УДК 621.385.624

# ОГРАНИЧЕНИЯ ТОКОВ ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ СПЛОШНОГО АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ПРОЛЕТНЫХ КАНАЛАХ ЭЛЕКТРОВАКУУМНЫХ УСТРОЙСТВ МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА

© 2020 г. В. Е. Родякин<sup>1, \*</sup>, В. М. Пикунов<sup>1</sup>, В. Н. Аксенов<sup>2</sup>, Н. Е. Овсянников<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН — филиал Федерального государственного учреждения "Федеральный научно-исследовательский центр "Кристаллография и фотоника" Российской академии наук", Шатура, Россия

<sup>2</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет и международный лазерный центр, Москва, Россия

\**E-mail: vrodyakin@mail.ru* Поступила в редакцию 29.07.2019 г. После доработки 30.08.2019 г. Принята к публикации 27.09.2019 г.

Исследуются условия обеспечения равновесного стационарного состояния сплошных электронных потоков большой плотности, транспортируемых в цилиндрических пролетных каналах и фокусируемых однородным магнитным полем. Проводится сравнение результатов расчета с данными, полученными с использованием квазитрехмерной программы "Арсенал-МГУ" и аналитическими формулами других авторов.

DOI: 10.31857/S0367676520010251

## введение

В настоящее время происходит интенсивное освоение миллиметрового диапазона (с частотами 0.03-0.3 ТГц и длинами волн 10-1 мм). Поэтому повышение мощности компактных электровакуумных усилителей и генераторов в этом диапазоне является актуальной задачей [1]. Перспективными мощными устройствами миллиметрового диапазона являются устройства клистронного типа: лампы бегушей волны (ЛБВ) на цепочках связанных резонаторов (ЦСР), клистроны с распределенным взаимодействием, клистроды, твистроны и др. Поскольку требование компактности приборов ограничивает величину используемого ускоряющего напряжения (обычно менее 20 кВ) [2], то разработчикам приходится повышать мощность электронного потока в основном за счет увеличения его силы тока.

Для эффективного взаимодействия электронного потока с электромагнитными полями многозазорных резонаторов электровакуумных приборов клистронного типа, радиус пролетного канала  $R_T$  должен быть меньше четверти рабочей длины волны  $\lambda_0$ . Поэтому из-за малых размеров сечения пролетного канала в миллиметровом диапазоне для увеличения силы тока приходится переходить к использованию электронных потоков с высокими значениями плотности тока в пучке (боле 1 кА/см<sup>2</sup>) [1]. Увеличение плотности тока в электронном потоке приводит к увеличению сил пространственного заряда, препятствующих токопрохождению пучка через пролетный канал. Обеспечение условий максимального токопрохождения при транспортировке плотных электронных потоков в пролетных каналах электровакуумных устройств клистронного типа является одной из важнейших задач, возникающих перед разработчиками при создании подобных устройств миллиметрового диапазона.

#### УСЛОВИЯ РАВНОВЕСНОГО СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ ПЛОТНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ, ФОКУСИРУЕМЫХ ОДНОРОДНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Источником электронного потока в мощных электровакуумных приборах является электронная пушка. Для осуществления транспортировки электронного пучка на расстояния порядка длины устройства необходимо, чтобы пучок находился в равновесном состоянии, при котором имеет место компенсация всех сил, действующих на электроны пучка.

В силу аксиальной симметрии будем использовать цилиндрическую систему координат  $(r, \varphi, z)$ . Используя параксиальное приближение и закон сохранения углового момента импульса относительно оси [4], можно найти выражение, соответствующее бриллюэновскому магнитному полю для граничного электрона:

$$B_{\rm Ep} = B_{\rm Ep}^{\kappa \pi} \left(\frac{2}{1+\gamma_0}\right)^{1/4} \sqrt{\gamma_0 \gamma_b F_{\rm p} - \sqrt{\gamma_0^2 - 1} \sqrt{\gamma_b^2 - 1}}, \quad (1)$$

где:

$$B_{\rm 5p}^{\rm \tiny KЛ} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\pi \varepsilon_0 \eta_e^{3/2}}} \frac{\sqrt{I_b}}{R_b V_0^{1/4}}$$
(2)

- классическое значение бриллюэновского магнитного поля без учета собственного магнитного поля и неоднородности электронного пучка [5],  $\varepsilon_0$  - электрическая постоянная,  $I_b = \int_{S_b} j_b(r) ds$  - ток инжекции, создаваемый электронной пушкой,  $j_b(r)$  - радиальное распределение продольной компоненты плотности инжектируемого тока,  $S_b$  - площадь поперечного сечения электронного потока,  $\eta_e = \frac{e}{m_0}$  - отношение заряда *e* к массе покоя  $m_0$ 

отдельного электрона,  $F_{\rho} = \frac{1}{S_{b}} \int_{S_{b}} \frac{J_{b}(r)}{U(r)} ds - \phi opm-$ 

фактор плотности заряда в пучке,  $U(r) = \frac{u(r)}{u_0}$  и

 $J_b(r) = \frac{j_b(r)}{j_0}$  — нормализованные радиальные распределения скорости электронов и плотности тока в пучке,  $u_0 = \frac{\sqrt{1+\gamma_0}}{\gamma_0} \sqrt{\eta_e V_0}$ ,  $u_b = u(R_b)$ ,  $\gamma_b = \left(1 - \frac{u_b^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ ,  $j_0 = \frac{I_b}{S_b}$ ,  $\gamma_0 = 1 + \frac{\eta_e V_0}{c^2}$ , c – скорость

света в вакууме.

Для определения форм-фактора плотности заряда потока  $F_{\rho}$  и величины  $\gamma_b$ , входящих в формулу (1), необходимо знать самосогласованную поперечную структуру электронного потока в стационарном состоянии, т.е. радиальные распределения электрического потенциала, плотности заряда и скоростей электронов.

## ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА САМОСОГЛАСОВАННОЙ СТРУКТУРЫ АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ПРОЛЕТНОМ КАНАЛЕ В СТАЦИОНАРНОМ РАВНОВЕСНОМ СОСТОЯНИИ

При выполнении условия равновесия радиальных сил, действующих на электроны пучка при достаточно большом фокусирующем магнитном поле, можно считать движение электро-

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 84 № 1 2020

нов одномерным вдоль продольной оси *z*. В качестве математической модели используется стационарная, нелинейная, одномерная смешанная краевая задача в поперечном сечении пролетного канала для нелинейного уравнения Пуассона:

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) = -\frac{\rho(r)}{\varepsilon_0}, \quad r \in (0, R_T), \\ \frac{dV}{dr} \Big|_{r=0} = 0, \quad V \Big|_{r=R_T} = V_0. \end{cases}$$
(3)

Здесь  $\rho(r) = j_z(r)/u_z(r)$ , плотность пространственного заряда электронного пучка отлична от нуля в области  $r \in [R_{b0}, R_b]$ ,  $u_z(r) = c\sqrt{1-1/(1+|e|V(r)/(m_0c^2))^2}$  — распределение скорости электронов по радиусу пучка.

Считаем, что при входе в пролетный канал инжектируемые электроны имеют энергию, определяемую электронной пушкой, а длина пролетного канала много больше радиуса канала. Поэтому устанавливается однородная в продольном направлении *z* и неоднородная по радиусу *r* стационарная картина, которая и описывается численным решением краевой задачи (3) уравнений.

При решении краевой задачи (3) используется многослойная модель электронного пучка с неравномерном разбиением по радиусу:

$$0 = r_0 < r_1 < r_2 < \dots r_{i-1} < r_i < < r_{i+1} \dots < r_{L-1} < r_L = R.$$
(4)

Так как рассматриваемая задача является нелинейной, то ее решение находится методом итераций. При решении сохраняется непрерывность скалярного потенциала и его производной по радиусу, на границах слоев. На каждом шаге итераций используется метод прогонки [6]. При решении сохраняется непрерывность скалярного потенциала и его производной по радиусу, на границах слоев. Критерий сходимости итераций в стационарном режиме имеет вид:

$$\frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} \left| V_i^{(j+1)} - V_i^{(j)} \right| < \varepsilon,$$
(5)

где: *j* – номер итерации, є – малый параметр.

Используемый одномерный численный алгоритм позволяет, находить параметры неоднородных электронных потоков в стационарном состоянии. Также с его помощью можно вычислять значения предельных вакуумных токов  $I_{limV}$ , обусловленных "тормозящими силами пространственного заряда" (ТСПЗ). Критерием достижения предельного тока  $I_{limV}$ , при увеличении тока  $I_b$ , является расходимость метода итераций.



**Рис. 1.** Сравнение зависимостей предельного вакуумного микропервеанса сплошного электронного пучка от ускоряющего напряжения при коэффициенте заполнения 0.8 (а) и коэффициента заполнения пучка трубы, полученных с помощью разработанного алгоритма [9] (1), программы "Арсенал-МГУ" (2) и аналитической формуле (11) (3).

# РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПРЕДЕЛЬНЫХ ВАКУУМНЫХ ТОКОВ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ ПРОДОЛЬНЫМ ТОРМОЗЯЩИМ ДЕЙСТВИЕМ СИЛ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА

Для проверки точности вычисления предельных вакуумных токов с помощью разработанного численного алгоритма расчета самосогласованной структуры пучка в пролетном канале была использована программа "Арсенал-МГУ" [3]. Данная программа позволяет проводить численный анализ квазитрехмерного движения электронных потоков в аксиально-симметричных электронно-оптических системах электровакуумных приборов с учетом влияния сил пространственного заряда. Поиск предельных токов с помощью программы производился путем последовательного увеличения силы тока до тех пор, пока итерации по пространственному заряду не переставали сходиться. При этом повеление электронного пучка становилось нестабильным, а на некоторых итерациях по пространственному заряду происходило падение потенциала на оси ниже нуля, и появлялись отраженные из канала электроны.

Кроме программы "Арсенал-МГУ" для проверки точности разработанного алгоритма было проведено сравнение с аналитической формулой для предельного вакуумного тока сплошного электронного пучка [7]:

$$I_{limV}^{GP} = I_{limV}^{BR} \gamma_0^{2/3} \left\{ \left[ \left( \gamma_0^{2/3} + G \right)^2 - \gamma_0^{2/3} \right]^{1/2} - G \right\}^{-1}, \quad (6)$$

где 
$$I_{limV}^{BR} = \frac{17(\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2}}{G}$$
 kA,  $G = 1 + 2\ln(R_T/R_b)$ .

Отличие в значениях предельных токов от результатов расчета по двумерным программам и экспериментальным измерениям по данным авторов составляет 3% [7]. Для сравнения был выбран сплошной электронный поток с коэффициентом заполнения пучком трубы, равным 0.8 в интервале ускоряющих напряжений от 1 до 500 кВ. На рис. 1*а* приведены зависимости предельного вакуумного

микропервеанса  $P_{\mu lim} = 10^{-6} \frac{I_{limV}}{V_0^{3/2}}$  от ускоряющего напряжения, полученные с помощью разработанного алгоритма, программы "Арсенал-МГУ" и аналитической формулы (6). Различие в значениях предельного микропервеанса, полученные разными методами, для  $V_0 < 1~00$  кВ составляет менее 1% и постепенно увеличивается до 3% при приближении ускоряющего напряжения к значению 500 кВ.

Результаты расчетов зависимости предельного вакуумного микропервеанса сплошного электронного потока от коэффициента заполнения электронного пучка трубы, полученные с помощью разработанного алгоритма, программы "Арсенал-МГУ" и аналитической формулы (11), приведены на рис. 16.

Сравнение результатов показывает, что все три метода дают очень близкие результаты с разбросом значений в пределах долей процента. Приведенная на рис. 1*б*. зависимость предельного вакуумного микропервеанса сплошного электронного пучка имеет универсальный характер, и справедлива для любых значений радиуса пролетного канала и ускоряющего напряжения в интервале  $V_0 < 20$  кВ.





**Рис. 2.** Зависимости обобщенного предельного тока сплошного электронного пучка от рабочей частоты: а) для ускоряющего напряжения 10 кВ при коэффициенте заполнения 0.5 (1), 0.6 (2), 0.7 (3), 0.8 (4), 0.9 (5); б) для коэффициента заполнения 0.8 при ускоряющем напряжении 5 (1), 10 (2), 15 (3), 20 кВ (4).

### ОЦЕНКА ПРЕДЕЛЬНЫХ ТОКОВ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ ПРИ НАРУШЕНИИИ "PABHOBECHOЙ МАГНИТНОЙ ФОКУСИРОВКИ" (РМФ)

Разработанный алгоритм расчета предельных вакуумных токов  $I_{limV}$  для аксиально-симметричных электронных потоков был получен в предположении, что фокусирующее продольное магнитное поле  $B_{\phi} \gg B_{\rm Ep}$ . Однако на практике не удается обеспечить сколь угодно большие значения фокусирующего магнитного поля из-за массо-габаритных ограничений, вызванных требованием компактности разрабатываемых усилителей и генераторов миллиметрового диапазона. Наиболее подходящими для фокусировки электронных пучков в таких приборах являются постоянные магниты, которые в настоящее время могут обеспечивать величину  $B_{\phi}$  до 1 Тл [1].

Это накладывает дополнительное ограничение на величину предельного тока, который можно транспортировать в пролетном канале электровакуумного прибора. Это ограничение, также как и ТСПЗ, связано с расталкивающими силами пространственного заряда плотных электронных потоков. Однако в отличие от последнего, ограничение тока происходит не за счет продольного торможения электронов, а за счет нарушения условий поперечного равновесия, что приводит к увеличению радиуса электронного потока и оседанию крайних электронов на внутренние стенки пролетных каналов.

Проведенные с помощью программы "Арсенал-МГУ" численные исследования показали, что выполнение условия  $B_{\phi} > 2B_{\rm 5p}^{\rm Kn}$  является приемлемым для обеспечения минимальных радиальных пульсаций, при которых нарушение условий рав-

новесного стационарного состояния плотных электронных пучков можно считать незначительным, даже для электронного пучка с током, близкому к предельному вакуумному. При этом погрешность расчета  $I_{limV}$  с помощью разработанного алгоритма не превышает 2%. Величину силы тока пучка, при которой нарушается условие  $B_{\phi} > 2B_{\rm Ep}$ , необходимое для обеспечения радиального равновесного стационарного состояния, будем обозначать как  $I_{limB}$ .

Таким образом, основными механизмами ограничения токопрохождения в пролетных каналах плотных электронных потоков являются: ТСПЗ и нарушения РМФ. Какой механизм является преобладающим, зависит от параметров электронного пучка и радиуса пролетного канала. Предельный вакуумный ток  $I_{limV}$ , не зависит от радиуса пролетного канала, поскольку провисание потенциала определяется значением относительной величины коэффициента заполнения пучком пролетного канала. Однако предельный ток  $I_{lim B}$ , определяемый величиной бриллюэновского магнитного поля, в значительной степени зависит от абсолютного значения радиуса пучка и, как следствие, радиуса канала.

Обобщенный предельный ток в рассматриваемом алгоритме определяется как  $I_{lim} = \min(I_{limV}, I_{limB})$ . Каждому значению радиуса пролетного канала, в котором происходит транспортировка электронного пучка, можно сопоставить рабочую длину волны  $\lambda_0 = 4R_T$  и частоту прибора  $f_0$ . На рис. 2*a* представлены оценочные зависимости от рабочей частоты обобщенного предельного тока  $I_{lim}$  сплошного электронного пучка с ускоряющим напряжением 10 кВ для различных значений коэффициента заполнения.

Горизонтальные участки кривых соответствуют областям ограничения тока за счет ТСПЗ, а быстро спадающие с увеличением частоты участки соответствуют нарушениям условий РМФ. Для электронного пучка с ускоряющим напряжением 10 кВ в приборах с рабочей частотой ниже 70 ГГц основным ограничивающим фактором увеличения тока являются ТСПЗ, а в области выше этого значения — за счет нарушения условий РМФ.

На рис. 26 приведены оценочные зависимости от рабочей частоты предельного тока сплошного электронного пучка с коэффициентом заполнения 0.8 для различных значений ускоряющего напряжения. С увеличением ускоряющего напряжения правая граница зоны ограничения тока за счет действия ТСПЗ смещается к длинноволновой части миллиметрового диапазона (кривые 1 и 4).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования самосогласованной поперечной структуры сплошных электронных потоков показали, что при приближении к предельным значениям токов увеличиваются ТСПЗ. Это приводит к увеличению радиальной компоненты напряженности собственного электрического поля на внешней границе пучка по сравнению со случаем однородного потока. При токе пучка, составляющем половину от предельного вакуумного тока, увеличение достигает 10%. Полученные в работе формулы учитывают данную неоднородность, и позволяют корректно рассчитать величину фокусирующего магнитного поля, требуемую для компенсации увеличения расталкивающих сил пространственного заряда таких потоков.

Проведено тестирование предложенных формул и алгоритмов расчета предельных токов сплошных аксиально-симметричных электронных потоков в цилиндрических пролетных каналах электровакуумных приборов. Сравнение результатов расчетов предельных токов с аналитическими данными других авторов, а также с расчетами по двумерной программе "Арсенал-МГУ", показали хорошее соответствие полученных результатов, с точностью до 1–3%.

Показано, что для сплошных электронных потоков величина предельного вакуумного микропервеанса составляет 15–22 мкА  $\cdot B^{-3/2}$  для практически значимого интервала значений коэффициента заполнения пучка 0.6–0.8.

Показано, что величина обобщенных предельных токов в низкочастотной части миллиметрового диапазона 30–70 ГГц в основном определяется действием ТСПЗ. В высокочастотной части диапазона 70–300 ГГц обобщенные предельные значения токов определяются условиями РМФ.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках выполнения работ по государственному заданию ФНИЦ "Кристаллография и фотоника" РАН.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Srivastava A. // Europ. J. Adv. Engin. Technol. 2015. V. 2. № 8. P. 54.
- 2. *Booskee J.H.* // Phys. Plasma. 2008. V. 15. Art. № 055502.
- Сандалов А.Н., Пикунов В.М., Родякин В.Е. // В сб. "Вакуумная СВЧ электроника". Нижний Новгород: Изд-во ИПФ РАН, 2002. С. 97.
- 4. *Рошаль А.С.* Моделирование заряженных пучков. М.: Атомиздат, 1979. 214 с.
- 5. *Алямовский И.В.* Электронные пучки и электронные пушки. М.: Сов. Радио, 1966. 454 с.
- 6. *Пикунов В.М.* // Уч. зап. физ. фак-та МГУ. 2014. № 4. С. 144358.
- Thode L.E., Godfrey B.B., Shanahan W.R. // Phys. Fluids. 1979. V. 22. № 4. P. 747.