ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2020, том 84, № 10, с. 1422–1426

УДК 530.145.63

ПОРОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОСЛАБОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АНАЛОГАМИ ГАММА-МАТРИЦ ДИРАКА, ПОСТРОЕННЫМИ ИЗ ОПЕРАТОРОВ РОЖДЕНИЯ И УНИЧТОЖЕНИЯ СПИНОРОВ

© 2020 г. В. В. Монахов*

Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
“Санкт-Петербургский государственный университет”, Санкт-Петербург, Россия
**E-mail: v.v.monahov@spbu.ru*

Поступила в редакцию 11.05.2020 г.
После доработки 02.06.2020 г.
Принята к публикации 26.06.2020 г.

Из операторов рождения и уничтожения спиноров построены аналоги матриц Дирака. Они порождают кирально-симметричный вариант полей электрослабого взаимодействия и другие поля. Показано, что оператор, считающийся в теории вторичного квантования оператором электрического заряда, является частью оператора гиперзаряда теории Пати—Салама.

DOI: 10.31857/S0367676520100178

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–5] автором разработана теория супералгебраических спиноров, которая является развитием теории алгебраических спиноров [6–8]. В ней гамма-операторы $\hat{\gamma}^{\mu}$, являющиеся аналогами матриц Дирака γ^{μ}, $\mu = 0,1,2,3,5$, $\gamma^4 = \sim\gamma^5$, строятся из грассмановых плотностей $\theta^{\alpha}(p)$ в импульсном пространстве и производных по ним $\frac{\partial}{\partial\theta^{\alpha}(p)}$, где p – импульс. При этом

$$\left\{\frac{\partial}{\partial\theta^{i}(p)},\theta^{j}(p')\right\} = \delta_i^j\delta(p - p'). \tag{1}$$

Инфинитезимальные преобразования $\theta^{a}(p)$ и $\frac{\partial}{\partial\theta^{a}(p)}$, $a = 1,2,3,4$, сохраняющие их алгебру (1), приводят к преобразованиям операторов поля Ψ

$$\Psi' = (1 + i\hat{\gamma}^{a}d\omega_a + \hat{\gamma}^{ab}\,d\omega_{ab}/4)\Psi, \tag{2}$$

где $d\omega_a$ и $d\omega_{ab} = -d\omega_{ba}$ – вещественные параметры преобразований. В результате возникают две дополнительные “матрицы” $\hat{\gamma}^6$ и $\hat{\gamma}^7$ [4, 5], которые не имеют аналогов в матричном формализме.

Операторы уничтожения $b_i(p)$ и рождения $b_i^{\#} = \overline{b_i}(p) = (\hat{\gamma}^0 b_a)^+$ спиноров получаются из $\frac{\partial}{\partial\theta^{i}(0)}$ и $\theta^{i}(0)$ преобразованием Лоренца $e^{\hat{\gamma}^{0k}\omega_k/2}$ [3–5]. Из них можно построить Лоренц-инвариантные аналоги матриц Дирака $\hat{\Gamma}^{a} = \int d^3p\hat{\Gamma}^{a}(p)$ [5]. Например, $\hat{\Gamma}^{0} = \int d^3p[b_1b_1^{\#} + b_2b_2^{\#} + b_3b_3^{\#} + b_4b_4^{\#},*]$. Также можно построить генераторы псевдоортогональных вращений $\hat{\Gamma}^{ab} = \frac{1}{2}(\hat{\Gamma}^{a}\hat{\Gamma}^{b} - \hat{\Gamma}^{b}\hat{\Gamma}^{a})$, например, $\hat{\Gamma}^{67} = -i\int d^3p[b_1b_1^{\#} + b_2b_2^{\#} - b_3b_3^{\#} - b_4b_4^{\#},*]$.

ДВА ВАРИАНТА ЭРМИТОВА СОПРЯЖЕНИЯ ГАММА-ОПЕРАТОРОВ

Для обобщенного дираковское сопряжения $\overline{b_i} = (\hat{\gamma}^0 b_i)^+$, введенного нами в работах [3–5], при повторном сопряжении у оператора меняется знак: $\overline{\overline{b}}_i = -b_i$. Удобно ввести еще один вариант сопряжения “#”, для которого сопряжение оператора уничтожения совпадает с дираковским $b_a^{\#} = \overline{b}_a$, а сопряжение оператора рождения отличается от дираковского сопряжения знаком: $(b_a^{\#})^{\#} = b_a$.

Поскольку $b_a(p)$ – это $\frac{\partial}{\partial\theta^{a}(0)}$ в повернутой преобразованием Лоренца системе отсчета, то сопряжение $b_a^{\#}$ – это эрмитово сопряжение “+” оператора $\frac{\partial}{\partial\theta^{a}(0)}$, но в этой повернутой системе отсчета. Поэтому сопряжение “#” также может рассматриваться как эрмитово. Рассмотрим дираковское сопряжение с помощью этих вариантов сопряжения. Пусть имеется разложение оператора поля по импульсам [3]

$$\begin{gathered}\Psi(x) = \int d^3p\Psi(p) = \\ = \int d^3p\sqrt{\frac{m}{2E}}(\lambda^\alpha b_\alpha e^{-ipx} + \lambda^\tau b_\tau^\# e^{ipx}),\end{gathered} \tag{3}$$

где $\alpha = 1, 2; \tau = 3\ ,4$, а λ^α и λ^τ постоянные числовые коэффициенты, m масса спинора, E – его энергия. Тогда, сопрягая (3), и с учетом того, что $b_\tau^\# = (\hat{\gamma}^0 b_\tau)^+$, $b_\tau^{\#+} = \hat{\gamma}^0 b_\tau$ и $b_\tau^{\#\#} = b_\tau$, получаем

$$\begin{gathered}\overline{\Psi}(x) = (\hat{\gamma}^0\Psi)^+ = \int d^3p\sqrt{\frac{m}{2E}}(\lambda^{\alpha *} b_\alpha^\# e^{ipx} - \lambda^{\tau *} b_\tau e^{-ipx}), \\ (\hat{\Gamma}^0\Psi)^\# = \int d^3p\sqrt{\frac{m}{2E}}(\lambda^{\alpha *} b_\alpha^\# e^{ipx} - \lambda^{\tau *} b_\tau e^{-ipx}).\end{gathered} \tag{4}$$

Из (4) следует, что имеется совпадение результатов двух вариантов дираковского сопряжения

$$\overline{\Psi}(x) = (\hat{\gamma}^0\Psi)^+ = (\hat{\Gamma}^0\Psi)^\#. \tag{5}$$

КОВАРИАНТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ

Вывод разложения (2) в [4] с учетом (5) можно воспроизвести, заменив $\frac{\partial}{\partial\theta^a(p)}$ и $\theta^a(p)$ на $b_a(p)$ и $b_a^\#(p)$ и эрмитово сопряжение "+" на "#". Такое разложение, аналогичное (2), будет иметь вид

$$\Psi' = \left(1 + i\hat{\Gamma}^a dw_a + \frac{1}{4}\hat{\Gamma}^{ab} dw_{ab}\right)\Psi, \tag{6}$$

где dw_a и $dw_{ab} = -dw_{ba}$ – инфинитезимальные вещественные параметры. Их величина для близких точек пространства пропорциональна расстоянию между точками $dw_a = F_a^\mu dx_\mu$, $dw_{ab} = F_{ab}^\mu dx_\mu$. Величины F_a^μ и F_{ab}^μ играют роль коэффициентов аффинной связности.

Обозначим $F_0^\mu = -p^\mu$. Тогда в разложении (6) вклад $d_0\Psi(p)$ от слагаемого с $a = 0$ описывается формулой

$$\begin{gathered}d_0\Psi(p) = -i\hat{\Gamma}^0 p^\mu dx_\mu \Psi(p) = \\ = -i\hat{\Gamma}^0 p_\mu dx^\mu \Psi(p) = i\hat{P}_\mu dx^\mu \Psi(p),\end{gathered} \tag{7}$$

где $\hat{P}_\mu$ – оператор импульса

$$\begin{gathered}\hat{P}_\mu = -\int d^3p p_\mu \hat{\Gamma}^0(p) = \\ = \int d^3p p_\mu [b_1^\# b_1 + b_2^\# b_2 + b_3^\# b_3 + b_4^\# b_4, *],\end{gathered} \tag{8}$$

отличающийся от обычной теории вторичного квантования [9] только наличием коммутатора (благодаря коммутаторам нет необходимости в нормализации операторов).

Интегрируя по всем возможным импульсам, получаем

$$d_0\Psi = i\hat{P}_\mu dx^\mu \Psi. \tag{9}$$

Таким образом, разложение (6) порождает обычное для метода вторичного квантования [9] соответствующее уравнению Гейзенберга выражение (9).

Обозначим теперь $\hat{Q} = -i\hat{\Gamma}^{67}$ и $F_{67}^\mu = gB^\mu$, где B^μ – векторное поле, а g – константа связи. Тогда в (6) от слагаемого с $a = 6$, $b = 7$ получаем вклад

$$d_{67}\Psi = \frac{1}{2}\hat{\Gamma}^{67} F_{67}^\mu dx_\mu \Psi = \frac{1}{2} ig' \hat{Q} B^\mu dx_\mu \Psi. \tag{10}$$

С учетом (10) уравнение (6) можно записать в виде $d\Psi = D^\mu \Psi dx_\mu$, при этом ковариантная производная D^μ задается выражением

$$D^\mu = -i\hat{P}^\mu + i\frac{g}{2}\hat{Q}B^\mu + i\hat{\Gamma}^a F_a^\mu + \frac{1}{4}\hat{\Gamma}^{bc} F_{bc}^\mu, \tag{11}$$

где $\alpha = 1, 2, 3, 4, 6, 7$; $b, c = 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7$, и $bc \neq 67,76$.

Первые два слагаемых соответствуют обычной теории Дирака в формализме вторичного квантования, и на первый взгляд выражение (10) соответствует вкладу электромагнитного потенциала B^μ, а $\hat{Q}$ является оператором электрического заряда. Однако операторы $\hat{\Gamma}^{23}, \hat{\Gamma}^{31}, \hat{\Gamma}^{12}$ не подходят на роль генераторов электрослабого взаимодействия $i\hat{\tau}_1, i\hat{\tau}_2, i\hat{\tau}_3$ с соответствующим полем W_k^μ [10], поскольку в области вблизи нулевого импульса $p = 0$ совпадают с генераторами спина. Эта проблема решается удвоением числа грассмановых плотностей $\theta^k(p)$ и $\frac{\partial}{\partial\theta^k(p)}$.

УДВОЕНИЕ ЧИСЛА КОМПОНЕНТОВ СПИНОРА

Рассмотрим построение гамма-матриц при удвоении числа компонентов спинора [11]. Пусть имеется $n = 2\nu$-мерное пространство клиффордовых векторов с базисными векторами γ_n^μ, представляемыми в виде квадратных матриц $2^\nu \times 2^\nu$, и спинор представляется столбцом из 2^ν элементов. Удвоение числа компонентов спинора означает, что пространство клиффордовых векторов становится $n = 2\nu + 2$-мерным. В нем удобно выбрать базис

$$\gamma^{\mu} = \begin{pmatrix} \gamma_n^{\mu} & 0 \\ 0 & -\gamma_n^{\mu} \end{pmatrix} = \gamma_n^{\mu}\Sigma_3, \ \gamma^{\mu+1} = i\begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} = i\Sigma_1,$$
$$\gamma^{\mu+2} = \begin{pmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{pmatrix} = -i\Sigma_2, \tag{12}$$

где I – единичная матрица $2^{\nu} \times 2^{\nu}$, а Σ_k – соответствующие блочные матрицы Паули. То есть в случае $n = 8$ получаем $\Sigma_1 = -i\gamma^8$, $\Sigma_2 = i\gamma^9$, $\Sigma_3 = -i\gamma^8\gamma^9$.

Будем представлять спинор Ψ как $\Psi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$, где u и d – спиноры $n = 2\nu$ – мерного пространства, состоящие из 2^{ν} элементов. Если ограничиться одним дублетом спиноров, слабые токи группы $U(1)$ электрослабой модели задаются формулами (13) [10]:

$$T_3 = \frac{1}{2}\int d^3x(u_L^{+}u_L - d_L^{+}d_L) =$$
$$= \frac{1}{2}\int d^3x\left((u_L,u_L) - (d_L,d_L)\right),$$
$$T_{+} = \frac{1}{2}\int d^3x u_L^{+}d_L = \frac{1}{2}\int d^3x(u_L,d_L), \tag{13}$$
$$T_{-} = (T_{+})^{+} = \frac{1}{2}\int d^3x d_L^{+}u_L = \frac{1}{2}\int d^3x(d_L,u_L),$$

где (φ,ψ) – скалярное произведение столбцов φ и ψ.

При переходе к супералгебраическому представлению, помимо комплекта $\frac{\partial}{\partial\theta^1(p)}$, $\frac{\partial}{\partial\theta^2(p)}$, $\theta^3(p)$, $\theta^4(p)$ для спинора u и комплекта $\theta^1(p)$, $\theta^2(p)$, $\frac{\partial}{\partial\theta^3(p)}$, $\frac{\partial}{\partial\theta^4(p)}$ для антиспинора $\bar{u}$ появляется второй комплект $\theta^{3'}(p)$, $\theta^{4'}(p)$, $\frac{\partial}{\partial\theta^{1'}(p)}$, $\frac{\partial}{\partial\theta^{2'}(p)}$ для спинора d и $\frac{\partial}{\partial\theta^{3'}(p)}$, $\frac{\partial}{\partial\theta^{4'}(p)}$, $\theta^{1'}(p)$, $\theta^{2'}(p)$ для антиспинора $\bar{d}$. Порядок положительно-частотных и отрицательно-частотных образующих для d по сравнению с u изменен, так как в соответствии с (12) собственные числа оператора $\hat{\gamma}^0$ у них имеют противоположный знак. Аналогично, помимо комплектов операторов рождения и уничтожения $b_1, b_2, b_3^{\#}, b_4^{\#}$ для спинора и $b_1^{\#}, b_2^{\#}, b_3, b_4$ для антиспинора появляется комплект операторов рождения и уничтожения $b_{3'}^{\#}, b_{4'}^{\#}, b_{1'}, b_{2'}$ для спинора и $b_{3'}, b_{4'}, b_{1'}^{\#}, b_{2'}^{\#}$ для антиспинора. В этом случае в полной аналогии с матричной теорией спиноров количество базисных клиффордовых векторов увеличивается на два, и, в соответствии с (12), появляются дополнительные операторы $\hat{\gamma}^8$ и $\hat{\gamma}^9$, а также, соответственно,

$$\hat{\Gamma}^8 = \int d^3pi[b_1b_{3'}, + b_{3'}^{\#}b_1^{\#} + b_{1'}b_3 + b_3^{\#}b_{1'}^{\#} +$$
$$+ b_2b_{4'} + b_{4'}^{\#}b_2^{\#} + b_{2'}b_4 + b_4^{\#}b_{2'}^{\#},*],$$
$$\hat{\Gamma}^9 = \int d^3p[-b_1b_{3'}, + b_{3'}^{\#}b_1^{\#} + b_{1'}b_3 - b_3^{\#}b_{1'}^{\#} - \tag{14}$$
$$- b_2b_{4'} + b_{4'}^{\#}b_2^{\#} + b_{2'}b_4 - b_4^{\#}b_{2'}^{\#},*].$$

Из (14) следует, что оператор $\hat{\Gamma}^{89}$ задается выражением

$$\hat{\Gamma}^{89} = i\int d^3p[(b_1b_1^{\#} + b_2b_2^{\#} - b_3b_3^{\#} - b_4b_4^{\#}) -$$
$$- (b_{1'}b_{1'}^{\#} + b_{2'}b_{2'}^{\#} - b_{3'}b_{3'}^{\#} - b_{4'}b_{4'}^{\#}),*], \tag{15}$$

и он диагонален. Можно задать аналог матрицы Паули

$$\hat{\tau}_3 = -i\hat{\Gamma}^{89}. \tag{16}$$

Операторы $\hat{\tau}_1$ и $\hat{\tau}_2$ должны коммутировать с оператором числа частиц $\hat{\Gamma}^0$ и операторами энергии-импульса $\hat{P}_{\mu}$. Такому условию удовлетворяют

$$\hat{\tau}_1 = \frac{i}{2}(\hat{\Gamma}^4\hat{\Gamma}^9 - \hat{\Gamma}^9\hat{\Gamma}^4) = i\hat{\Gamma}^{49} = -i\hat{\Gamma}^{94},$$
$$\hat{\tau}_2 = \frac{i}{2}(\hat{\Gamma}^4\hat{\Gamma}^8 - \hat{\Gamma}^8\hat{\Gamma}^4) = i\hat{\Gamma}^{48}. \tag{17}$$

Таким образом, имеются генераторы вращений $-\hat{\Gamma}^{49} = i\hat{\tau}_1$, $-\hat{\Gamma}^{48} = i\hat{\tau}_2$, $\hat{\Gamma}^{89} = i\hat{\tau}_3$ для внутренних степеней свободы, а коэффициенты F_{rs}^{μ} в обобщении (11) на случай восьми грассмановых плотностей при $r,s = 4,8;\ 9,4;\ 8,9$ связаны с соответствующими полями W_k^{μ} и константой связи g:

$$F_{48}^{\mu} = gW_1^{\mu}, \ \ F_{94}^{\mu} = gW_2^{\mu}, \ \ F_{89}^{\mu} = gW_3^{\mu}. \tag{18}$$

Тогда выражение (11) ковариантной производной, справедливое при наличии четырех грассмановых плотностей, необходимо заменить на

$$D^{\mu} = -i\hat{P}^{\mu} - i\frac{g}{2}\hat{Q}B^{\mu} + i\frac{g}{2}\hat{\tau}_kW_k^{\mu} +$$
$$+ (i\hat{\Gamma}^aF_a^{\mu} + \frac{1}{2}\hat{\Gamma}^{bc}F_{bc}^{\mu}), \tag{19}$$

где $k = 1,2,3$; $a = 1,\ldots,9$; $b,c = 0,\ldots,9$; $bc \neq 67,\ 76,\ 48,\ 84,\ 49,\ 94,\ 89,\ 98$.

Рассмотрим, какие токи и заряды порождают операторы в слагаемом $i\frac{g}{2}\hat{\tau}_k W_k^{\mu}$ в (19). В соответствии с формулами (12) и (16), (17)

$$\frac{1}{2}(\hat{\tau}_1 + i\hat{\tau}_2) = \begin{pmatrix} 0 & \hat{\Gamma}_6^{5'} \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\ \ \frac{1}{2}(\hat{\tau}_1 - i\hat{\tau}_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \hat{\Gamma}_6^{5} & 0 \end{pmatrix}, \tag{20}$$

где $\hat{\Gamma}_6^5$ – Лоренц-инвариантный оператор, соответствующий гамма-оператору $\hat{\gamma}^5$ для спинора u и антиспинора $\bar{u}$, а $\hat{\Gamma}_6^{5'}$ – Лоренц-инвариантный оператор, соответствующий гамма-оператору $\hat{\gamma}^{5'}$ для спинора d и антиспинора $\bar{d}$. Соответствующая алгебра Клиффорда шестимерна, так как помимо обычных четырехмерных гамма-операторов в ней присутствуют еще $\hat{\gamma}^6$ и $\hat{\gamma}^7$. В соответствии с (20)

$$\begin{gathered} \frac{1}{2}(\hat{\tau}_1 + i\hat{\tau}_2)\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\Gamma}_6^{5'} d \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \frac{1}{2}(\hat{\tau}_1 - i\hat{\tau}_2)\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\Gamma}_6^{5} u \end{pmatrix}. \end{gathered} \tag{21}$$

Оператор преобразования Лоренца коммутирует с $\hat{\gamma}_6^5$. Поэтому если $u(0) = u_L(0) = \frac{1-\hat{\gamma}_6^5}{2}u(0)$ для $p = 0$, то и после произвольного преобразования Лоренца $u(p) = u_L(p) = \frac{1-\hat{\gamma}_6^5}{2}u(p)$. Это означает, что $\frac{1-\hat{\Gamma}_6^5}{2}u_L = \frac{1-\hat{\gamma}_6^5}{2}u_L = u_L$ и $\frac{1+\hat{\Gamma}_6^5}{2}u_R = \frac{1+\hat{\gamma}_6^5}{2}u_R = u_R$. Для d_L и d_R все совершенно аналогично. Поэтому с учетом (16) и (21) получаем:

$$\begin{gathered} T_3 = \frac{1}{2}\int d^3x(\psi, \hat{\tau}_3\psi) = \\ = \frac{1}{2}\int d^3x(\psi_L + \psi_R, -i\hat{\Gamma}^{89}(\psi_L + \psi_R)) = \\ = \frac{1}{2}\int d^3x\left((u_L, u_L) - (d_L, d_L) + (u_R, u_R) - (d_R, d_R)\right) = \\ = T_{3,L} + T_{3,R}, \end{gathered} \tag{22}$$

$$\begin{gathered} T_+ = \frac{1}{2}\int d^3x(\psi_L + \psi_R, (\hat{\tau}_1 + i\hat{\tau}_2)(\psi_L + \psi_R)) = \\ = \frac{1}{2}\int d^3x((u_L, \hat{\Gamma}_6^{5'} d_L) + (u_R, \hat{\Gamma}_6^{5'} d_R)) = T_{+,L} + T_{+,R}, \end{gathered} \tag{23}$$

$$\begin{gathered} T_- = (T_+)^+ = \frac{1}{2}\int d^3x((d_L, \hat{\Gamma}_6^5 u_L) + (d_R, \hat{\Gamma}_6^5 u_R)) = \\ = \frac{1}{2}\int d^3x((\hat{\Gamma}_6^{5'} d_L, u_L) + (\hat{\Gamma}_6^{5'} d_R, u_R)) = T_{-,L} + T_{-,R}. \end{gathered} \tag{24}$$

Оператор $\hat{\Gamma}_6^{5'}$, действующий в формулах (23), (24) на d, меняет обратный порядок компонентов d на прямой, соответствующий обычному матричному представлению. Поэтому заряды и токи (22)–(24) для "левых" верхних и нижних спиноров в супералгебраическом представлении соответствуют зарядам и токам (13) электрослабого взаимодействия.

Введем оператор $\hat{Y} = -\hat{Q}$ и обозначим как $\hat{q} = \hat{T}_3 + \frac{\hat{Y}}{2}$. Будем называть $\hat{q}$ оператором электрического заряда. При этом $\hat{Y} = \hat{Y}_L + \hat{Y}_R$, $\hat{T}_3 = \hat{T}_{3,L} + \hat{T}_{3,R}$. У нас естественным образом возникает теория Пати–Салама [12, 13] с калибровочной группой преобразований $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)$, в которой $\hat{Y}_L = 2(\hat{q} - T_{3,L})$ является оператором электрослабого гиперзаряда.

Мы считаем константы связи для полей B^{μ} и W_k^{μ} в (19) одинаковыми. Тогда электрический заряд верхнего спинора $q_u = T_3 + \frac{Y}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$, а нижнего $q_d = T_3 + \frac{Y}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$, что соответствует электрическим зарядам нейтрино и электрона (и лептонов следующих поколений). Собственное число $Y_L = -1$ для "левых" спиноров и $Y_L = +1$ для соответствующих им антиспиноров. Для верхнего "правого" спинора $Y_L = 0$, для верхнего "нижнего" $Y_L = -2$.

Таким образом, в предложенной теории естественным образом возникают верхние и нижние спиноры, соответствующие лептонам, а также бозонные электрослабые поля B^{μ} и W_k^{μ} Стандартной модели в рамках теории Пати–Салама [12, 13], расширяющей Стандартную модель. Также имеются поля F_a^{μ} и F_{ab}^{μ}, присутствующие в (19) в выражениях в скобках, их физический смысл пока непонятен.

Оператор $-\hat{Q}$ в (19) играет роль гиперзаряда, хотя в методе вторичного квантования [9, 14, 15] его аналог (отличающийся только отсутствием коммутатора) традиционно трактовался как оператор электрического заряда. По отношению к нему спиноры и антиспиноры входят в единый дублет.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Аналоги матриц Дирака, построенные из операторов рождения и уничтожения спиноров, в случае восьми независимых грассмановых плотностей порождают операторы энергии-импульса, кирально-симметричный вариант полей электрослабого взаимодействия, соответствующий теории Пати–Салама [12, 13], а также поля, отсутствующие в этой теории. При этом оператор, считающийся в теории вторичного квантования оператором электрического заряда, является частью оператора гиперзаряда теории Пати—Салама. Дальнейшее удвоение числа грассмановых образующих приводит к возникновению еще более сложных моделей, с еще большим числом дополнительных полей. Можно надеяться, что соответствующие модели позволят полностью описать известные взаимодействия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Монахов В.В.* // ТМФ. 2016. Т. 186. С. 87; *Monakhov V.V.* // Theor. Math. Phys. 2016. V. 186. P. 70.
2. *Монахов В.В.* // Изв. РАН Сер. физ. 2016. Т. 80. С. 1073; *Monakhov V.V.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. P. 985.
3. *Monakhov V.V.* // J. Phys. Conf. Ser. 2018. V. 1051. Art. № 012023.
4. *Монахов В.В.* // ТМФ. 2019. Т. 200. С. 118; *Monakhov V.V.* // Theor. Math. Phys. 2019. V. 200. P. 1026.
5. *Monakhov V.V.* // Universe. 2019. V. 5. № 7. Art. № 162.
6. *Lounesto P.* Clifford algebras and spinors. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2001. 338 p.
7. *Figueiredo V.L., de Oliveira E.C., Rodrigues W.A.* // Int. J. Theor. Phys. 1990. V. 29. P. 371.
8. *Monakhov V.V.* // Phys. Part. Nucl. 2017. V. 48. P. 836.
9. *Бьеркен Д.Д., Дрелл С.Д.* Релятивистская квантовая теория. Т. 2. Релятивистские квантовые поля. М.: Наука, 1978. 300 с.
10. *Ченг Т.П., Ли Л.Ф.* Калибровочные теории элементарные частиц. М.: Мир, 1987. 624 с.
11. *Shirokov D.S.* // Proc. 19th Geom. Int. Quant. (Varna, 2018). P. 11.
12. *Pati J.C., Salam A.* // Phys. Rev. D. 1974. V. 10. P. 275.
13. *Pati J.C.* // Int. J. Mod. Phys. A. 2017. V. 32. P. 31.
14. *Пескин М.Е., Шрёдер Д.В.* Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: РХД, 2001. 783 с.
15. *Райдер Л.* Квантовая теория поля. М.: Мир, 1987.