$

При экспериментальном исследовании эффекта наблюдаемой величиной является, например заряд, переносимый солитоном при его распространении

$$q = \int_{-\infty}^{+\infty} j_x dt = \frac{2en_0\Delta_{\mathrm{SiC}}g_2\xi_0}{mu^2}. \qquad (16)$$

Далее рассмотрим влияние ВЧ электромагнитного поля на распространение УЭИ в 2D ГСР вдоль оси y. Внешнее однородное ВЧ-поле будем считать эллиптически поляризованным. Учет такого поля можно произвести, сделав в уравнении для векторного потенциала

$$\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial\tilde{t}^2} - \frac{\partial^2\varphi_x}{\partial\tilde{y}^2} + \sin\varphi_x(1 + \beta\cos\varphi_y) = 0 \qquad (17)$$

замену $\varphi_x \to \varphi_x + \alpha_x\sin(\omega t)$, $\varphi_y \to \alpha_y\cos(\omega t)$, где $\vec{\alpha} = e\vec{E}d/\omega$, $\vec{E}$, ω – амплитуда и частота ВЧ-поля соответственно. После усреднения по "быстрому" времени, с периодом $T = 2\pi/\omega$, много меньшим длительности импульса, получим уравнение, описывающее распространение УЭИ с учетом влияния поля накачки

$$\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial\tilde{t}^2} - \frac{\partial^2\varphi_x}{\partial\tilde{y}^2} + \\ + \sin\varphi_x\left(J_0(\alpha_x) + \beta J_0\left(\sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2}\right)\right) = 0, \qquad (18)$$

где $J_0(x)$ – функция Бесселя. Если параметры внешнего поля такие, что $J_0(\alpha_x) + \beta J_0\left(\sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2}\right) > 0$, то решение полученного уравнения сводится к солитонному решению (10) перенормировкой безразмерных координат. Параметры солитона при этом будут осциллировать с изменением параметров внешнего поля. Если поле накачки удовлетворяет условию $J_0(\alpha_x) + \beta J_0\left(\sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2}\right) < 0$, то для уравнения (18) существует автомодельное решение [18], отвечающее усилению УЭИ, распространяющегося через ГСР. В работе [17] данный подход применен для исследования влияния ВЧ-поля на форму солитона в 2D полупроводниковой СР с неаддитивным спектром.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено уравнение описывающее распространение электромагнитных волн в 2D ГСР в бесстолкновительном приближении. Из-за неаддитивности энергетического спектра ортогональные составляющие векторного потенциала оказываются взаимосвязанными, что существенно сказывается на эволюции УЭИ в 2D ГСР. Рассчитан солитонно-электрический ток и заряд, увлекаемый солитоном при его распространениии. Показано, что при воздействии на систему высокочастотного электрического поля возможно усиление уединенной волны.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-42-340005) и Минобрнауки России (выполнение государственных работ в сфере научной деятельности в рамках проектной части государственного задания, код проекта: 3.2797.2017/4.6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Popa D., Sun Z., Torrisi F. et al.* // Appl. Phys. Lett. 2010. V. 97. P. 203106.
2. *Martin-Vergara F., Rus F., Villatoro F.R.* // Nonlin. Systems. 2018. V. 2. P. 85.
3. *Kryuchkov S.V., Kukhar' E.I.* // Phys. B. 2013. V. 408. P. 188.
4. *Smirnova D.A., Shadrivov I.V., Smirnov A.I. et al.* // Las. Photon. Rev. 2014. V. 8. P. 291.
5. *Bludov Yu.V., Smirnova D.A., Kivshar Yu.S. et al.* // Phys. Rev. B. 2015. V. 91. Art. № 045424.
6. *Конобеева Н.Н., Белоненко М.Б.* // Опт. и спектроск. 2016. Т. 120. № 6. С. 1005; *Konobeeva N.N., Belonenko M.B.* // Opt. Spectrosc. 2016. V. 120. № 6. P. 940.
7. *Кухарь Е.И., Крючков С.В., Ионкина Е.С.* // ФТП. 2018. Т. 52. № 6. С. 620; *Kukhar E.I., Kryuchkov S.V., Ionkina E.S.* // Semiconductors. 2018. V. 52. № 6. P. 766.
8. *Крючков С.В., Капля Е.В.* // ЖТФ. 2003. V. 48. P. 53.
9. *Sun Z., Hasan T., Ferrari A.C.* // Phys. E. 2012. V. 44. P. 1082.
10. *Kryuchkov S.V., Popov C.A.* // J. Nano Electron. Phys. 2017. V. 9. № 2. P. 02013.
11. *Forsythe C., Zhou X., Watanabe K. et al.* // Nat. Nanotechnol. 2018. V. 13. P. 566.
12. *Zhang Y., Kim Y., Gilbert M.J. et al.* // arXiv:1703.05689 [cond-mat.mes-hall]. 2018.
13. *Бадикова П.В., Глазов С.Ю., Сыродоев Г.А.* // ФТП. 2019. Т. 53. № 7. С. 927.
14. *Эпштейн Э.М.* // ФТТ. 1977. Т. 19. № 11. С. 3456.
15. *Крючков С.В., Сыродоев Г.А.* // Изв. вузов. Радиофиз. 1990. V. 33. № 12. С. 1427.
16. *Крючков С.В., Федоров Э.Г.* // ФТП. 2002. Т. 36. № 3. С. 326.
17. *Крючков С.В., Шаповалов А.И.* // ФТТ. 1997. Т. 39. № 8. С. 1470.
18. *Беленов Э.М. Крюков П.Г., Назаркин А.В. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1993. Т. 58. № 5. С. 331.