ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2020, том 84, № 1, с. 16–20

УДК 535.36

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ИНТЕНСИВНЫХ ИМПУЛЬСОВ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ В ФОТОННО-КРИСТАЛЛИЧЕСКОМ ОПТИЧЕСКОМ ВОЛОКНЕ С ГРАДИЕНТОМ ДИСПЕРСИИ ГРУППОВОЙ СКОРОСТИ

© 2020 г. В. А. Халяпин[1, 2, *]

[1]*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта”, Калининград, Россия*

[2]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Калининградский государственный технический университет”, Калининград, Россия*

**E-mail: slavasxi@gmail.com*

Поступила в редакцию 29.07.2019 г.
После доработки 30.08.2019 г.
Принята к публикации 27.09.2019 г.

Аналитически исследована динамика солитоно-подобных импульсов, распространяющихся в волокне с градиентом коэффициента дисперсии групповой скорости в режиме туннельной ионизации и вынужденного комбинационного саморассеяния. Показано, что при определенных условиях возможна взаимная компенсация этих эффектов, которая приводит к стабилизации сигнала.

DOI: 10.31857/S0367676520010147

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы значительное внимание привлекают новые фотонно-кристаллические волокна (ФКВ) “кагоме” типа с полой сердцевиной, заполненной газом [1–3], которые позволяют на несколько порядков увеличить мощность вводимого в них излучения, уменьшить потери и нелинейные эффекты. Такие волокна имеют широкую полосу пропускания, включающую всю видимую и инфракрасную области спектра и низкую аномальную дисперсию групповой скорости для широкого спектрального диапазона.

В работе [4] было показано, что ионизация приводит к тому, что спектр импульса смещается в сторону высоких частот, а его длительность уменьшается. Это вызвано тем, что возникающие за счет ионизации свободные электроны вносят отрицательный вклад в показатель преломления [4–12]. Этот эффект противоположен вынужденному комбинационному саморассеянию (ВКС), которое вызывает красное смещение спектра сигнала и увеличение его длительности [13–19]. Известно, что компенсировать уширение импульса и красное смещение, обусловленное ВКС можно, изменив коэффициент групповой дисперсии вдоль волновода [20]. Это достигается с помощью уменьшения диаметра его сердцевины [21, 22]. Первоначально этот подход был предложен для стабилизации сигналов в поглощающей среде [23], а в дальнейшем и для компрессии импульсов [24].

Уравнение, описывающее распространение импульсов с учетом ВКС и туннельной ионизации в ФКВ “кагоме” типа было получено в работах [8, 9]. С помощью теории возмущений [25–27] авторы показали, что при определенных условиях центральная частота солитона может оставаться такой же, какой была на входе в волокно, а импульс может стабилизироваться [28–30]. Целью настоящей работы является исследование влияния градиента коэффициента групповой дисперсии на условие стабилизации и рассмотрение возможности компрессии высокоинтенсивных сигналов в такой среде.

МЕТОД МОМЕНТОВ И СТАБИЛИЗАЦИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ СИГНАЛА

Динамика световых импульсов, распространяющихся в ФКВ, описывается уравнением [8, 9]

$$\frac{\partial\psi}{\partial z}+\frac{i\beta_2}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2}-\frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3\psi}{\partial\tau^3}-i\gamma\psi|\psi|^2+ \\ +\frac{\gamma}{\omega}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\psi|\psi|^2\right)+i\gamma T_R\psi\frac{\partial|\psi|^2}{\partial\tau}+ \\ +i\eta\psi\int_{-\infty}^{\tau}\delta\Theta(\delta)\,d\tau=0. \quad (1)$$

Здесь ψ – медленно меняющаяся огибающая, z – ось, вдоль которой распространяется сигнал, $\tau = t - z/\upsilon_g$ – время в сопутствующей системе ко-

ординат, υ_g – групповая скорость импульса на его центральной частоте ω, η – коэффициент, характеризующий туннельную ионизацию, $\delta = |\psi|^2 - |\psi|^2_{th}$, Θ – функция Хевисайда, $|\psi|^2_{th}$ – величина, пропорциональная пороговой интенсивности туннельной ионизации, β_2 – коэффициент дисперсии групповой скорости (ДГС), β_3 – положительный параметр, определяющий дисперсию третьего порядка, γ – коэффициент кубической нелинейности, T_R – характеризует вклад ВКС. Коэффициент β_2 положителен, если центральная частота импульса лежит в области нормальной дисперсии групповой скорости и отрицателен в противоположном случае [31]. В уравнении (1) мы пренебрегли поглощением волновода и потерями, связанными с ионизацией. Это обуславливается тем, что волноводные потери для фундаментальной моды имеют порядок 1 Дб/м и вблизи порога туннельной ионизации нелинейное поглощение мало. Авторами работ [8, 9] для таких импульсов было введено название “floating soliton”.

Медленно меняющаяся огибающая связана с электрическим полем импульса E соотношением

$$E(z,\tau) = \frac{1}{2}\psi(z,\tau)\exp[-i(\omega t - kz)] + \text{c.c.}, \tag{2}$$

где k – волновое число. Анализ динамики параметров импульса проводился на основе метода моментов [17, 32–34]. В работе рассматривался случай солитонного распространения, когда огибающая импульса сохраняет форму гиперболического секанса [17]

$$\psi = B\,\mathrm{sech}\left(\frac{\tau - T}{\tau_p}\right)\times \\ \times\exp\left[i\left(\phi + \Omega(\tau - T) - C\frac{(\tau - T)^2}{2\tau_p^2}\right)\right], \tag{3}$$

где B – амплитуда сигналais, τ_p – его длительность, C – параметр, определяющий частотную модуляцию, T – временное запаздывание, ϕ – фаза и Ω – смещение центральной частоты сигнала. Все параметры зависят от координаты z. Определим моменты импульса, следуя работе [17] в виде

$$E = \int_{-\infty}^{\infty}|\psi|^2\,d\tau, \tag{4}$$

$$\tilde{C} = \frac{i}{2E}\int_{-\infty}^{\infty}(\tau - T)\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial\tau} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial\tau}\right)d\tau, \tag{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{E}\int_{-\infty}^{\infty}(\tau - T)^2|\psi|^2\,d\tau, \tag{6}$$

$$T = \frac{1}{E}\int_{-\infty}^{\infty}\tau|\psi|^2\,d\tau, \tag{7}$$

$$\Omega = -\frac{i}{2E}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial\tau} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial\tau}\right)d\tau, \tag{8}$$

где E – параметр, пропорциональный числу фотонов, $\tau_p^2 = 12\sigma^2/\pi^2$, $C = 12\tilde{C}/\pi^2$ [17]. Дифференцируя (4)–(8) по координате z и используя (1), получаем систему уравнений

$$\frac{dE}{dz} = 0, \tag{9}$$

$$\frac{d\Omega}{dz} = \frac{T_R\gamma}{E}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\partial|\psi|^2}{\partial\tau}\right)^2 d\tau + \frac{i\gamma}{E\omega}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial\tau} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial\tau}\right)\times \\ \times\frac{\partial|\psi|^2}{\partial\tau}d\tau - \frac{\eta}{E}\int_{-\infty}^{\infty}|\psi|^2\,\delta\Theta(\delta)\,d\tau, \tag{10}$$

$$\frac{dT}{dz} = -\beta_2\Omega + \frac{\beta_3}{2E}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{\partial\psi}{\partial\tau}\right|^2 d\tau + \frac{3\gamma}{2E\omega}\int_{-\infty}^{\infty}|\psi|^4 d\tau, \tag{11}$$

$$\frac{d\sigma^2}{dz} = 2\beta_2\tilde{C} + \frac{\beta_3}{E}\int_{-\infty}^{\infty}(\tau - T)\left|\frac{\partial\psi}{\partial t}\right|^2 d\tau, \tag{12}$$

$$\frac{d\tilde{C}}{dz} = \Omega\frac{dT}{dz} + \frac{\beta_2}{E}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{\partial\psi}{\partial t}\right|^2 d\tau + \frac{i\beta_3}{4E}\times \\ \times\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2}\frac{\partial\psi^*}{\partial\tau} - \frac{\partial^2\psi^*}{\partial\tau^2}\frac{\partial\psi}{\partial\tau}\right)d\tau + \frac{\gamma}{2E}\int_{-\infty}^{\infty}|\psi|^4\,d\tau - \\ - \frac{i\gamma}{E\omega}\int_{-\infty}^{\infty}(\tau - T)\frac{\partial|\psi|^2}{\partial\tau}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial\tau} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial\tau}\right)d\tau - \\ - \frac{i\gamma}{2E\omega}\int_{0}^{\infty}|\psi|^2\left(\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial\tau} - \psi^*\frac{\partial\psi}{\partial\tau}\right)d\tau - \\ - \frac{\gamma T_R}{E}\int_{-\infty}^{\infty}(\tau - T)\left(\frac{\partial|\psi|^2}{\partial\tau}\right)^2 d\tau. \tag{13}$$

Уравнение, определяющее динамику фазы ϕ можно записать в неявном виде

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial z} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial z} - i\beta_2\left|\frac{\partial\psi}{\partial\tau}\right|^2 - \right. \\ - \frac{\beta_3}{6}\left(\psi^*\frac{\partial^3\psi}{\partial\tau^3} - \psi\frac{\partial^3\psi^*}{\partial\tau^3}\right) - 2i\gamma|\psi|^4 + \\ + 2i\eta|\psi|^2\int_{-\infty}^{\tau}\delta\Theta(\delta)\,d\tau' + \frac{\gamma}{\omega}|\psi|^2\times \\ \left.\times\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial\tau} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial\tau}\right)\right)d\tau = 0. \tag{14}$$

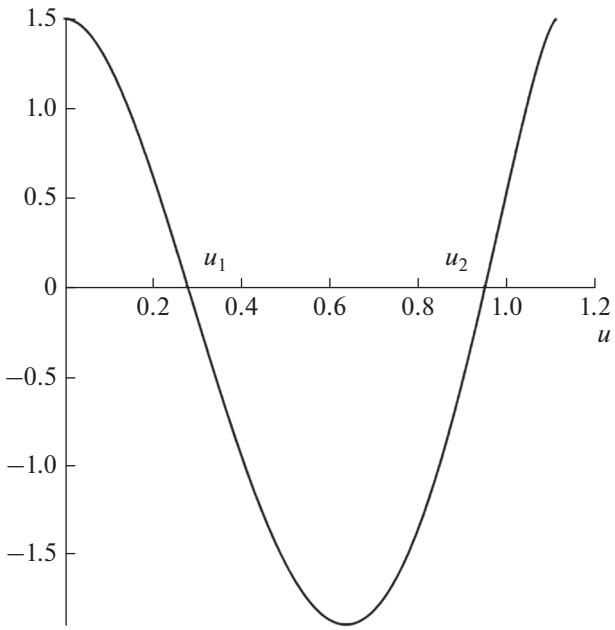

Рис. 1. График правой части уравнения (24) для значений параметров $L_\eta/L_R = 0.05$, $1/u_{th} = 0.9$, u_1 – точка стабилизации сигнала.

Подставляя пробную функцию (3) в (9)–(13) и интегрируя по τ, получаем систему уравнений для параметров импульса

$$E = 2\tau_p B^2 = \text{const}, \tag{15}$$

$$\frac{d\Omega}{dz} = \frac{4\gamma E}{15\tau_p^3}\left(T_R - \frac{5C}{4\omega}\right) - \frac{\eta E}{3\tau_p}\left(1 - \frac{\psi_{th}^2}{B^2}\right)^{3/2}, \tag{16}$$

$$\frac{dT}{dz} = -\beta_2\Omega + \frac{\beta_3}{2}\left(\frac{\left(1+\pi^2C^2/4\right)}{3\tau_p^2} + \Omega^2\right) + \frac{\gamma E}{2\omega\tau_p}, \tag{17}$$

$$\frac{d\tau_p^2}{dz} = 2C\left(\beta_2 - \beta_3\Omega\right), \tag{18}$$

$$\frac{dC}{dz} = \left(\beta_2 - \beta_3\Omega\right)\left(\frac{4/\pi^2 + C^2}{\tau_p^2}\right) + \frac{2\gamma E}{\pi^2\tau_p}\left(1 - \frac{\Omega}{\omega}\right). \tag{19}$$

Уравнение для фазы не приводится, поскольку она не играет роли в дальнейшем анализе. Из (15) следует соотношение между амплитудой и длительностью

$$E = 2\tau_0 B_0^2 = 2\tau_{th}\psi_{th}^2. \tag{20}$$

Здесь τ_{th} –длительность солитоноподобного импульса, соответствующая амплитуде ψ_{th}.

В данной работе мы рассматриваем случай распространения в волноводе с уменьшающимся диаметром сердцевины так, что групповая дисперсия описывается функцией [20]

$$|\beta_2| = |\beta_{20}|\left(1 - z/L\right), \tag{21}$$

где $|\beta_{20}|$ – коэффициент групповой дисперсии на входе в волокно, L – характерная длина изменения β_2.

Будем искать эволюцию параметров τ_p и Ω с помощью метода последовательных приближений. Используя (18) и полагая производную от C нулю, из (19) получаем

$$\Omega = \frac{|\beta_2|}{\beta_3}\left(\frac{\gamma\tau_p E}{2|\beta_2|} - 1\right). \tag{22}$$

Поскольку на входе в среду смещение центральной частоты равно нулю $(\Omega_0 = 0)$, то из (22) следует, что E соответствует известной величине для солитона нелинейного уравнения Шредингера $E = 2|\beta_{20}|/\gamma\tau_0$. Здесь τ_0 – начальное значение длительности сигнала. Подставляя (21), (22) в (16) и пренебрегая производной нелинейности, получаем уравнение для безразмерной длительности сигнала $u = \tau_p/\tau_0$

$$u^3\frac{du}{d\zeta} = \frac{L}{L_R} - \frac{L}{L_\eta}u^2\left(1 - \frac{u}{u_{th}}\right)^{3/2} - u^3, \tag{23}$$

где $L_R = 15\tau_0^4/8\beta_3 T_R$, $L_\eta = 3\gamma\tau_0^2/2\eta\beta_3$ – характерные длины ВКС и туннельной ионизации соответственно, $\zeta = z/L$ – безразмерная длина, $u_{th} = \tau_{th}/\tau_0$. Стационарное решение уравнения (23) возможно при условии равенства нулю его правой части.

Рассмотрим сперва динамику длительности интенсивного импульса, испытывающего ионизацию в волноводе без градиента групповой дисперсии [29]

$$u^3\frac{du}{d\zeta} = \frac{L}{L_R} - \frac{L}{L_\eta}u^2\left(1 - \frac{u}{u_{th}}\right)^{3/2}. \tag{24}$$

Уравнение (24) имеет стационарное решение при условии $L_R > L_\eta\left(7/4u_{th}\right)^2\left(7/3\right)^{3/2}$. Это неравенство можно переписать в виде

$$\tau_0 < \frac{2\sqrt{5}}{7}\left(\frac{3}{7}\right)^{3/4}\frac{|\beta_2|}{\gamma\psi_{th}^2}\sqrt{\frac{\eta}{\gamma T_R}}. \tag{25}$$

Используя метод последовательных приближений, находим два корня, соответствующих нулю правой части (24)

$$u_1 \approx \sqrt{\frac{L_\eta}{L_R}}\left(1 - \frac{1}{u_{th}}\sqrt{\frac{L_\eta}{L_R}}\right)^{-3/4}, \tag{26}$$

$$u_2 \approx u_{th}\left(1 - \left(\frac{1}{u_{th}}\sqrt{\frac{L_\eta}{L_R}}\right)^{4/3}\right). \tag{27}$$

Из рис. 1 и уравнения (24) видно, что u_1 – точка устойчивого равновесия, а u_2 – неустойчивого. Это означает, что если $u_2 > 1$, то длительность им-

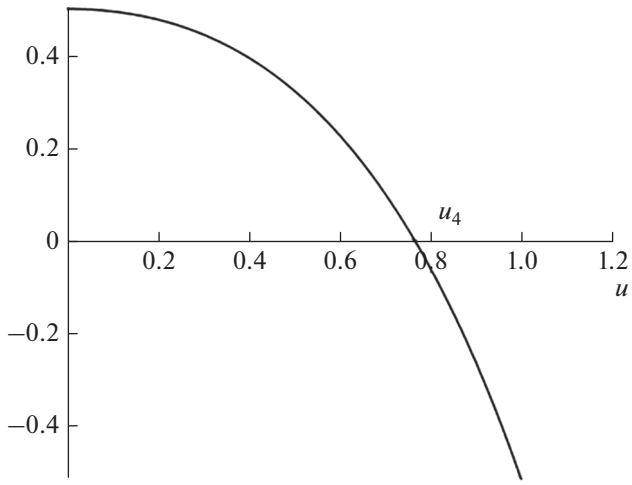

Рис. 2. Правая часть уравнения (23) в случае одного корня u_4, определяемого формулой (32) для значений параметров $L/L_\eta = 0.5$, $L/L_R = 0.5$, $1/u_{th} = 0.9$.

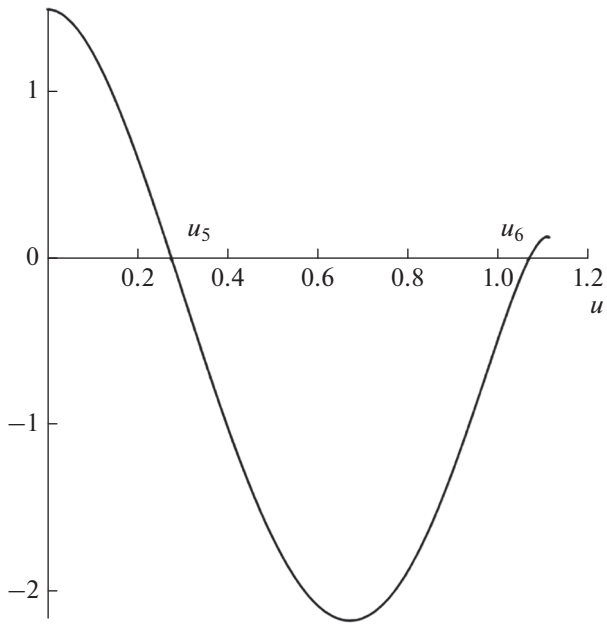

Рис. 3. Правая часть уравнения (23) в случае двух корней u_5, u_6 для значений параметров $L/L_\eta = 30$, $L/L_R = 1.5$, $1/u_{th} = 0.9$.

пульса уменьшается вплоть до значения u_1. В противном случае длительность сигнала будет увеличиваться, минуя режим стабилизации.

Рассмотрим теперь другой режим, соответствующий распространению сигнала в градиентном волноводе с интенсивностью ниже пороговой интенсивности туннельной ионизации. В этом случае ионизацией можно пренебречь и уравнение (23) принимает вид

$$u^3 \frac{du}{d\zeta} = \frac{L}{L_R} - u^3. \tag{28}$$

Легко видеть, что точка стабилизации определяется выражением [20]

$$u_3 = \sqrt[3]{\frac{L}{L_R}}. \tag{29}$$

Также несложно получить аналитическое решение (28). Соответствующее смещение частоты определяется из (22). Заметим, что для волновода без градиента дисперсии (последнего слагаемого в правой части (29)) можно получить решения для длительности и смещения частоты в виде [20, 32, 35]

$$\tau_p = \tau_0 \left(1 + \frac{4z}{L_R}\right)^{1/4}, \tag{30}$$

$$\Omega = \frac{|\beta_2|}{\beta_3}\left(\left(1 + \frac{4z}{L_R}\right)^{1/4} - 1\right). \tag{31}$$

Известную формулу Гордона [15], описывающую смещение частоты солитона при ВКС, можно получить из (31), используя приближение $z/L_R < 1$.

Если интенсивность импульса в процессе его компрессии становится больше пороговой интенсивности туннельной ионизации (или $u < u_{th}$ см. (20)), то стационарное решение можно найти, приравняв правую часть (23) к нулю.

Рассмотрим режим, когда $L < L_\eta$ и правая часть (23) имеет одну стационарную точку, которая является точкой устойчивого равновесия рис. 2. Здесь основной вклад дают слагаемые, описывающее ВКС и градиент групповой дисперсии. Ионизационную поправку можно учесть с помощью метода последовательных приближений, отталкиваясь от (29). Таким образом, в первом приближении получаем выражение для точки устойчивого равновесия

$$u_4 = \sqrt[3]{\frac{L}{L_R} - \frac{L}{L_\eta}\left(\frac{L}{L_R}\right)^2 \left(1 - \frac{L}{u_{th} L_R}\right)^{3/2}}. \tag{32}$$

Если же $L > L_\eta$ и правая часть (23) имеет два корня, то для стационарных точек находим приближенные выражения

$$u_5 = \sqrt{\frac{L/L_R - (L_\eta/L_R)^3}{(1 - L_\eta/u_{th}L_R)^{3/2}\, L/L_\eta}}, \tag{33}$$

$$u_6 = u_{th}\left(1 - \left(\frac{L_\eta}{L u_{th}^2}\left(\frac{L}{L_R} - u_{th}^3\right)\right)^{2/3}\right). \tag{34}$$

Значение u_5 является точкой устойчивого равновесия рис 3. Таким образом, формулы (33), (34)

являются обобщением (26), (27), а (32) обобщает (29) на случай линейно уменьшающегося коэффициента групповой дисперсии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен случай распространения светового импульса в режиме ВКС и туннельной ионизации с учетом градиента коэффициента групповой дисперсии вдоль оси волновода. Известно, что ВКС вызывает красное смещение и временное уширение сигнала. Стабилизировать такой импульс [20] или подвергнуть компрессии [24] можно, сужая диаметр сердцевины волновода, что ведет к уменьшению групповой дисперсии. На основе метода моментов было проведено аналитическое исследование динамики интенсивных солитоноподобных импульсов, вызывающих ионизацию, и найдены условия, при которых импульс будет стабилизироваться. Полученные результаты можно применять для осуществления каскадной компрессии. На первом этапе солитоноподобный импульс за счет градиента групповой дисперсии входит в область, в которой относительная длительность сигнала лежит ниже значения u_2, определяемого (27). На втором этапе можно использовать волокно с постоянным диаметром, а компрессия будет происходить уже за счет ионизации до значения стабилизации u_1 см. (26). Следует отметить, что поглощение, неизбежно сопровождающее ионизацию, приведет к тому, что стабилизация будет носить временный характер. Учет динамики сигнала с учетом потерь волноводных и нелинейных потерь требует отдельного рассмотрения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-02-00234а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Couny F., Benabid F., Light P.S.* // Opt. Lett. 2006. V. 31. P. 3574.
2. *Couny F., Roberts P.J., Birks T.A. et al.* // Opt. Expr. 2008. V. 16. P. 20626.
3. *Couny F., Benabid F., Roberts P.J. et al.* // Science. 2007. V. 318. P. 1118.
4. *Serebryannikov E.E., Zheltikov A.M.* // Phys. Rev. A. 2007. V. 76. Art. № 013820.
5. *Wood W.M., Siders C.W., Downer M.C.* // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 3523.
6. *Wilks S.C., Dawson J.M., Mori W.B.* // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. P. 337.
7. *Yablonovitch E.* // Phys. Rev. A. 1974. V. 10. P. 1888.
8. *Hölzer P., Chang W., Travers J.C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. Art. № 203902.
9. *Hölzer P., Chang W., Travers J.C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. Art. № 203901.
10. *Saleh M.F., Biancalana F.* // Phys. Rev. A. 2011. V. 84. Art. № 063838.
11. *Facão M., Carvalho M.I., Almeida P.* // Phys. Rev. A. 2013. V. 87. Art. № 063803.
12. *Facão M., Carvalho M.I.* // Appl. Phys. B. 2014. V. 116. P. 353.
13. *Дианов Е.М., Карасик А.Я., Мамышев П.В. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41. № 6. С. 242; *Dianov E.M., Karasik A.Ya., Mamyshev P.V. et al.* // JETP Lett. 1985. V. 41. № 6. P. 294.
14. *Mitschke F.M., Mollenauer L.F.* // Opt. Lett. 1986. V. 11. P. 659.
15. *Gordon J.P.* // Opt. Lett. 1986. V. 11. P. 662.
16. *Agrawal G.P.* Nonlinear fiber optics. N.Y.: Academic, 2007.
17. *Santhanam J., Agraval G.* // Opt. Commun. 2003. V. 222. P. 413.
18. *Bugay A.N., Khalyapin V.A.* // Phys. Lett. A. 2017. V. 381. № 4. P. 399.
19. *Бугай А.Н., Халяпин В.А.* // Опт. и спектроск. 2017. Т. 123. № 2. С. 171; *Bugay A.N., Khalyapin V.A.* // Opt. Spectrosc. 2017. V. 123. № 2. P. 181.
20. *Chernikov S.V., Mamyshev P.V.* // J. Opt. Soc. Am. B. 1991. V. 8. № 8. P. 1633.
21. *Murata H., Inagaki N.* // IEEE J. Quant. Electron. 1981. V. 17. P. 835.
22. *Bogatyrjov V.A., Bubnov M.M., Dianov E.M. et al.* // Pure Appl. Opt. 1995. V. 4. P. 345.
23. *Tajima K.* // Opt. Lett. 1987. V. 12. P. 54.
24. *Gérôme F., Cook K., George A.K. et al.* // Opt. Expr. 2007. V. 15. № 12. P. 7126.
25. *Serkin V.N., Vysloukh V.A.* // Wave Phenom. Techn. Digest. Opt. Soc. Am. 1993. V. 15. P. 236.
26. *Serkin V.N., Vysloukh V.A., Taylor J.R.* // Electron. Lett. 1993. V. 29. P. 12.
27. *Серкин В.Н., Беляева Т.Л., Корро Г.Х. и др.* // Квант. электрон. 2003. Т. 33. С. 325; *Serkin V.N., Belyaeva T.L., Corro G.H. et al.* // Quant. Electron. 2003. V. 33. P. 325.
28. *Bugay A.N., Khalyapin V.A.* // Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simulat. 2019. V. 75. P. 270.
29. *Bugay A.N., Khalyapin V.A.* // Laser Phys. 2019. V. 29. Art. № 035402.
30. *Халяпин В.А.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 1. С. 32; *Khalyapin V.A.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. № 1. P. 24.
31. *Козлов С.А., Сазонов С.В.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. С. 404; *Kozlov S.A., Sazonov S.V.* // JETP. 1997. V. 84. P. 221.
32. *Tsoy E.N., Sterke C.M.* // J. Opt. Soc. Am. B. 2006. V. 23. P. 2425.
33. *Tsoy E.N., Sterke C.M.* // Phys. Rev. A. 2007. V. 76. Art. № 043804.
34. *Маймистов А.И.* // ЖЭТФ. 1993. Т. 104. С. 3620; *Maimistov A.I.* // JETP. 1993. V. 77. P. 727.
35. *Ivanov L.M., Branzalov P.P., Pavlov L.I.* // Opt. Quant. Electron. 1992. V. 24. P. 565.