

УДК 539.143.5:539.184.26

ЭФФЕКТ БОРА–ВАЙСКОПФА В АТОМНЫХ СПЕКТРАХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ ^{209}Bi

© 2020 г. Ф. Ф. Карпешин^{1, *}, М. Б. Тржасковская²

¹Федеральное государственное унитарное предприятие
“Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии имени Д.И. Менделеева”,
Санкт-Петербург, Россия

²Федеральное государственное бюджетное учреждение
“Петербургский институт ядерной физики
имени Б.П. Константинова” Национального исследовательского центра “Курчатовский институт”,
Гатчина, Россия

*E-mail: fkarpeshin@gmail.com

Поступила в редакцию 15.07.2020 г.

После доработки 10.08.2020 г.

Принята к публикации 26.08.2020 г.

Проводится сравнение различных методов элиминирования эффекта Бора–Вайскопфа в теории сверхтонкого расщепления (СТР): отношения и специфических разностей (СР) значений СТР на разных оболочках, которое выявляет ряд недостатков метода СР. Обсуждаются следствия полученных результатов в отношении дальнейшего уточнения магнитного момента ядра ^{209}Bi с тяжелыми ионами в накопительных кольцах ГСИ Дармштадт, ИСФ Ланьчжоу.

DOI: 10.31857/S0367676520120170

ВВЕДЕНИЕ

Сверхтонкое расщепление (СТР) вызвано взаимодействием электронов с магнитным моментом ядра. В первом приближении оно не зависит от деталей ядерной структуры, определяясь магнитным моментом и спином ядра, а также свойствами электронной оболочки. Это связано с малой вероятностью проникновения электронов в ядро. Учет эффекта Бора–Вайскопфа (БВ) [1]. Этот эффект отсутствует в гипотетическом случае точечного ядра, возникая вследствие конечного размера ядра и распределения токов намагниченности по его объему. Поэтому начиная с работы [1], эффект БВ используется для изучения структуры ядра, в частности, его среднеквадратичного радиуса (например, [2, 3]). Эффект БВ лежит в основе известного явления аномалий в оптических спектрах ядра. А в связи с развитием техники накопительных колец, в последние годы наблюдается рост интереса к изучению сверхтонкой структуры в водородоподобных, литийподобных (ниже H- и Li-подобных) и других малоэлектронных тяжелых ионах. Интерес вызывает возможность тестирования электронных волновых функций, а также квантовой электродинамики (КЭД) [4], поскольку эффекты высших порядков – поляризация вакуума, поправка на собственную энергию электрона –

вносят заметный вклад – на уровне процента, в величину сверхтонкого расщепления (СТР).

Однако еще больший вклад в СТР дает эффект БВ. В случае тяжелых ионов ^{209}Bi , вклад эффекта БВ в СТР составляет около 2% от полной величины расщепления. Дальнейшее его уточнение встречает трудности, поскольку он оказывается модельно-зависимым. Неслучайно первые попытки его вычисления привели к разногласию с экспериментом на уровне десятков процентов [4]. Поэтому в указанных приложениях, а также при изучении явления несохранения пространственной четности и других случаях он рассматривается как препятствие на пути теории. Отсюда понятны многочисленные попытки элиминировать эффект БВ. В значительной мере это удается сделать, если взять отношение СТР на разных оболочках [5]. Другой метод – специфических разностей (СР) – был предложен в работе [4] и применялся в последующих работах [6, 7] и других. Ниже мы анализируем и сравниваем оба метода, выявим их сходство и различие. Последнее оказывается не в пользу метода СР. Поэтому для формулировки предсказательных утверждений предпочтительней использовать метод отношений. Недостатки метода СР привели даже к тому, что возник термин “загадка сверхтонкого расщепления ^{209}Bi ”. С осторожностью надо относиться к

измерению магнитного момента ядра ^{209}Bi , сообщение о котором появилось в работе [8], поскольку это, в принципе, независимое измерение ассоциируется авторами с методом СР. В нашем исследовании мы опираемся на методы, разработанные в теории внутренней конверсии (ВК). Это преимущество дается использованием того факта, что СТР является частным случаем ВК [9–11]. При этом эффект БВ выступает как проявление аномальной ВК.

1. ФОРМУЛЫ

Базовой моделью для построения теории является модель без проникновения (БП), пренебрегающая эффектами проникновения электронов в ядро. Адекватный метод учета этих эффектов обеспечивают модели поверхностных ядерных токов (ПТ) [12] и объемных ядерных токов (ОТ) [13]. Отделяя эффекты проникновения, выражение для СТР можно записать в виде [10]:

$$W = Nw, \quad w = \int_0^{\infty} g(r)f(r)dr + t^v \equiv w^{(0)} + t^v, \quad (1)$$

$$N = -\frac{2(2I+1)}{I(j+1)} e\kappa\mu \frac{e\hbar}{2M_p c}.$$

Здесь $g(r)$, $f(r)$ – большая и малая компоненты радиальной волновой функции электрона, κ – его релятивистское квантовое число, j , I – электронные и ядерные спины соответственно, e – элементарный заряд, μ – магнитный момент ядра и $\frac{e\hbar}{2M_p c}$ – ядерный магнетон. $w^{(0)}$ дает значение

СТР в модели БП. Член t^v , который мы будем называть матричным элементом проникновения, содержит информацию о структуре ядра:

$$t^v = \int_0^{R_c} g(r)f(r)Y^v(r)r^2 dr, \quad (2)$$

где

$$Y^v(r) = \begin{cases} \frac{r}{R_c^3} - \frac{1}{r^2} & \text{если } v = \text{ПТ} \\ \frac{1}{R_c^3} \left(4r - 3\frac{r^2}{R_c} \right) - \frac{1}{r^2} & \text{если } v = \text{ОТ}. \end{cases} \quad (3)$$

В модели БП $Y^v(r) \equiv 0$. R_c – модельный радиус токов перехода в случае ВК, или токов намагничивания – в случае СТР. Пусть верхний индекс v указывает модель, а нижним индексом i мы будем далее помечать электронный уровень.

Таким образом, вся информация об эффекте БВ заключена в слагаемых t_i^v . Формулы (1) дают возможность определить эффект БВ для каждого

уровня через экспериментальное значение СТР W^{exp} (для простоты опускаем индекс уровня i):

$$W^{exp} = Nw^{(0)}(1 + \epsilon). \quad (5)$$

Тогда для эффекта БВ ϵ получим выражение [11]

$$\epsilon = \frac{W^{exp} - W_0}{W_0}, \quad (6)$$

где $W^{(0)} = Nw^{(0)}$ – значение СТР, даваемое моделью БП. Заменяя в (6) W^{exp} теоретическим значением, получим модельно-зависящую расчетную величину эффекта БВ в виде

$$\epsilon_i^v = t_i^v / w_i^{(0)}. \quad (7)$$

В работах [4, 6] было предложено избавиться от вклада эффекта БВ в линейной комбинации, называемой СР:

$$\Delta' E = W_{2s} - \zeta W_{1s}. \quad (8)$$

Действительно, расписав в (8) выражения для W_{1s} и W_{2s} с помощью (1), получим

$$\Delta' E / N = w_{2s}^{(0)} + t_{2s}^v - \zeta (w_{1s}^{(0)} + t_{1s}^v). \quad (9)$$

Уравнение (9) имеет решение

$$\zeta = t_{2s}^v / t_{1s}^v, \quad (10)$$

при котором модельно-зависимые слагаемые t_i^v взаимно сокращаются благодаря (10): $t_{2s}^v - \zeta t_{1s}^v \equiv 0$.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ

С учетом эффекта БВ, выражения для СТР в $1s$ и $2s$ электронных конфигурациях с помощью (1) можно записать в виде (5):

$$W_{1s} = Nw_{1s}^{(0)}(1 + \epsilon_{1s}), \quad W_{2s} = Nw_{2s}^{(0)}(1 + \epsilon_{2s}). \quad (11)$$

Их отношение с точностью до малых величин первого порядка равно

$$\frac{W_{2s}}{W_{1s}} = \frac{w_{2s}^{(0)}}{w_{1s}^{(0)}}(1 + \epsilon_{2s} - \epsilon_{1s}) \equiv h(1 + \epsilon_{2s} - \epsilon_{1s}). \quad (12)$$

Таким образом, в отношении СТР (12) де-факто происходит вычитание матричных элементов проникновения. Абсолютные ошибки их вычисления, вызванные неопределенностью ядерной модели, при этом складываются.

В работе [10] показано, что относительная неопределенность вычисления СТР, вносимая ядерной моделью, составляет 10^{-6} . Следовательно, неопределенность в значениях ϵ_{1s} и ϵ_{2s} , которые составляют $\sim 2\%$, будет уже $\sim 10^{-4}$. А принимая во внимание, что $\epsilon_{1s} \approx \epsilon_{2s}$, в их разности относительная

ошибка составит уже в общем случае $2 \cdot 10^{-4}$ от единицы.

Иное дело СР:

$$\begin{aligned} \Delta' E &= W_{2s} - \zeta W_{1s} = Nw_{2s}^{(0)}(1 + \epsilon_{2s}) - \\ &- \zeta Nw_{1s}^{(0)}(1 + \epsilon_{1s}) = Nw_{1s}^{(0)}[h - \zeta + (h\epsilon_{2s} - \zeta\epsilon_{1s})] \approx \\ &\approx Nw_{1s}^{(0)}[h - \zeta + h(\epsilon_{2s} - \epsilon_{1s})] = \\ &= Nw_{1s}^{(0)}h \left(\frac{h - \zeta}{h} + \epsilon_{2s} - \epsilon_{1s} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Теперь неопределенность модели (13), в отличие от отношения СТР (12), определяется неопределенностью той же разности $\epsilon_{2s} - \epsilon_{1s}$, но по отношению не к единице, а к гораздо меньшей величине $|(h - \zeta)/h|$. Для оценки последней можно использовать экспериментальные значения СТР [7], положив $h \approx W_{2s}/W_{1s} \approx 797/5085 = 0.16$. Используя расчетное значение $\zeta = 0.16886$ [6], можно заключить, что $|h - \zeta| \approx 0.01$, $|(h - \zeta)/h| \approx 0.06$, откуда следует, что относительная погрешность СР на два порядка больше, чем отношения. Если использовать значения $Nw_i^{(0)}$ из работы [6], названные там “дираковскими”, то получим $h = 0.16273$, $|(h - \zeta)/h| = 0.04$. Рассуждая как выше, получаем, что неопределенность модели в СР уже составит величину порядка 10^{-4} , что в точности соответствует расчетам [10]. Пятый знак в приведенном выше значении ζ является превышением точности.

3. ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЙ АСПЕКТ

СР не является наблюдаемой величиной. Классическими наблюдаемыми являются СТР W_{1s} и W_{2s} . Линейную комбинацию из них составить можно, но коэффициент ζ в ней задается теоретическим расчетом, исходя из условия сокращения вычисленного в определенной модели эффекта БВ. Естественно, что экспериментатор не может независимо определить, при каком значении ζ произойдет сокращение. Это приводит к тому, что согласование вычисленного значения СР с экспериментальным зависит от случайных обстоятельств, гранича с трюком: W_{1s} и W_{2s} могут значительно отличаться от экспериментальных значений, но в СР эти отличия взаимно сокращаются, что и приводит к видимости согласия. Рассмотрим ситуацию подробнее.

В идеальном случае, если теория и эксперимент дают истинное значение СТР обоих уровней, то и вычисленное значение СР совпадет с экспериментом. Однако можно назвать несколько мысленных примеров, когда сравнение по методу СР на практике может привести к несуразному результату. Например, пусть эксперименталь-

ное значение СТР 2s-уровня отличается от точного значения на величину p , а 1s-уровня – на $(1/\zeta)p$. Пусть величина p будет например, 16.686 мэВ (экспериментальная погрешность в работе [7] составляет 18 мэВ), так что отклонения эксперимента от точных значений составят 16.686 и 100 мэВ для 2s и 1s уровней, соответственно. Предположим, что теория дает точное значение обоих расщепленной. Тогда традиционная процедура сравнения теории с экспериментом констатировала бы данные расхождения. Тем не менее, применяя метод СР, получим $\Delta' E_{exp} \equiv \Delta' E_{th}$, т.е. как бы полное согласие теории и эксперимента.

С другой стороны, если отклонение теории от эксперимента будет разных знаков: p и $-(1/\zeta)p$, то расхождение экспериментальной и теоретической СР составит уже $\Delta' E_{exp} \equiv \Delta' E_{th} = 2p$, хотя с точки зрения физики и просто здравого смысла второе измерение несколько не хуже первого. Этот пример показывает, что СР как критерий истины подвержена игре случайных факторов, уступая в этом отношении простому сравнению теоретических и экспериментальных значений W_{2s} и W_{1s} каждого в отдельности, не говоря уже о тестировании КЭД.

Еще один аспект был указан в работе [10]. Он состоит в том, что СР чрезвычайно чувствительна к величине коэффициента ζ . Это проявляется в том, что заявленные в экспериментальных работах погрешности величины СР сильно занижены и находятся в противоречии с ошибкой коэффициента ζ , вычисленного в работе [6] с точностью до пяти знаков. Рассмотрим этот вопрос по порядку.

Принятое значение $\zeta = 0.16886$ [6] допускает коридор в пределах 0.168856–0.168864. При округлении до пяти знаков все три значения неразличимы. Указанный коридор предполагает возможную ошибку опубликованного значения ζ никак не меньше $\delta(\zeta) = 0.000008 = 8 \cdot 10^{-6}$. Согласно [7], положим $W_{1s} = 5\,085.03$ мэВ, $W_{2s} = 797.645$ мэВ. Последнее значение, впрочем, неважно для определения ошибки $\Delta' E$, связанной с неопределенностью величины ζ . Используя приведенные значения, с помощью формулы (7) получим минимальную наведенную ошибку $\delta(\Delta' E) = W_{1s}\delta(\zeta) = 0.041$ мэВ. Теперь сравним это значение с экспериментальной величиной СР, приведенной в той же работе [7]: $\Delta' E = -61.012(5)(21)$ мэВ. То есть указанная экспериментальная ошибка не превышает 0.026 мэВ. И она заведомо меньше минимальной, которая следует из цитированного в той же работе приведенного выше значения ζ . Мы видим, что при последовательном изложении экспериментальная ошибка $\delta(\Delta' E)$ должна была быть по крайней ме-

ре удвоена. В этом примере ярко проявляется именно гносеологический аспект несуразности введенной СР: экспериментатор рассчитывает свою ошибку, не принимая во внимание неопределенность используемого им значения ζ . А сам он просто не может измерить значение ζ и оценить его погрешность. Поэтому происходит смещение понятий, в результате которого ошибка $\delta(\zeta)$ просто выпадает при публикации экспериментальных данных. Несуразность введения СР в данном случае проявляется в том, что “выпавшая” ошибка значительно превышает приведенную в статье.

Еще к более разительному результату приводит сравнение с позднейшей работой [8], в которой приводится значение $\Delta'E = -61.043(5)(30)$ мэВ. При этом вторая ошибка связывается с неопределенностью экспериментальной величины магнитного момента, а собственно расчетная ошибка оценивается всего в 0.005 мэВ. Таким образом, она уже в восемь раз меньше той, которая следует из приведенного в той же работе и цитированного выше значения $\zeta = 0.16886$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Прежде всего, приведенные выше аргументы демонстрируют, что, как показано еще в работах [10, 11, 14], никакой ни проблемы, ни загадки нет. Подбирая параметры модели для описания имеющихся данных по СТР, можно определить ядерные моменты пространственного распределения токов намагниченности [11]. Одновременно можно проводить тестирование КЭД. Если теория верна, и данные тоже правильны, то все получится. Недоумение, высказанное авторами работы [7], вызвано опорой на метод СР и завышением его точности. Заметим, что именно такой исход был буквально предсказан в работе [11]. Для подгонки же экспериментальных данных сразу по нескольким уровням можно использовать модель аномальных моментов [11]. В работе [11] отмечено, что такой путь подходит даже для тестирования экспериментальных данных. В свою очередь, опора на метод СР ставит под сомнение результат

[8] относительно истинного значения магнитного момента ядра ^{209}Bi . Отметим важность на данном этапе измерения СТР $2p_{1/2}$ -уровня в бороподобных ионах ^{209}Bi . Это связано с тем, что разложение радиальных волновых функций в начале координат содержит знакопеременные ряды Тэйлора, так что в произведении компонент $g(r)f(r)$ в (2) каждое нечетное слагаемое в значительной степени компенсирует вклад предыдущего четного. Напомним, в настоящее время данные имеются только по двум электронным конфигурациям: $1s$ и $2s$. Описание третьей конфигурации послужит критическим тестом теории.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bohr A., Weisskopf V.F.* // Phys. Rev. 1950. V. 77. P. 94.
2. *Persson J.R.* // ADNDT. 2013. V. 99. P. 62.
3. *Barzakh A.E., Batist L.Kh., Fedorov D.V. et al.* // Phys. Rev. C. 2012. V. 86. Art. № 014311.
4. *Shabaev V.M., Artemyev A.N., Yerokhin V.A. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 3959.
5. *Ginges J.S.M., Flambaum V.V.* // Phys. Rep. 2004. V. 397. P. 63.
6. *Voloika A.V., Glazov D.A., Andreev O.V. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 108. Art. № 073001.
7. *Ullmann J., Anđelković Z., Brandau C. et al.* // Nat. Commun. 2017. V. 8. P. 15484.
8. *Skripnikov L.V., Schmidt S., Ullmann J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2018. V. 120. Art. № 093001.
9. *Карпешин Ф.Ф.* Мгновенное деление в мюонных атомах и резонансная конверсия. Санкт-Петербург: Наука, 2006. 331 с.
10. *Karpeshin F.F., Trzhaskovskaya M.B.* // Phys. Rev. C. 2019. V. 100. Art. № 024326.
11. *Karpeshin F.F., Trzhaskovskaya M.B.* // Nucl. Phys. A. 2015. V. 941. P. 66.
12. *Слив Л.А.* // ЖЭТФ. 1951. Т. 21. С. 770.
13. *Карпешин Ф.Ф., Банд И.М., Листенгартен М.А., Слив Л.А.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1976. Т. 40. С. 1164; *Karpeshin F.F., Band I.M., Listengarten M.A., Sliv L.A.* // Bull. Acad. Sci. USSR. Phys. Ser. 1976. V. 40. P. 58.
14. *Карпешин Ф.Ф., Тржасковская М.Б.* // ЯФ. 2018. Т. 81. С. 3; *Karpeshin F.F., Trzhaskovskaya M.B.* // J. At. Nucl. 2018. V. 81. P. 1.