

## ВИРТУАЛЬНЫЕ ДВОЙНЫЕ $\beta$ -РАСПАДЫ ЯДЕР

© 2020 г. Д. Е. Любашевский\*

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
“Воронежский государственный университет”, Воронеж, Россия

\*E-mail: lyubashevskiy@phys.vsu.ru

Поступила в редакцию 11.05.2020 г.

После доработки 02.06.2020 г.

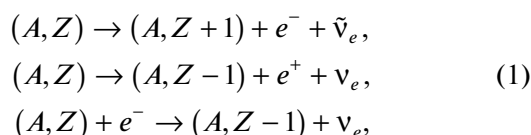
Принята к публикации 26.06.2020 г.

С использованием результатов, полученных при развитии теории двухпротонных распадов ядер, построена теория  $2\beta$ -распадов ядер, включающих  $2\beta^-$ ;  $2\beta^+$ ;  $\beta^+$ ,  $EC$  и  $EC, EC$ -распады. Установлено существование двух типов рассматриваемых распадов. Первый тип отвечает  $2\beta$ -распадам, которые реализуются через два последовательных реальных  $\beta$ -распада родительского и возникающего из него промежуточного ядра. Второй тип связан с виртуальным характером относящихся к нему  $2\beta$ -распадов, ширины которых описываются формулами, аналогичными формулам, полученным ранее во втором порядке теории возмущений по гамильтониану слабого взаимодействия. Продемонстрирована возможность успешного описания экспериментальных характеристик  $2\beta$ -распада ядер для широкого круга ядер.

DOI: 10.31857/S0367676520100166

### ВВЕДЕНИЕ

Теория  $\beta$ -распадов атомных ядер была построена в 1933 году Ферми [1] при введении им нового вида фундаментального взаимодействия – слабого взаимодействия, современное представление о структуре которого представлено, например, в работах [2, 3]. В настоящее время известны три вида  $\beta$ -распадов:  $\beta^-$ ,  $\beta^+$  и электронный захват  $EC$ , схемы которых имеют вид:



где  $(A, Z)$  и  $(A, Z \pm 1)$  – родительское и появляющиеся при  $\beta$ -распадах дочерние ядра,  $e^-$  ( $e^+$ ) – электрон (позитрон),  $\nu_e$  ( $\tilde{\nu}_e$ ) – нейтрино (антинейтрино). Закон сохранения энергии для  $\beta^-$ -распада представляется формулой:

$$Q_{\beta^-} = T_{\beta^-}, \quad (2)$$

где теплота  $Q_{\beta^-}$  рассматриваемого  $\beta^-$ -распада и суммарная кинетическая энергия  $T_{\beta^-}$  двух вылетающих легких частиц определяются формулами:

$$Q_{\beta^-} = E(A, Z) - E(A, Z + 1) + (m_n - m_p)c^2, \quad (3)$$

$$T_{\beta^-} = \sqrt{(m_e c^2)^2 + (p_e c)^2} + \sqrt{(m_{\tilde{\nu}} c^2)^2 + (p_{\tilde{\nu}} c)^2}, \quad (4)$$

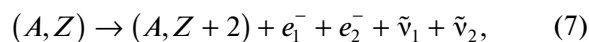
причем  $E(A, Z)$  и  $E(A, Z + 1)$  – внутренние энергии родительского  $(A, Z)$  и дочернего  $(A, Z + 1)$  ядер. Закон сохранения энергии для  $\beta^+$ -распада представляется формулой (2) при учете того, что  $T_{\beta^-} = T_{\beta^+}$ , а теплота  $Q_{\beta^+}$  имеет вид:

$$Q_{\beta^+} = E(A, Z) - E(A, Z - 1) - (m_n - m_p)c^2. \quad (5)$$

В случае же электронного захвата закон сохранения энергии также может быть представлен формулой (2), в которой энергия  $T_{\beta^-}$  заменяется на энергию  $T_{EC}$ , которая определяется формулой (4) при исключении из ее правой части энергии позитрона, а теплота  $Q_{\beta^-}$  определяется как:

$$Q_{EC} = Q_{\beta^+} + m_e c^2. \quad (6)$$

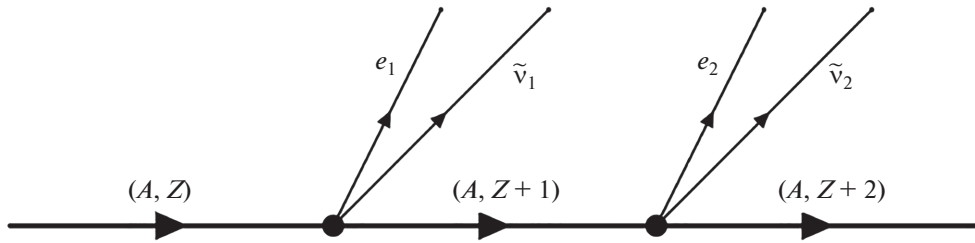
Уже в 1935 г. М. Гепперт-Майер в работе [4] впервые указала на возможность процесса двухнейтринного  $2\beta^-$ -распада, схема распада которого имеет вид:



а закон сохранения энергии представляется формулой:

$$Q_{2\beta^-} = T_{2\beta^-}. \quad (8)$$

В формуле (8)  $Q_{2\beta^-}$  – теплота рассматриваемого  $2\beta^-$ -распада и  $T_{2\beta^-}$  – суммарная кинетическая



**Рис. 1.** Диаграмма Фейнмана для амплитуды двухступенчатого  $2\beta^-$ -распада родительского ядра  $(A, Z)$  с вылетом двух электронов ( $e_1, e_2$ ) и двух антинейтрино ( $\tilde{\nu}_1, \tilde{\nu}_2$ ) и формированием конечного ядра  $(A, Z + 2)$  с появлением функции Грина промежуточного ядра (линия со стрелкой и с индексом  $(A, Z + 1)$ ).

энергия четырех вылетающих легких частиц, определяемая как:

$$Q_{2\beta^-} = E(A, Z) - E(A, Z + 2) + 2(m_n - m_p)c^2, \quad (9)$$

$$T_{2\beta^-} = T_1 + T_2, \quad (10)$$

причем энергии  $T_1$  и  $T_2$  для первой ( $e_1^-, \tilde{\nu}_1$ ) и второй ( $e_2^-, \tilde{\nu}_2$ ) пар легких частиц определяются формулами типа (4). Аналогичные схемы распада и формулы закона сохранения энергии можно построить и для двойных бета-распадов типа  $2\beta^+$ ;  $\beta^+, EC$ ;  $EC, EC$  при использовании формул (2)–(6).

Первое наблюдение двухнейтринного  $2\beta^-$ -распада ядра  $^{130}\text{Te}$  было проведено на основе геохимического эксперимента [5], а уже к 90-му году XX века наблюдались двухнейтринные  $2\beta^-$ -распады в прямых (счетчиковых) экспериментах. К настоящему времени экспериментальные и теоретические исследования двойных  $\beta$ -распадов ядер проведены для заметного круга ядер.

Теория  $2\beta$ -распада родительского ядра  $(A, Z)$  была развита в работе [6], при использовании теории квантовых переходов под влиянием возмущения, не зависящего от времени [7], и получена формула для вероятности  $\omega_{2\beta}$  указанного распада в единицу времени, при использовании формулы второго порядка теории возмущений по гамильтониану  $H'$  слабого взаимодействия:

$$\omega_{2\beta} = \frac{2\pi}{\hbar} \delta(E_A - E_F) \sum_F |H''_{AF}|^2, \quad (11)$$

где

$$H''_{AF} = \sum_C \frac{H'_{AC} H'_{CF}}{E_A - E_C}, \quad (12)$$

а матричные элементы  $H'_{AC}$  и  $H'_{CF}$  имеют вид:

$$H'_{AC} = \int \Psi_C^* \Phi_C^* H' \Psi_A \Phi_A d\tau. \quad (13)$$

В формуле (13)  $\Psi_A, \Psi_C$  и  $\Psi_F$  – волновые функции родительского ядра  $A$ , промежуточного ядра  $C$ , возникающего после  $\beta_1$ -распада родительского ядра и конечного ядра  $F$ , возникающего после  $\beta_2$ -распада промежуточного ядра  $C$ , а  $\Phi_A, \Phi_C$  и  $\Phi_F$  – волновые функции легких частиц, фигурирующих в процессе рассматриваемого  $2\beta$ -распада совместно с ядрами  $A, C, F$ . Следует подчеркнуть, что вероятность  $\omega_{2\beta}$  указанного распада в единицу времени связана с шириной этого распада соотношением:

$$\Gamma_{2\beta} = \hbar \omega_{2\beta}. \quad (14)$$

Полученные формулы (11)–(14) были использованы [2, 3] для расчетов ширин  $2\beta$ -распадов при выборе различных форм гамильтониана  $H'$  слабого взаимодействия.

Полученным выше формулам можно поставить в соответствие диаграмму Фейнмана (см. рис. 1), описывающую амплитуду ширины (14)  $2\beta$ -распада родительского ядра. Вершинные части диаграммы Фейнмана (см. рис. 1) связаны с амплитудами ширин  $\beta$ -распада родительского и промежуточного ядер, определяемых матричными элементами слабого взаимодействия типа  $H'_{AC}$  и  $H'_{CF}$ , а линия со стрелкой и верхним индексом  $(A, Z + 1)$  представляет функцию Грина  $G(A, Z + 1)$  промежуточного ядра  $(A, Z + 1)$ , пропорциональную величине  $(E_A - E_C)^{-1}$  формулы (12), которая в силу свойств членов второго порядка теории возмущений по потенциалу  $H'$  не имеет полюсного характера.

Целью настоящей работы является дальнейшее развитие теории двойных  $\beta$ -распадов ядер при использовании результатов, полученных при построении теории двухпротонных распадов ядер [8–10]. При этом особое внимание будет уделено выделению двух типов  $2\beta$ -распадов ядер: виртуальным распадам, реализующихся для большинства ядер, и  $2\beta$ -распадов обусловленных следующими друг за другом по времени реальными одинарными

$\beta$ -распадами родительского и возникающего при его  $\beta$ -распаде промежуточного ядер.

### 1. $2\beta$ -РАСПАДЫ ЯДЕР КАК ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ ДВУХСТУПЕНЧАТЫЕ ПРОЦЕССЫ

Если исключить из рассмотрения для двухнейтринных  $2\beta$ -распадов ядер, включающих  $2\beta^-$ ;  $2\beta^+$ ;  $\beta^+$ ,  $EC$  и  $EC, EC$  распады, как не реализуемый физически одновременный вылет из родительского ядра  $(A, Z)$  двух, трех или четырех легких частиц, то теорию указанных  $2\beta$ -распадов можно построить при использовании результатов развитой в работах [8–10] теории последовательных двухступенчатых  $2p$ -распадов ядер. Дальнейшее рассмотрение проведем на примере последовательного двухступенчатого  $2\beta^-$ -распада ядер, амплитуда ширины которого, как и в случае, соответствующем рассмотренному во введении представлению ширины  $2\beta^-$ -распада при использовании второго порядка теории возмущения по гамильтониану слабого взаимодействия [6], определяется диаграммой Фейнмана (см. рис. 1). На данной диаграмме черными кружочками представлены вершинные части, пропорциональные амплитудам ширин одинарных  $\beta^-$ -распадов родительского и дочернего ядер, которые рассчитываются через матричные элементы гамильтониана  $H'$  слабого взаимодействия, а линия со стрелкой и индексом  $(A, Z + 1)$  соответствует одночастичной функции Грина  $G(A, Z + 1)$  промежуточного ядра. Эту функцию в более общем случае, чем случай рассмотренный во введении, можно представить формулой:

$$G(A, Z + 1) = \sum_i \frac{|\Psi_i\rangle\langle\Psi_i|}{Q_{\beta_1^-} - T_1 + \frac{i}{2}\Gamma_{tot}^{(Z+1)_i}}, \quad (15)$$

где  $\Psi_i$  – волновая функция  $i$ -го состояния промежуточного ядра, которое для упрощения обозначается индексом  $(Z + 1)_i$ ,  $Q_{\beta_1^-}$  – теплота  $\beta_1^-$ -распада родительского ядра с образованием  $i$ -го состояния промежуточного ядра, определяемая формулой (3), в которой в качестве величины  $E(A, Z + 1)$  используется внутренняя энергия  $i$ -го состояния промежуточного ядра,  $(\Gamma_{tot}^{(Z+1)_i})$  – полная ширина распада указанного состояния  $i$ , а  $T_1$  – суммарная кинетическая энергия двух вылетающих при  $\beta_1^-$ -распаде родительского ядра легких частиц, определяемая формулой (4). При использовании амплитуды ширины  $2\beta^-$ -распада родительского ядра  $(A, Z)$ , представленной

диаграммой Фейнмана (см. рис. 1), указанную ширину  $\Gamma_{2\beta}^Z$  на основе методов, развитых в работах [8–10] для  $2p$ -распада ядер, можно представить как:

$$\Gamma_{2\beta}^Z = \frac{1}{2\pi} \sum_i \int_0^{Q_{2\beta}} dT \frac{\Gamma_{\beta_1^-(Z+1)_i}^Z(T_1) \Gamma_{\beta_2^-(Z+2)_i}^{(Z+1)_i}(Q_{2\beta^-} - T_1)}{(Q_{\beta_1^-} - T_1)^2 + \frac{1}{4}(\Gamma_{tot}^{(Z+1)_i})^2}, \quad (16)$$

где  $\Gamma_{\beta_1^-(Z+1)_i}^Z(T_1)$  и  $\Gamma_{\beta_2^-(Z+2)_i}^{(Z+1)_i}(Q_{2\beta^-} - T_1)$  – парциальные ширины  $\beta_1^-$  и  $\beta_2^-$ -распадов родительского и промежуточного ядер. Теперь, как и в случае теории  $2p$ -распадов [8–10], можно выделить два типа рассматриваемых последовательных двухступенчатых  $2\beta^-$ -распадов ядер: первого связанного с последовательными, реализующимися через два последовательных реальных  $\beta$ -распада родительского и возникающего из него промежуточного ядра и второй тип виртуальными распадами, получившее свое название по аналогии с  $2p$ -распадом, когда все  $i$ -е состояния промежуточного ядра функции Грина носят виртуальный характер, поскольку лежат вне массовой поверхности.

### 2. ВИРТУАЛЬНОСТЬ $2\beta$ -РАСПАДОВ ЯДЕР

Второй тип  $2\beta^-$ -распадов возникает в случае, когда теплота  $Q_{\beta_1^-}$  для  $\beta_1^-$ -распада родительского ядра имеет отрицательное значение  $Q_{\beta_1^-} < 0$ , что приводит к невозможности появления реального  $\beta_1^-$ -распада. В этом случае при теплоте  $Q_{\beta_2^-}$  для  $\beta_2^-$ -распада промежуточного ядра, удовлетворяющей условию  $Q_{\beta_2^-} > |Q_{\beta_1^-}|$ , теплота  $Q_{2\beta^-}$  для  $2\beta^-$ -распада, равная  $Q_{2\beta^-} = Q_{\beta_1^-} + Q_{\beta_2^-}$ , оказывается положительной  $Q_{2\beta^-} > 0$ , что обеспечивает возможность реального  $2\beta^-$ -распада родительского ядра.

Полученные выше энергетические условия виртуальности  $2\beta^-$ -распадов четно-четных родительских ядер реализуются [11, 12], как и для  $2p$ -распадов подобных ядер, из-за куперовского спаривания нуклонов. Действительно, в этом случае из-за отрицательности энергии спаривания двух валентных нейтронов в родительском ядре, образующих куперовскую пару, уменьшается теплота  $Q_{\beta_1^-}$ , связанная с первым  $\beta_1^-$ -распадом и образованием нечетного по нейтронам промежуточного ядра, по сравнению с теплотой  $Q_{\beta_2^-}$  второго  $\beta_2^-$ -распада нейтрона в промежуточном ядре, который не участвует в формировании куперовской пары. Исходя из этого варианта функция

**Таблица 1.** Четно-четные изотопы, для которых возможен  $2\beta^-$ -распад из их основных состояний

№	Распад ( $A, Z$ ) $\rightarrow$ $\rightarrow (A, Z + 2)$	$A$	$Z$	Теплота $2\beta^-$ - распада $Q_{2\beta^-}$ ( $A, Z$ ) $\rightarrow$ $\rightarrow (A, Z + 2)$ , кэВ	Эксп. период $2\beta^-$ -распада полураспада $T_{1/2}^{exp}$ , лет	Теор. период $2\beta^-$ -распада полураспада $T_{1/2}^{th}$ , лет	Теплота $\beta_1^-$ - перехода $Q_{\beta_1^-}$ ( $A, Z$ ) $\rightarrow (A, Z +$ $+ 1)$ , кэВ	Эксп. период $\beta_1^-$ -перехода полураспада $T_{1/2}^{exp}$ , лет
1	Ca $\rightarrow$ Ti	48	20	4271.7 $\pm$ 5.4	$1.9 \cdot 10^{19}$	$2.6 \cdot 10^{19}$	+281 $\pm$ 6	$1.9 \cdot 10^{19}$
2	Ge $\rightarrow$ Se	76	32	2045.7 $\pm$ 5	$1.6 \cdot 10^{21}$	$8.5 \cdot 10^{20}$	-922.9 $\pm$ 2.7	
3	Se $\rightarrow$ Kr	82	34	3005 $\pm$ 16	$9.2 \cdot 10^{19}$	$6.7 \cdot 10^{19}$	-88 $\pm$ 12	
4	Zr $\rightarrow$ Mo	96	40	3350.2 $\pm$ 6.1	$2.0 \cdot 10^{19}$	$1.3 \cdot 10^{20}$	+163.0 $\pm$ 5	$> 3.8 \cdot 10^{19}$
5	Mo $\rightarrow$ Ru	100	42	3032.6 $\pm$ 8.6	$7.3 \cdot 10^{18}$	$3.2 \cdot 10^{19}$	-170 $\pm$ 6	
6	Pd $\rightarrow$ Cd	110	46	2014 $\pm$ 24	$> 6 \cdot 10^{17}$	$6.3 \cdot 10^{20}$	-879 $\pm$ 20	
7	Cd $\rightarrow$ Sn	116	48	2808.5 $\pm$ 7.3	$3.3 \cdot 10^{19}$	$7.3 \cdot 10^{19}$	-464 $\pm$ 8	
8	Sn $\rightarrow$ Te	124	50	2278.3 $\pm$ 8.8	$> 1.2 \cdot 10^{21}$	$1.5 \cdot 10^{21}$	-627 $\pm$ 5	
9	Te $\rightarrow$ Xe	128	52	868.9 $\pm$ 5.5	$2.41 \cdot 10^{24}$	$1.6 \cdot 10^{24}$	-1258 $\pm$ 5	
10	Te $\rightarrow$ Xe	130	52	2533.1 $\pm$ 6.6	$6.9 \cdot 10^{20}$	$4 \cdot 10^{20}$	-451 $\pm$ 11	
11	Xe $\rightarrow$ Ba	136	54	2481 $\pm$ 15	$2.2 \cdot 10^{21}$	$4.5 \cdot 10^{20}$	-67 $\pm$ 11	
12	Nd $\rightarrow$ Sm	148	60	1928 $\pm$ 10	$> 3 \cdot 10^{18}$	$1 \cdot 10^{21}$	-536 $\pm$ 9	
13	Nd $\rightarrow$ Sm	150	60	3367 $\pm$ 11	$8.2 \cdot 10^{18}$	$5.8 \cdot 10^{18}$	-130 $\pm$ 80	
14	Sm $\rightarrow$ Gd	154	62	1250 $\pm$ 10	$> 2.3 \cdot 10^{18}$	$1.49 \cdot 10^{22}$	-728 $\pm$ 5	
15	Gd $\rightarrow$ Dy	160	64	1731 $\pm$ 11	$> 1.9 \cdot 10^{19}$	$7.2 \cdot 10^{20}$	-102.3 $\pm$ 1.4	
16	U $\rightarrow$ Pu	238	92	1146.2 $\pm$ 4.6	$2 \cdot 10^{21}$	$1.9 \cdot 10^{22}$	-145.6 $\pm$ 1.3	

Грина  $G(A, Z + 1)$  промежуточного ядра (15) не имеет полюсного характера, и тогда можно записать формулу для ширины виртуального (virtual) двойного  $\beta^-$ -распада ядра ( $A, Z$ ):

$$(\Gamma_{2\beta^-}^Z)^v = \sum_i \frac{1}{2\pi} \int_1^{Q_{2\beta^-}} \frac{\Gamma_{\beta_1^-(Z+1)}^Z (T_1) \Gamma_{\beta_2^-(Z+2)}^{(Z+1)} (Q_{2\beta^-} - T_1)}{(Q_{\beta_1^-} - T)^2} dT_1. \quad (17)$$

Существующие расчеты периодов полураспада  $T_{1/2}^{th}$  для  $2\beta^-$ -распадов ядер основаны на теоретических подходах [6], в которых используются формулы второго порядка теории возмущений по гамильтонианам слабого взаимодействия. Эти формулы оказываются близкими к формулам, используемым в настоящей работе для виртуального варианта теории описания  $2\beta^-$ -распадов ядер (17), но, к сожалению, не учитывают при расчете анализируемых ширин роль однонуклонных генеалогических коэффициентов сверхтекучей модели атомного ядра [13], учет которых может дать поправку примерно на порядок.

В табл. 1–3, взятых из работ [2, 3, 14–18], представлены экспериментальные данные и результа-

ты расчетов для  $2\beta^-$ ;  $2\beta^+$ ;  $\beta^+$ ,  $EC$  и  $EC, EC$  распадов. Как видно из табл. 1, для всех представленных в ней четно-четных родительских ядер теплоты  $2\beta^-$ -распада  $Q_{2\beta^-}$ , как и следовало ожидать для возможности их наблюдения, имеют положительные значения, лежащие в интервале  $0.850 \leq Q_{2\beta^-} \leq 4.280$  (МэВ). При этом теплоты  $\beta_1^-$ -распадов  $Q_{\beta_1^-}$  большинства представленных в табл. 1 родительских ядер ( $A, Z$ ) лежат в интервале  $-1.265 \leq Q_{\beta_1^-} \leq -0.055$  (МэВ) и оказываются отрицательными, что соответствует закрытым каналам  $\beta_1^-$ -распадов указанных ядер. Как видно из табл. 1, большинство ядер имеют значения экспериментальных  $T_{1/2}^{exp}$  и теоретических  $T_{1/2}^{th}$  периодов полураспада, достаточно хорошо согласующиеся между собой, за исключением ядер  $^{110}\text{Pd}$ ,  $^{148}\text{Nd}$  и  $^{154}\text{Sm}$ , в которых наблюдаемые расхождения составляют несколько порядков, что связано, по-видимому, с существенными неточностями в определении экспериментальных значений  $T_{1/2}^{exp}$  в этих ядрах.

Как видно из табл. 2, для всех представленных в ней четно-четных родительских ядер теплоты их

**Таблица 2.** Четно-четные изотопы, для которых возможен  $2\beta^+$ -распад

№	Распад ( $A, Z$ ) $\rightarrow$ $\rightarrow (A, Z + 2)$	$A$	$Z$	Теплота $2\beta^+$ -распада $Q_{2\beta^+}$ ( $A, Z$ ) $\rightarrow (A, Z - 2)$ , кэВ	Эксп. период $2\beta^+$ -распада полу- распада $T_{1/2}^{exp}$ , лет	Теор. период $2\beta^+$ -распада полу- распада $T_{1/2}^{th}$ , лет	Теплота $\beta_1^+$ -перехода $Q_{\beta_1^+}$ ( $A, Z$ ) $\rightarrow (A, Z - 1)$ , кэВ
1	Ru $\rightarrow$ Mo	96	44	$2719.9 \pm 11.4$	$>3.1 \cdot 10^{16}$	$5.8 \cdot 10^{26}$	$-254 \pm 10$
2	Pd $\rightarrow$ Ru	102	46	$1175.5 \pm 11.9$	—	$2.5 \cdot 10^{32}$	$-1148 \pm 6$
3	Cd $\rightarrow$ Pd	106	48	$2782 \pm 11$	$>2.4 \cdot 10^{20}$	$3.4 \cdot 10^{27}$	$-202 \pm 9$
4	Xe $\rightarrow$ Te	124	54	$3068.3 \pm 143.8$	$1.6 \cdot 10^{14}$	$1.4 \cdot 10^{27}$	$-90 \pm 140$
5	Ba $\rightarrow$ Xe	130	56	$2578.1 \pm 13.6$	—	$1.7 \cdot 10^{29}$	$-440.9 \pm 3.9$
6	Ba $\rightarrow$ Xe	132	56	$833 \pm 15$	$3.0 \cdot 10^{21}$	—	$-1279 \pm 24$
7	Os $\rightarrow$ W	184	76	$1454 \pm 14$	$5.6 \cdot 10^{13}$	—	$-42 \pm 6$

**Таблица 3.** Время жизни двухнейтринных  $\beta^+$ ,  $EC$  и  $EC, EC$  распадов

Изотоп	$T_{1/2}^{exp}(\beta^+, EC)$ , лет	$T_{1/2}^{th}(\beta^+, EC)$ , лет	$T_{1/2}^{exp}(EC, EC)$ , лет	$T_{1/2}^{th}(EC, EC)$ , лет
$^{58}\text{Ni}$	$>6.2 \cdot 10^{19}$	$5.5 \cdot 10^{25}$	$>4 \cdot 10^{19}$	$3.9 \cdot 10^{24}$
$^{78}\text{Kr}$	—	$5.3 \cdot 10^{22}$	$>2.3 \cdot 10^{20}$	$3.7 \cdot 10^{22}$
$^{96}\text{Ru}$	$>6.7 \cdot 10^{16}$	$1.2 \cdot 10^{22}$	—	$2.1 \cdot 10^{21}$
$^{106}\text{Cd}$	$>1.2 \cdot 10^{18}$	$9.4 \cdot 10^{22}$	$>1.0 \cdot 10^{18}$	$1.2 \cdot 10^{22}$
$^{124}\text{Xe}$	$>4.8 \cdot 10^{16}$	$3.0 \cdot 10^{22}$	$>1.1 \cdot 10^{17}$	$2.9 \cdot 10^{21}$
$^{130}\text{Ba}$	—	$1.0 \cdot 10^{23}$	$2.2 \cdot 10^{21}$	$4.2 \cdot 10^{21}$
$^{136}\text{Ce}$	—	$9.2 \cdot 10^{23}$	—	$1.7 \cdot 10^{22}$

$2\beta^+$ -распада  $Q_{2\beta^+}$  имеют положительные значения, лежащие в интервале  $0.820 \leq Q_{2\beta^+} \leq 3.200$  (МэВ), что делает открытыми указанные распады, а теплоты  $Q_{\beta_1^+}$  для  $\beta_1^+$ -распадов указанных ядер оказываются отрицательными и лежащими в интервале  $-1.300 \leq Q_{\beta_1^+} \leq -0.036$  (МэВ), что соответствует закрытым каналам  $\beta_1^+$ -распадов указанных ядер. К сожалению, представленные в табл. 2 экспериментальные периоды полураспада  $T_{1/2}^{exp}$ , представленные их нижними границами, расходятся более, чем на 7 порядка с соответствующими теоретическими периодами полураспада  $T_{1/2}^{th}$ , что приводит к необходимости проведения более точных экспериментов по всем рассмотренным ядрам.

Наконец, как видно из табл. 3, где представлены теоретические и экспериментальные периоды полураспада для  $\beta^+$ ,  $EC$  и  $EC, EC$  распадов, для большинства родительских ядер имеются серьезные расхождения между указанными величинами и лишь для единственного ядра  $^{130}\text{Ba}$ ,

при  $EC, EC$  распаде наблюдается хорошее согласие между ними.

В заключение следует отметить, что многочисленные попытки наблюдения безнейтринных  $2\beta$ -распадов различных ядер со схемами распадов, отличающимися от схем двухнейтринных  $2\beta$ -распадов, представленных формулами типа (7), отсутствием нейтрино и антинейтрино, не привели к убедительным результатам. Поскольку наблюдение безнейтринных  $2\beta$ -распадов ядер может дать важную информацию о качественных свойствах нейтрино, подобные эксперименты продолжают различными группами физиков до сих пор.

### 3. $2\beta$ -РАСПАДЫ ЯДЕР КАК ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ РЕАЛЬНЫЕ $\beta$ -РАСПАДЫ РОДИТЕЛЬСКОГО И ПРОМЕЖУТОЧНОГО ЯДРА

Если рассмотреть случай, когда обе теплоты  $Q_{\beta_1^-}$  и  $Q_{\beta_2^-}$  положительны, то полную ширину  $2\beta^-$ -распада родительского ядра можно записать в ви-

**Таблица 4.** Теоретические ширины для двух родительских ядер испытывающих два последовательных реальных  $\beta^-$ -распада

Распад ( $A, Z$ ) $\rightarrow$ ( $A, Z+2$ )	$A$	$Z$	Эксп. ширина $\beta_1^-$ -распада $\Gamma_{\beta_1^-}^{exp}$ , МэВ	Эксп. ширина $\beta_2^-$ -распада $\Gamma_{\beta_2^-}^{exp}$ , МэВ	Эксп. ширина $2\beta^-$ -распада $\Gamma_{2\beta^-}^{exp}$ , МэВ	Полная эксп. ширина $2\beta^-$ - распада $\Gamma_{2\beta^-}^{tot}$ , МэВ	Теор. ширина $2\beta^-$ -распада $\Gamma_{2\beta^-}^{tot}$ , МэВ
Ca $\rightarrow$ Ti	48	20	$4.8 \cdot 10^{-48}$	$1.8 \cdot 10^{-26}$	$4.8 \cdot 10^{-48}$	$1.8 \cdot 10^{-26}$	$4.8 \cdot 10^{-48}$
Zr $\rightarrow$ Mo	96	40	$<4.55 \cdot 10^{-48}$	$3.4 \cdot 10^{-26}$	$4.55 \cdot 10^{-48}$	$3.4 \cdot 10^{-26}$	$2.4 \cdot 10^{-48}$

де суммы ширин последовательного и виртуального  $2\beta^-$ -распада:

$$\Gamma_{2\beta^-}^Z = (\Gamma_{2\beta^-}^Z)^0 + (\Gamma_{2\beta^-}^Z)^v. \quad (18)$$

Первый тип реализуется в случае двух последовательных реальных  $\beta^-$ -распадов родительского и промежуточного ядер с положительными теплотами распадов  $Q_{\beta_1^-} > 0$  и  $Q_{\beta_2^-} > 0$ . Тогда в подынтегральном выражении формулы (16) возникает полюс в комплексной плоскости при  $T_1 = Q_{\beta_i} + \frac{1}{2}(\Gamma_{tot}^{(Z+1)_i})$ , так что интегрирование по  $dT_1$  с учетом теоремы Коши приводит к формуле:

$$(\Gamma_{2\beta^-}^Z)^0 = \sum_i \frac{\Gamma_{\beta_1^-(Z+1)_i}^Z(T_1) \Gamma_{\beta_2^-(Z+2)_i}^{(Z+1)_i}(Q_{2\beta^-} - T_1)}{\Gamma_{tot}^{(Z+1)_i}}, \quad (19)$$

определяющую ширину  $(\Gamma_{2\beta^-}^Z)^0$  для  $2\beta^-$ -распада родительского ядра, осуществляемого через два последовательных реальных  $\beta^-$ -распадов. Если провести анализ формулы (19), то можно увидеть, что если после первого  $\beta_1^-$ -распада из возможных каналов распада промежуточного ядра реализуется только  $\beta^-$ -распад, то ширина второго  $\beta_2^-$ -распада равна полной ширине распада промежуточного ядра  $\Gamma_{\beta_2^-(Z+2)_i}^{(Z+1)_i}(Q_{2\beta^-} - T_1) = \Gamma_{tot}^{(Z+1)_i}$ . Исходя из этого, формула (18) принимает вид:

$$(\Gamma_{2\beta^-}^Z)^0 = \sum_i \Gamma_{\beta_1^-(Z+1)_i}^Z(T_1). \quad (20)$$

Лишь только для двух родительских ядер  $^{48}\text{Ca}_{20}$  и  $^{96}\text{Zr}_{40}$ , представленных в табл. 1, энергии  $Q_{\beta_1^-}$  оказываются положительными, что делает открытыми не только канал  $2\beta^-$ -распада, но и канал  $\beta^-$ -распада указанных ядер. Из формулы (20) следует, что в случае, когда у нас  $Q_{\beta_1^-} > 0$ ,  $Q_{\beta_2^-} > 0$ , то есть возможность протекания двух следующих

друг за другом по времени реальных бета-распадов, а ширина  $2\beta^-$ -распада определяется шириной первого  $\beta^-$ -распада. Это означает, что данный вариант последовательного двухступенчатого  $2\beta^-$ -распада не мог быть учтен в более ранних теоретических работах [2, 3, 6], основанных на втором порядке теории возмущения по гамильтониану слабого взаимодействия. В то же время для двух родительских ядер  $^{48}\text{Ca}$  и  $^{96}\text{Zr}$  экспериментально зафиксирован такой распад с участием реальных  $\beta_1^-$ - и  $\beta_2^-$ -распадов родительского и промежуточного ядер с вероятностью  $10^{-2}$  от вероятности виртуального  $2\beta^-$ -распада указанных ядер. Для этих ядер в табл. 4 представлены теоретические и экспериментальные ширины  $\beta^-$ -распадов, из которых видно хорошее согласие между  $\Gamma_{2\beta^-}^{exp}$  и  $\Gamma_{2\beta^-}^{th}$ , рассчитанных в рамках данного типа теории последовательного  $2\beta^-$ -распада.

Представляется интересным провести анализ случая, когда теплота первого  $\beta^-$ -распада положительна  $Q_{\beta_1^-} > 0$ , но мала по своему абсолютному значению, тогда возникает случай, когда полная ширина  $2\beta^-$ -распада определяется суммой виртуального и последовательного типов, причем вклады от двух типов могут быть соизмеримы, что легко видно из формулы для полной ширины (18).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено дальнейшее развитие теории  $2\beta^-$ -распадов ядер при использовании результатов, полученных при построении теории двухпротонных распадов ядер [8–10]. Установлено существование двух типов рассматриваемых распадов. Первый тип отвечает  $2\beta^-$ -распадам, которые реализуются через два последовательных реальных  $\beta^-$ -распада родительского и возникающего из

него промежуточного ядра. Второй тип связан с виртуальным характером относящихся к нему  $2\beta$ -распадов, ширины которых описываются формулами, аналогичными формулам, полученным ранее во втором порядке теории возмущений по гамильтониану слабого взаимодействия. Продemonстрирована возможность успешного описания экспериментальных характеристик  $2\beta$ -распада ядер для большинства родительских ядер в рамках виртуального типа, а также двух родительских ядер  $^{48}\text{Ca}$  и  $^{96}\text{Zr}$ , распад которых экспериментально зафиксирован и протекает с участием реальных  $\beta_1^-$  - и  $\beta_2^-$  -распадов родительского и промежуточного ядер, а ширины указанных распадов с хорошей степенью точности определяются последовательным типом.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fermi E.Z.* // Phys. 1934. V. 88. P. 161.
2. *Suhonen J., Civitarese O.* // Phys. Rep. 1998. V. 300. P. 123.
3. *Tretyak V.I.* Double beta decay: history and current status. V. 58. Kiyv: Institute for Nuclear Research, 2014.
4. *Goepfert-Mayer M.* // Phys. Rev. 1935. V. 48. P. 512.
5. *Inghram M.G., Reynolds J.H.* // Phys. Rev. 1950. V. 78. P. 822.
6. *Слив Л.А.* // ЖЭТФ. 1950. Т. 20. С. 1035.
7. *Ландау Л.Д., Лифшиц Б.Н.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1974. 752 с.
8. *Кадменский С.Г., Иванков Ю.В.* // ЯФ. 2014. Т. 77. С. 1075.
9. *Кадменский С.Г., Иванков Ю.В.* // ЯФ. 2014. Т. 77. С. 1605.
10. *Кадменский С.Г., Иванков Ю.В., Любашевский Д.Е.* // ЯФ. 2017. Т. 80. С. 464.
11. *Гольданский В.И.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 497.
12. *Гольданский В.И.* // УФН. 1965. Т. 87. С. 255.
13. *Соловьев В.Г.*, Теория атомного ядра: Ядерные модели. М.: Энергоатомиздат, 1981.
14. *Ишханов Б.С.* Радиоактивность. М.: Университетская книга, 2011.
15. <https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>.
16. [https://www.nndc.bnl.gov/nudat2/indx\\_sigma.jsp](https://www.nndc.bnl.gov/nudat2/indx_sigma.jsp).
17. <http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/nucSearch.asp>.
18. <http://cdf.e.sinp.msu.ru/services/gsp.ru.html>.