ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2020, том 84, № 1, с. 142–146

УДК 535.015

ПАТТЕРНЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК АППРОКСИМАНТОВ ФРАКТАЛОПОДОБНЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ СИСТЕМ С МЕТАСЛОЯМИ

© 2020 г. Ю. В. Рыжикова[1], *, Ю. В. Мухартова[1], С. Б. Рыжиков[1]

[1]Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

**E-mail: ryzhikovaju@physics.msu.ru*

Поступила в редакцию 29.07.2019 г.
После доработки 30.08.2019 г.
Принята к публикации 27.09.2019 г.

Проведена оценка влияния структурных изменений фракталоподобных многослойных структур с вставками из метаматериалов на устойчивость формы фрактальных паттернов их оптических спектров. На основе расчетов в рамках модели аппроксимантов получены скейлинговые параметры, определяющие связь между особенностями структур и их оптическими спектрами.

DOI: 10.31857/S0367676520010263

ВВЕДЕНИЕ

Общетеоретические аспекты исследований многослойных структур с метаслоями имеют отношение к важной фундаментальной проблеме, направленной на установление общих закономерностей, определяющих связь между особенностями структуры фракталоподобных систем и скейлинговыми свойствами зондирующего излучения [1, 2]. Всестороннее ее решение позволит усовершенствовать фрактальные методы оптической диагностики многослойных систем различной геометрии.

В настоящее время проводятся многочисленные исследования, посвященные изучению свойств разнообразных многослойных структур с фрактальными признаками и возможностей их практического использования [2–4]. В частности, такие многослойные структуры применяются при создании новых фрактальных антенн, сенсоров для детектирования биологических и химических агентов, узкополосных фильтров, широкополосных поглотителей, а также в других технических устройствах.

Тем не менее, оптические характеристики аппроксимантов фракталоподобных многослойных систем с метаматериалами на данный момент изучены не достаточно полно. Свойственная многим из них фрактальность в значительной степени определяет их оптические свойства. При этом существует необходимость в определении степени влияния различных факторов на самоподобие их спектральных характеристик.

Применение аппроксимантов различной геометрии позволяет технически упростить процедуру получения структур с заданным набором оптических характеристик. Предварительные исследования [5, 6] указывают на перспективность применения аппроксимантов для совершенствования новых средств оптической диагностики. Путем регистрации паттернов – отдельных элементов в характеристиках зондирующего излучения, появляется возможность проводить идентификацию многослойных систем с определенным типом симметрии и оценить степень их структурных дефектов.

Цель настоящей работы состоит в оценке влияния различных изменений исследуемых многослойных структур с вставками из метаматериалов на устойчивость формы фрактальных паттернов их оптических спектров. Предполагается, что изменения могут быть внесены в многослойную систему переходом к модели аппроксимантов [6], изготовлением ряда слоев на основе широко применяющихся метаматериалов, характеризующихся разными дисперсионными соотношениями [7, 8], а также варьированием принципа ее построения [9]. Особое внимание уделено применению паттерного анализа [10, 11] к спектральным характеристикам многослойных структур с учетом поглощения в метаслоях.

МОДЕЛЬ МНОГОСЛОЙНЫХ СТРУКТУР С МЕТАСЛОЯМИ

В настоящей работе рассматривается модель многослойных структур и их аппроксимантов, составленных из двух типов слоев A и B. Слои A выполнены из метаматериала, который в опреде-

ленном спектральном диапазоне характеризуется отрицательным показателем преломления. При этом слои B выполнены из пористого кварца с показателем преломления n_B. Толщины слоев считались равными $d_A = 0.6$ см и $d_B = 1.2$ см [12].

Фазовые набеги в слоях многослойных систем определяются следующим выражением:

$$\Phi_{j,k} = \frac{2\pi f_k \mathrm{N}_{j,k} d_j}{c}, \qquad (1)$$

где j – номер слоя, c – скорость света, d_j – толщина слоя с номером j, $\mathrm{N}_{j,k}$ – значение показателя преломления j-го слоя с учетом частоты излучения f и геометрического чередования слоев A и B. Дискретизация величины f задается формулой

$$f_k = 1.5(1 + 0.0033k), \qquad (2)$$

где $k = 0 \ldots \tilde{N}_{max}$ – коэффициенты дискретизации, $\tilde{N}_{max}$ – дискретное значение, ограничивающее частотный диапазон.

Для построения аппроксимантов многослойных структур задается начальная структура на базе фракталоподобных числовых последовательностей $S_l = \{A, B\}$, где l – уровень генерации, A и B – составляющие элементы последовательности. Используемые последовательности S_l определяют закон чередования элементов в первичной структуре. В многослойных структурах этот закон определяет распределение слоев с высоким и низким показателем преломления. Например, для систем m-боначчи ($m = 2$) аппроксиманты A_l имеют вид (3):

$$\mathrm{A}_0 = \left\{\underbrace{B}_{S_0}\right\}^p, \quad \mathrm{A}_1 = \left\{\underbrace{A}_{S_1}\right\}^p, \quad \mathrm{A}_2 = \left\{\underbrace{AB}_{S_2}\right\}^p,$$
$$\mathrm{A}_3 = \left\{\underbrace{ABA}_{S_3}\right\}^p, \quad \mathrm{A}_4 = \left\{\underbrace{ABAAB}_{S_4}\right\}^p, \qquad (3)$$
$$\mathrm{A}_5 = \left\{\underbrace{ABAABABA}_{S_5}\right\}^p, \quad \ldots, \quad \mathrm{A}_{l+1} = \{S_l S_{l-1}\}^p,$$

где p – период аппроксиманта, то есть количество элементарных ячеек S_l в рассматриваемой многослойной структуре.

Самоподобные структурные свойства систем m-боначчи можно описать параметром скейлинга ζ, который определяется как предел количества элементов в последовательности S_{l+1} к количеству элементов в S_l при $l \to \infty$. Так, при $m = 2$ получаем $\zeta \approx 1.618$. Для $m = 3$ и $m = 4$ получаем $\zeta \approx 1.839$ и $\zeta \approx 1.927$, соответственно. Значения структурных параметров соответствуют литературным данным [5, 9]. Отметим, что при $m = 2$ системы m-боначчи и Фибоначчи совпадают.

Диэлектрическая проницаемость ε_A и магнитная восприимчивость μ_A метаматериала определяется следующим образом [7]:

$$\varepsilon_A(f) = 1 + \frac{5^2}{0.9^2 - f^2 - if\gamma} + \frac{10^2}{11.5^2 - f^2 - if\gamma};$$
$$\mu_A(f) = 1 + \frac{3^2}{0.902^2 - f^2 - if\gamma}, \qquad (4)$$

где f – частота электромагнитного излучения, i – мнимая единица, γ – величина, характеризующая потери (величины f и γ записаны в ГГц). На рис. 1 приведены дисперсионные зависимости (4) для слоев из метаматериала с учетом дискретизации частоты (2).

Анализ соотношений (4) показывает, что дисперсионные закономерности можно разделить на три области (рис. 1). Первая область M – слои A обладают свойствами метаматериалов $\varepsilon_A < 0$, $\mu_A < 0$, вторая область P – переходная с $\varepsilon_A < 0$, $\mu_A > 0$, и третья область D – $\varepsilon_A > 0$, $\mu_A > 0$, где материал слоев A приобретает свойства диэлектрика. При варьировании значений $\gamma \in [0, 0.9]$ границы этих областей незначительно изменяются. Параметры окружающей среды принимались равными $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$.

СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА СТРУКТУР С МЕТАМАТЕРИАЛАМИ

Для расчетов спектральных характеристик фракталоподобных многослойных структур применяется матричный подход [13] с использованием логарифмического представления [1] и закона Френеля для метаматериалов [14]: $r = -\ln(T_k)$, где T_k – величина коэффициента пропускания по мощности.

В результате проведенных расчетов было показано, что включение в многослойную систему метаматериалов с учетом их поглощения существенно видоизменяет структуру спектральных характеристик многослойных фракталоподобных систем во всех выделенных областях (рис. 1). Исследование таких изменений проводилось с помощью паттерного анализа [11], основанного на фиксации и определении особенностей отдельных фрагментов в спектральных характеристиках многослойных структур.

На рис. 2 представлена зависимость r от поглощения γ многослойной системы m-боначчи в случае $m = 2$ с учетом дисперсионных эффектов (4). Выделенные области ab, bc, de, fg представляют собой паттерны. Из рис. 2 видно, что наличие

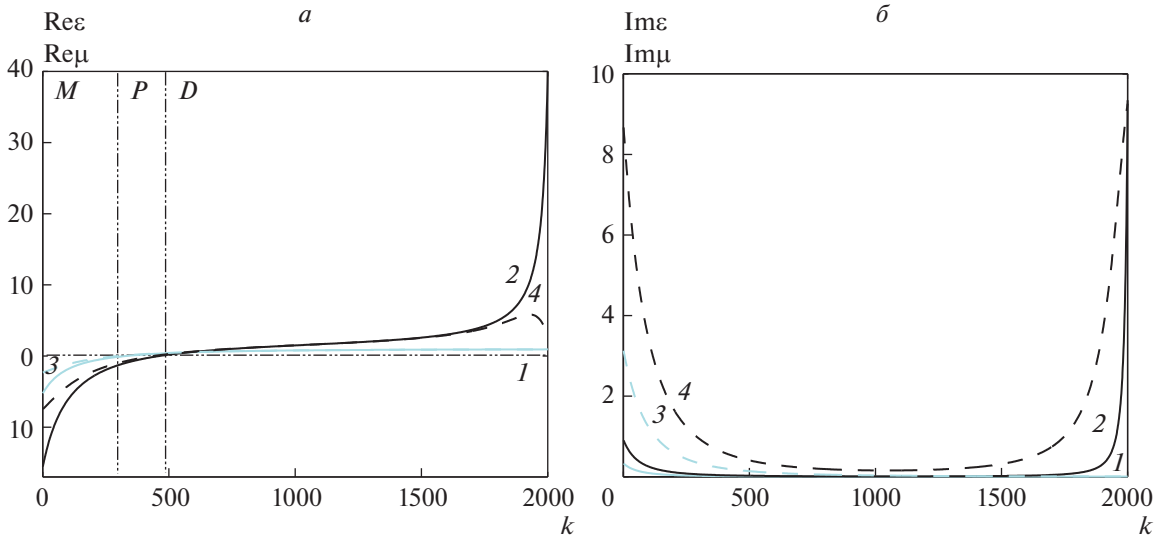

Рис. 1. Дисперсионные закономерности $\varepsilon(k,\gamma)$, $\mu(k,\gamma)$ при разных потерях γ: *а* – действительная часть $\varepsilon(k,\gamma)$, $\mu(k,\gamma)$, *б* – мнимая часть $\varepsilon(k,\gamma)$, $\mu(k,\gamma)$. Функции *1*, *2* – $\gamma = 0.05$ ГГц и *3*, *4* – $\gamma = 0.9$ Ггц. $\varepsilon(k,\gamma)$ – обозначены черным цветом. *M*, *P*, *D* – выделенные области.

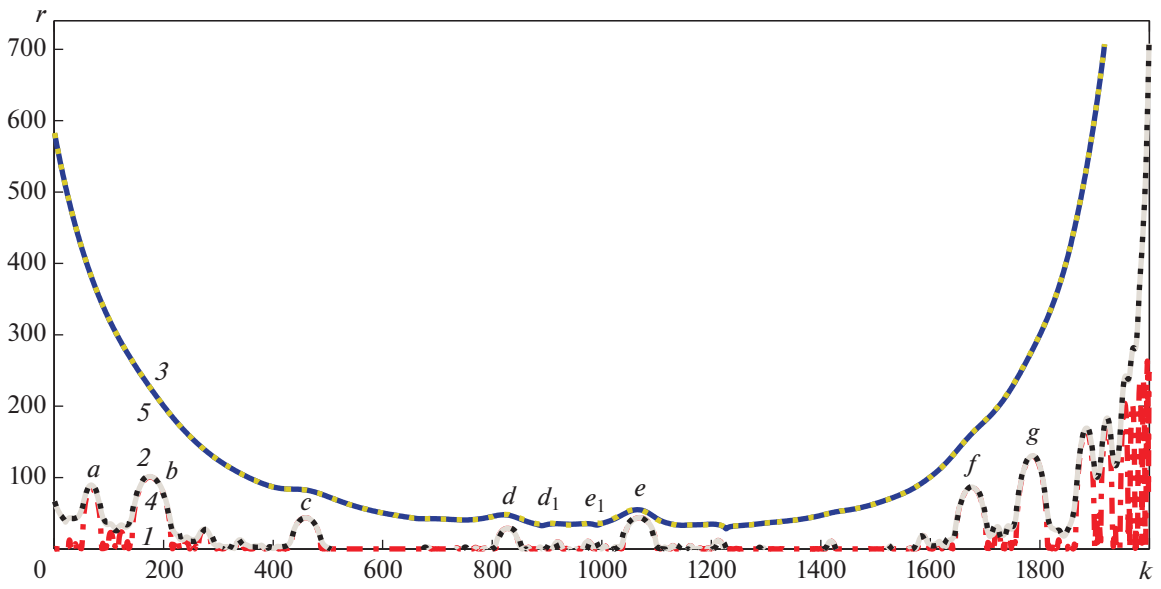

Рис. 2. Спектральные характеристики многослойной системы *m*-боначчи в случае $m = 2$, $n_B = 1.5$ при изменении коэффициента дискретизации частоты в пределах $k = 0-2000$. Нижняя линия *1* соответствует первичной структуре с числом слоев $J = 234$ при $\gamma = 0$ Ггц, линии *2* и *3* – первичной структуре с поглощением $\gamma = 0.05$ и 0.9 ГГц, соответственно. Пунктирные линии *4* и *5* – аппроксиманту $A_6 = \{S_6\}^{18}$ для систем 2 и 3, соответственно. Области *ab*, *bc*, *de*, *fg* – паттерны.

поглощения сильно влияет на фракталоподобную структуру начальной спектральной характеристики, соответствующей $\gamma = 0$. При этом наблюдается ее сглаживание для всех k, и как следствие потеря фрактальных свойств спектра. При изменении γ наиболее устойчивой областью с точки зрения сохранения скейлинга является центральная часть спектра (паттерн *de*) вплоть до $\gamma = 0.55$ Ггц. Паттерн *de* соответствует области *D* (рис. 1). Для остальных участков спектра фикса-

ция паттерных образований с некоторыми искажениями возможна при $\gamma \le 0.1$ Ггц. Отметим, что спектральные характеристики анализируемой многослойной структуры и ее аппроксимантов близки. Коэффициенты взаимной корреляции между спектрами анализируемых структур (рис. 2) 2 и 4, 3 и 5 принимали значения от 0.91 до 0.98 для разных спектральных фрагментов.

Проведенный анализ показал, что наличие поглощения метаслоев оказывает существенное сглаживающее влияние на самоподобные свойства спектральных характеристик многослойных структур и их аппроксимантов.

Результаты моделирования относятся к случаю, когда фазовые набеги (1) в слоях по абсолютной величине были одинаковыми. Если же соотношения между геометрическими размерами слоев меняются, то наступает разбалансировка фазовых набегов, и из-за сильных искажений формы паттернов их идентификация не всегда представляется возможной.

Как показывают результаты моделирования, фрактальные свойства оптических характеристик систем m-боначчи значительно проявляются при $m = 2$ и $m = 3$. Увеличение m вызывает трансформацию формы паттернов. При этом из-за эффекта фазовой компенсации исчезает часть резонансных пиков, и спектр становится близким к спектру периодических систем.

В ходе работы был определен ряд идентифицирующих параметров – локальных коэффициентов скейлинга – присущих выделенным паттернам оптических характеристик анализируемых систем. Так, для наиболее устойчивого к изменению поглощения паттерна de локальные параметры скейлинга равны: $\zeta_1 = de/de_1 \approx 1.62$, $\zeta_2 = de_1/e_1e \approx 1.6$. Значения скейлинговых параметров для паттерна de близки к коэффициенту Золотого сечения $\zeta \approx 1.618$. Их оценка позволяет установить количественную связь между структурными особенностями исследуемых объектов и фрактальными свойствами взаимодействующего с ними светового излучения.

Несмотря на то, что форма паттернов в разных спектральных областях имеет заметные отличия, их геометрия, определяемая взаимным расположением внутренних пиков, близка между собой. Тем самым можно утверждать, что при определенных условиях регистрируемые в спектральных характеристиках паттерны могут служить ориентиром при оценке скейлинговых свойств рассматриваемых многослойных систем и их аппроксимантов.

Полученные результаты позволяют существенно дополнить диагностический метод [1] на основе паттерного анализа применительно к аппроксимантам фракталоподобных многослойных структур с метаслоями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты моделирования указывают на заметное влияние поглощения и дисперсии метаслоев, а также эффектов фазовой компенсации и разбалансированности фазовых набегов в слоях при анализе скейлинга в оптических характеристиках многослойных структур с метаслоями. Дисперсия вызывает искажение формы выделяемых паттернов, поглощение метаслоев приводит к сглаживанию спектральных характеристик во всех рассмотренных частотных областях. Эффекты фазовой компенсации в зависимости от соотношения числа слоев разных типов в некоторых случаях могут практически полностью подавить образование паттерных элементов (системы с одинаковым количеством первичных элементов A и B).

Выполненный анализ характеристик многослойных структур с метаслоями указывает на возможность установления взаимно однозначной связи между их структурными особенностями и спектрами пропускания на основе выявления паттерных образований и определения коэффициентов скейлинга в узком интервале изменения поглощения γ.

Полученные результаты являются существенным дополнением паттерного подхода оптической диагностики, базирующегося на определении скейлинговых параметров фракталоподобных многослойных структур аппроксимантов с метаслоями [6, 15].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 18-01-00723а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ryzhikova Yu., Mukhartova Iu., Ryzhikov S.* // J. Phys. Conf. Ser. 2018. V. 1141. Art. № 012059.
2. *Ружицкая Д.Д., Рыжикова Ю.В., Рыжиков С.Б.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. № 11. С. 1512; *Ruzhitskaya D.D., Ryzhikova Yu V., Ryzhikov S.B.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. № 11. P. 1375.
3. *Кравченко В.Ф., Кравченко О.В.* Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники. М.: Техносфера, 2018.
4. *Krzysztofik W.J.* // Microwave Rev. 2013. V. 19. № 2. P. 3.
5. *Давыдова М.Г., Короленко П.В., Рыжикова Ю.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ., астрон. 2016. № 4. С. 56; *Davydova M.G., Korolenko P.V., Ryzhikova Yu.V.* // Moscow Univ. Phys. Bull. 2016. V. 71. № 4. P. 395.
6. *Ryzhikova Y.V., Korolenko P.V., Ryzhikov S.B.* // PIERS. 2017. P. 2742.

7. *Aghajamali A., Javanmardi B., Barati M., Wu C.-J.* // Optik. 2014. V. 125. P. 839.
8. *Li J., Zhou L., Chan C.T., Sheng P.* // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 90. № 8. Art. № 083901.
9. *Machado F., Ferrando V., Furlan W.D., Monsoriu Ju.A.* // Opt. Expr. 2017. V. 25. № 7. P. 8267.
10. *Korolenko P.V., Ryzhikov S.B., Ryzhikova Yu.V.* // Phys. Wave Phenom. 2013. V. 21. № 4. P. 256.
11. *Davydova M.G., Korolenko P.V., Ryzhikov S.B., Ryzhikova Yu.V.* // Phys. Wave Phenom. 2016. V. 24. № 1. P. 17.
12. *Daninthe H., Foteinopoulou S., Soukoulis C.M.* // Photon. Nanostruct. Fundam. Appl. 2006. V. 4. № 3. P. 123.
13. *Путилин Э.С.* Оптические покрытия. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2010.
14. *Веселаго В.Г.* // УФН. 2003. Т. 173. № 3. С. 790; *Veselago V.G.* // Phys. Usp. 2003. V. 46. P. 764.
15. *Короленко П.В., Логачев П.А., Рыжиков С.Б., Рыжикова Ю.В.* // Физ. осн. приборостр. 2014. Т. 3. № 3. С. 66.