УКД 537.226

РАСШИФРОВКА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ: КОУЛА–КОУЛА, ЭЛЕМЕНТ ПОСТОЯННОЙ ФАЗЫ, ЛОГНОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ[#]

© 2020 г. А. С. Богатин^{1,} *, А. Л. Буланова¹, Е. В. Андреев¹, С. А. Ковригина¹, И. О. Носачев¹

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Южный федеральный университет", Научно-исследовательский институт физики, Ростов-на-Дону, Россия

> **E-mail: asbbogatin@sfedu.ru* Поступила в редакцию 18.06.2020 г. После доработки 10.07.2020 г. Принята к публикации 27.07.2020 г.

Обсуждаются способы описания диэлектрических спектров с использованием распределения Коула-Коула, ячейки постоянной фазы, логнормального распределения. Во всех этих случаях центральные части частотных зависимостей действительных частей комплексной диэлектрической проницаемости хорошо описывают эксперимент. Значительные расхождения с экспериментом имеют место для высокочастотных частей частотных зависимостей действительных частей комплексной электропроводности при использовании распределения Коула-Коула. Логнормальное распределения позволяет связать ширину паспределения с физческим смыслом развивающихся процессов релаксационных поляризаций.

DOI: 10.31857/S036767652011006X

При исследовании симметрийных диэлектрических спектров чаще всего приходится сталкиваться со спектрами, которые могут описываться распределением Коула–Коула [1]. Формула для комплексной диэлектрической проницаемости в этом распределении релаксаторов была подобрана эмпирически:

$$\varepsilon' = \varepsilon_{\infty} + \frac{\Delta \varepsilon}{1 + (i\omega\tau)^{1-\alpha}},\tag{1}$$

здесь *i* — мнимая единица, $\Delta \varepsilon = \varepsilon_{st} - \varepsilon_{\infty}$ вклад релаксационного процесса в диэлектрическую проницаемость вещества, ε_{st} – статическая диэлектрическая проницаемость, \mathcal{E}_{∞} — высокочастотная диэлектрическая проницаемость, ω – круговая частота электрического поля, α – параметр распределения, т – время релаксации процесса. Подбирая $\Delta \varepsilon$, τ , α можно для широкого круга экспериментально наблюдаемых спектров получить хорошее соответствие между экспериментом и теоретическим описанием для частотной зависимости действительной части диэлектрической проницаемости є'. Как правило, для частотной зависимости мнимой части диэлектрической проницаемости такое соответствие наблюдается только в цетральной частотной части спектра. В высокочастотной части часотной зависимости действительной части комплексной электропроводности σ' при использовании распределения Коула–Коула наблюдается увеличение σ' при увеличении частоты ω (рис. 1). В экспериментальных спектрах такое увеличение не наблюдается, если в веществе отсутствует второй релаксационный про-



Рис. 1. Расчетные частотные зависимости $\varepsilon', \varepsilon'', \sigma', \sigma''$ при использовании распределения Коула–Коула и логнормального распределения релаксаторов. Распределение Коула–Коула ($\alpha = 0.34$) • - $\varepsilon'; \Box - \varepsilon''; × - \sigma'; \bullet - \sigma''$. Логнормальное распределение (b = 0.4) $\circ - \varepsilon'; \Box - \varepsilon''; \Rightarrow - \sigma'; \diamond - \sigma''$.

[#] Данная статья относится к тематическому выпуску "Упорядочение в минералах и сплавах" (см. № 9, том 84, 2020).



Рис. 2. Эквивалентная электрическая схема образца диэлектрика, описываемого с помощью ячейки постоянной фазы.

цесс. С физической точки зрения увеличение σ' так же не должно иметь место, поскольку физический смысл σ' — удельная электропроводность диэлектрических потерь [2]. За пределами частотной области релаксационного процесса удельная электропроводность диэлектрических потерь не должна зависеть от частоты.

Частотный рост б' при импедансном описании диэлектрических спектров, не опиывается описывать с использованием распределения Коула– Коула. Эквивалентная электрическая схема для этого случая имеет вид, изображенный на рис. 2. Это линейный резистор, включенный последовательно с ячейкой постоянной фазы [3]. Импеданс ячейки постоянной фазы (*CPE*) имеет вид:

$$Z_{CPE}^{*} = \frac{1}{A'(i\omega)^{n}},$$
(2)

где *А* – коэффициент пропорциональности; *n* – экспоненциальный показатель. Импеданс всей эквивалентной схемы описывается соотношением:

$$Z^*_{Total(CPE)} = R + \frac{1}{A(i\omega)^n}.$$
 (3)

Действительная и мнимая части комплексной электропроводности эквивалентной схемы описываются соотношениями:

$$\sigma'_{Total(CPE)} = \frac{A\omega^n \left(RA\omega^n + \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right)}{\left(RA\omega^n\right)^2 + 2RA\omega^n \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) + 1},$$
 (4)

$$\sigma'_{Total(CPE)} = \frac{A\omega^n \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\left(RA\omega^n\right)^2 + 2RA\omega^n \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) + 1}.$$
 (5)

Частотные зависимости этих величин приведены на рис. 3. В частотных зависимостях σ' выше области релаксации наблюдается плато.

Плотность вероятности времен релаксации при распределении Коула–Коула описывается соотношением [4]:

$$F(s)ds = \frac{1}{2\pi} \frac{\sin\alpha\pi}{ch(1-\alpha)s - \cos\alpha\pi} ds,$$
 (6)

где $s = \tau/\tau_0$. Этому выражению не удается приписать никакого физического смысла. В то же время можно предположить, что более общим по отношеσ', σ'', CM/M 10^{-3} 10^{-5} 10^{-7} $\frac{10^{-7}}{10^{-7}}$ $\frac{10^{-7}}{10^{-4}}$ 10^{-4} 10^{-7} $\frac{10^{-7}}{10^{-4}}$ 10^{-7} $\frac{10^{-7}}{10^{-4}}$ $\frac{10^{-7}}{10^{-4}}$ $\frac{10^{-7}}{10^{-4}}$ $\frac{10^{-7}}{10^{-4}}$ $\frac{10^{-7}}{10^{-4}}$ $\frac{10^{-7}}{10^{-4}}$

Рис. 3. Расчетные частотные зависимости действительной б' и мнимой б" частей комплексной электропроводности при использовании ячейки постоянной фазы. × – б'; • – б". N = 1; R = 100 Ом; $A = 10^{-1}$ (*1*, *1*'); 10^{-3} (*2*, *2*'); 10^{-4} (*3*, *3*').

нию к распределению Дебая должно быть, так называемое, логнормальное распределене релаксаторов. Вероятность распределения времен релаксации в этом случае следует записать в виде [4]:

$$F(s)ds = \frac{b}{\sqrt{\pi}}e^{-b^2s^2}ds,$$
(7)

где *b* – ширина распределения.

Перейти от функции вероятности распределения к частотной зависимости комплексной диэлектрической проницаемости можно следующим образом:

$$\frac{\varepsilon^* - \varepsilon_{\infty}}{\varepsilon_{st} - \varepsilon_{\infty}} = \int_{0}^{\infty} \frac{G(\tau) d\tau}{1 + j\omega\tau}.$$
(8)

Если подстановка (6) в (8) дает интеграл, приводящий к (1), то при подстановке (7) взять интеграл в конечном виде не удается. Нахождение $\epsilon^{*}(\omega)$ в этом случае возможно только путем численного интегрирования. Наиболее простой путь для логнормального распределения аппроксимация G(S) рядом Тейлора. В результате численного интегрирования удается рассчитывать частотные зависимости є', є", σ', σ" и сопоставлять их с экспериментальными зависимостями. Расчетные зависимости этих величин приведены на рис. 1. В центральных частотных частях зависимостей $\varepsilon'(\omega)$ и $\varepsilon''(\omega)$ наблюдается хорошее соответствие между результатами расчетов при использовании распределения Коула-Коула и логнормального распределения. В высокочастототной области зависимостей $\sigma'(\omega)$ для логнормального распределения наблюдается плато, как в экспериментальных спектрах, так и в расчетных спектрах, полученных методом импедансной спектроскопии с использованием ячейки постоянной фазы. Таким образом, логнормальное распределение адекватнее описывает экспериментальные диэлектрические спектры, чем распреде-

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 84 № 11 2020

ление Коула-Коула. Кроме того использование логнормального распределения позволяет при определении ширины распределения *b* более четким образом выявлять физический смысл рассматриевамого релаксационного процесса. Установление взаимосвязи между параметрами всех трех рассмотренных теоретических описаний экспериментальных диэлектрических спектров позволяет описать переход к сильным релаксационным процессам [5, 6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Cole R.H., Cole R.H. // J. Chem. Phys. 1941. V. 9. P. 341.
- 2. Сканави Г.И. Физика диэлектриков. М.–Л.: ГИТТЛ, 1949.

- 3. *Macdonald I.R.* Impedance spectroscopy. N.Y.: Wiley, 2005.
- 4. *Челидзе Т.Л., Деревянко А.И., Куркленко О.Д.* Электрическая спектроскопия гетерогенных систем. Киев: Наукова думка, 1977. 232 с.
- Богатин А.С., Андреев Е.В., Ковригина С.А., Богатина В.Н. // Изв. РАН. Сер. физ. 2014. Т. 78. № 4. С. 483; Bogatin A.S., Andreev E.V., Kovrigina S.A., Bogatina V.N. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2014. V. 78. № 4. Р. 317.
- Богатин А.С., Турик А.В., Ковригина С.А., Андреев Е.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2010. Т. 74. № 9. С. 1266; Bogatin A.S., Andreev E.V., Kovrigina S.A., Bogatina V.N. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2010. V. 74. № 9. Р. 1212.