

УДК 517.9

ПРИМЕНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРЕМЕЖАЮЩЕЙСЯ ОБОБЩЕННОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

© 2020 г. Е. В. Евстифеев¹, *, О. И. Москаленко¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”,
Саратов, Россия

*E-mail: evstifeev@mail.ru

Поступила в редакцию 26.08.2019 г.

После доработки 13.09.2019 г.

Принята к публикации 28.10.2019 г.

Рассмотрен метод определения характеристик перемежающейся обобщенной синхронизации с помощью непрерывного вейвлет-преобразования на примере двух однонаправленно связанных осцилляторов Ресслера. Результаты показали эффективность данного подхода по сравнению с методом вспомогательной системы, а также возможность его применения даже при наличии шумовых искажений во входных данных.

DOI: 10.31857/S0367676520020106

ВВЕДЕНИЕ

Хаотическая синхронизация является одним из фундаментальных явлений радиофизики [1]. Известно несколько типов хаотической синхронизации: фазовая синхронизация [2], синхронизация с запаздыванием [3], полная [4] и обобщенная синхронизация [5]. Большой интерес представляет обобщенная синхронизация, поскольку она широко распространена и может наблюдаться между системами с разной размерностью фазового пространства [6]. Обобщенная синхронизация успешно применяется для исследования взаимосвязей в биологических, физических и химических системах [7], скрытой передачи информации [8], создания нелинейных антенн терагерцевого диапазона [9] и т.д.

Режим обобщенной синхронизации означает установление после переходного процесса между взаимодействующими системами функционального соотношения, которое может быть как гладким, так и фрактальным [10]. В данной работе будет рассмотрен режим слабой обобщенной синхронизации, соответствующий фрактальной зависимости.

При однонаправленной связи двух потоковых хаотических динамических систем с ростом параметра связи наблюдается процесс установления режима обобщенной синхронизации, сопровождаемый перемежаемостью on-off типа [11]. В данном случае говорят о перемежающейся обобщенной синхронизации, при которой синхронные колебания (ламинарная фаза поведения систем) прерываются асинхронными всплесками (турбу-

лентной фазой). При превышении параметром связи определенного значения турбулентная фаза исчезает, а длительность ламинарной фазы стремится к бесконечности.

Тип перемежаемости можно определить при помощи анализа статистических характеристик, таких как распределение длительностей ламинарных фаз при фиксированных значениях управляющих параметров и зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности. Если воспользоваться методами выделения характерных ламинарных фаз и построить распределение их длительностей, то в случае перемежаемости on-off типа оно будет удовлетворять степенному закону с показателем степени -1.5 [11, 12]. Зависимость средней длительности ламинарной фазы, в свою очередь, будет удовлетворять степенному закону с показателем -1 .

МЕТОД ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Для определения характеристик перемежаемости чаще всего применяется метод вспомогательной системы [13]. Он заключается в том, что наряду с рассматриваемыми связанными осцилляторами вводят третью систему, которая обладает двумя свойствами. Во-первых, данная система описывается теми же уравнениями, что и ведомая система, а во-вторых, ее начальные условия отличаются от начальных условий ведомой системы, но находятся в том же бассейне притяжения. Далее, после переходного процесса, если наблюда-

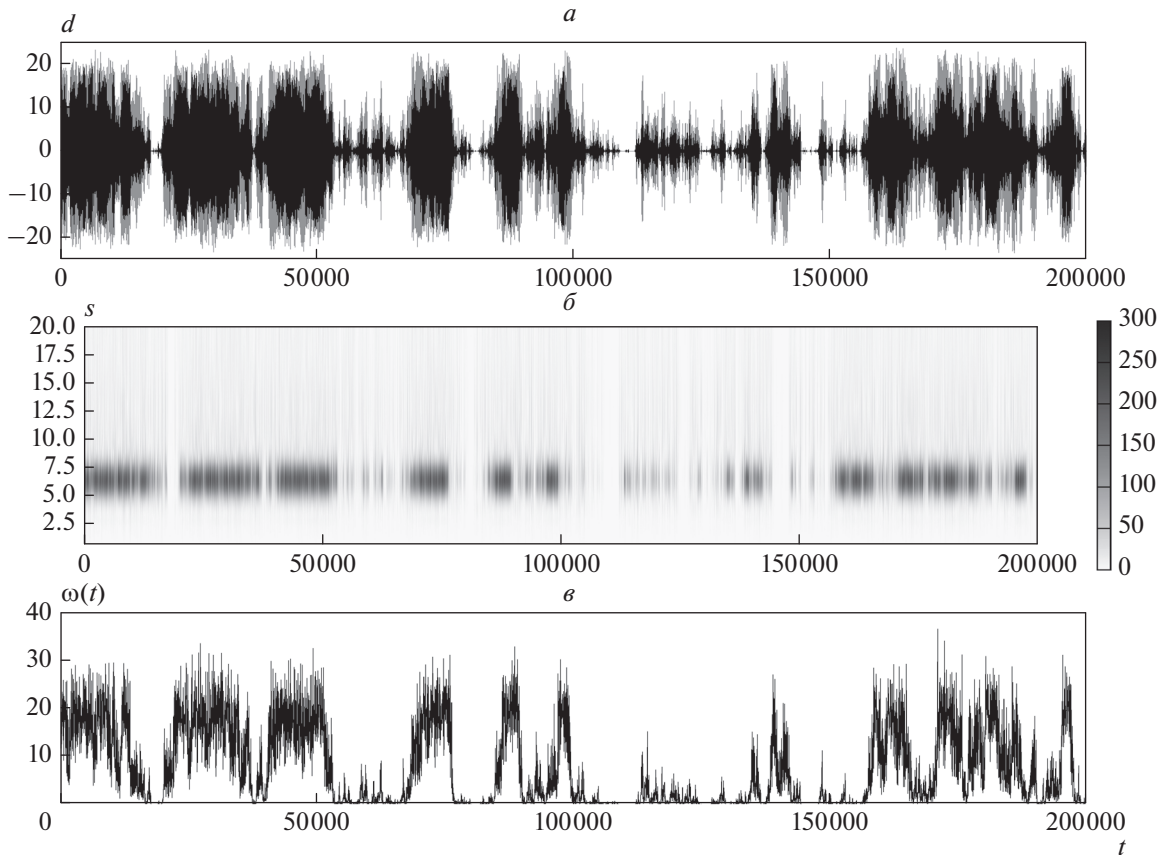


Рис. 1. *a* – Временная зависимость разности между состояниями вспомогательной и ведомой систем $d = x_{aux} - x_2$. *б* – Проекция вейвлет-поверхности $|W(s,t)|$ на плоскость (t,s) для зависимости $d(t)$. Градация цвета пропорциональна модулю вейвлет-поверхности. *в* – Энергия вейвлет-спектра $\omega(t)$, приходящаяся на диапазон характерных временных масштабов $s \in (5.0, 7.0)$. Параметр надкритичности $\epsilon_{крит} - \epsilon = 0.004$, $\epsilon_{крит} = 0.11$.

ется обобщенная синхронизация, то состояния ведомой и вспомогательной систем будут эквивалентны. Данный принцип лежит в основе построения системы связи со скрытой передачей информации [8].

В данной работе были получены характеристики перемежающейся обобщенной синхронизации, возникающей в системе двух однонаправленно связанных осцилляторов Ресслера [6, 11], описываемых следующей системой дифференциальных уравнений (1):

$$\begin{aligned} \dot{x}_d &= -\omega_d y_d - z_d, & \dot{x}_r &= -\omega_r y_r - z_r + \epsilon(x_d - x_r), \\ \dot{y}_{d,r} &= \omega_{d,r} x_{d,r} + a y_{d,r}, & \dot{z}_{d,r} &= b + z_{d,r}(x_{d,r} - c), \end{aligned} \quad (1)$$

где $a = 0.15$, $b = 0.2$, $c = 10$, $\omega_1 = 0.99$, $\omega_2 = 0.95$, ϵ – параметр связи, индекс d соответствует ведущей системе, а индекс r – ведомой. При таких управляющих параметрах полная обобщенная синхронизация устанавливается при значении параметра связи $\epsilon \approx 0.11$.

В качестве анализируемых данных выступала разность между первыми компонентами векторов-состояний ведомой и вспомогательной систем $d = x_{aux} - x_2$. Ламинарные фазы поведения определялись условием: $d^2 < 0.00001$. На рис. 1а представлена зависимость $d(t)$, где t – безразмерное время.

Из рисунка видно, что флуктуации достаточно велики и для корректного определения характеристик перемежаемости требуется пренебрегать фазами с ультракороткими длительностями (порядка среднего периода колебаний системы). Также на рисунке изображена идеальная зависимость, не искаженная шумами и полученная методом Рунге–Кутты с большой точностью (шаг 0.001).

К плюсам данного метода относится его простота. Однако в рамках данного подхода невозможно выделить ламинарные фазы, если присутствует фоновый шум во временной реализации. Для разрешения возникающих проблем требовалось использовать другой метод.

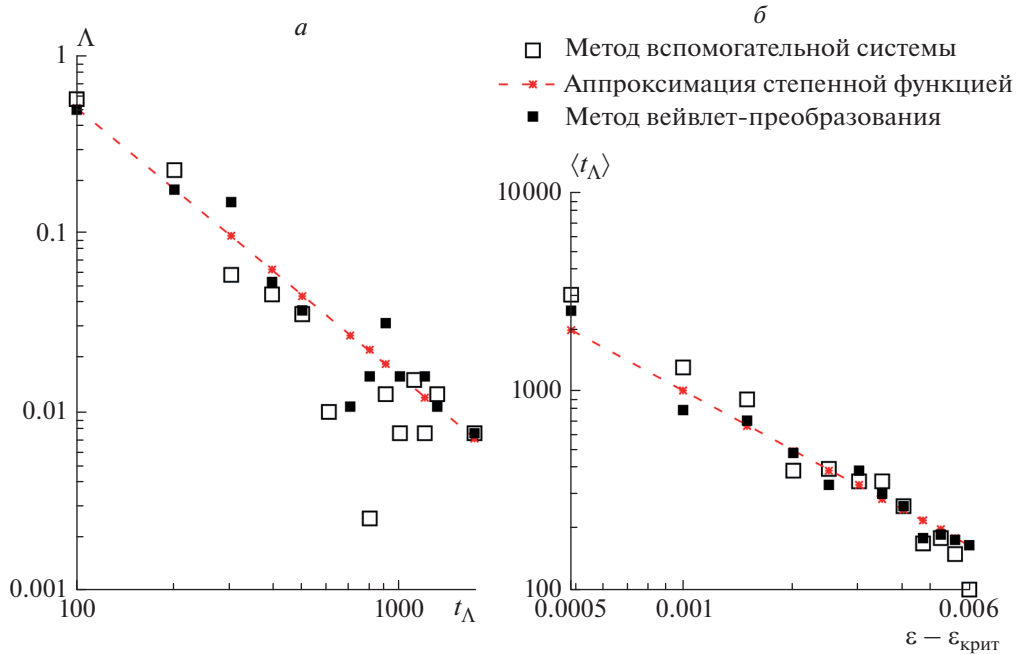


Рис. 2. *а* – Графики распределений длительностей ламинарных фаз t_Λ в двойной логарифмической шкале, полученных обоими методами, и их аппроксимации степенной функцией $kt_\Lambda^{-3/2}$. *б* – Зависимости средней длительности ламинарных фаз t_Λ от параметра надкритичности $\varepsilon_{\text{крит}} - \varepsilon$ для обоих методов и их аппроксимации степенной функцией с показателем -1 . Аппроксимации были построены для результатов метода вейвлетного преобразования.

МЕТОД НЕПРЕРЫВНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Более эффективным методом определения характеристик перемежаемости является метод, основанный на непрерывном вейвлет-преобразовании [14–17]. Он уже был успешно опробован для случая фазовой синхронизации [16, 17] и синхронизации с запаздыванием [14, 15].

Сначала проводится непрерывное вейвлет-преобразование входного сигнала, имеющее следующий вид:

$$W(t, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t') \psi^* \left(\frac{t-t'}{s} \right) dt', \quad (2)$$

где $\psi(\eta) = \pi^{-1/4} e^{j\omega_0 \eta} e^{-\eta^2/2}$ – базисный вейвлет Морле (звездочкой обозначено комплексное сопряжение), s – временной масштаб.

Далее вводится мгновенное распределение энергии по временным масштабам $E(t, s) = |W(s, t)|^2$ (см. рис. 1б). Наконец, требуется рассчитать суммарную энергию вейвлет-спектра $\omega(t) = \int_S E(t, s) ds$ (см. рис. 1в), приходящуюся на выбранный диапазон характерных временных масштабов $s \in S = (s_1, s_2)$. Это позволяет выделить ламинарные и турбулентные фазы поведения систем при рассмотрении распределения энергии вейвлет-спектра по характерным временным масштабам.

Задача об автоматическом определении диапазона характерных временных масштабов может быть решена несколькими способами. Первый способ – это найти среднее значение энергии вейвлет-спектра и определить значение временного масштаба, соответствующее ему. В качестве диапазона необходимо взять небольшое отклонение от полученного значения (около 10% от амплитуды входных данных). Второй способ – это определить границы диапазона, которые соответствуют минимальному и максимальному номеру временного масштаба, при котором энергия спектра больше среднего значения. Третий способ – это исключение из рассмотрения всех временных масштабов, для которых энергия меньше среднего значения.

Результаты численного эксперимента показали, что при идеальных входных данных получаемые зависимости имеют незначительные отклонения друг от друга. Однако с ростом амплитуды шума первые два способа перестают работать, а временной масштаб средней энергии спектра увеличивается. Наиболее предпочтительным оказался третий метод, который больше всего близок к идеальному выбору диапазона. Для дальнейшего улучшения результирующей зависимости необходим уже ручной способ определения диапазона, что не всегда возможно.

На рис. 2 представлены основные характеристики перемежаемости, полученные методом

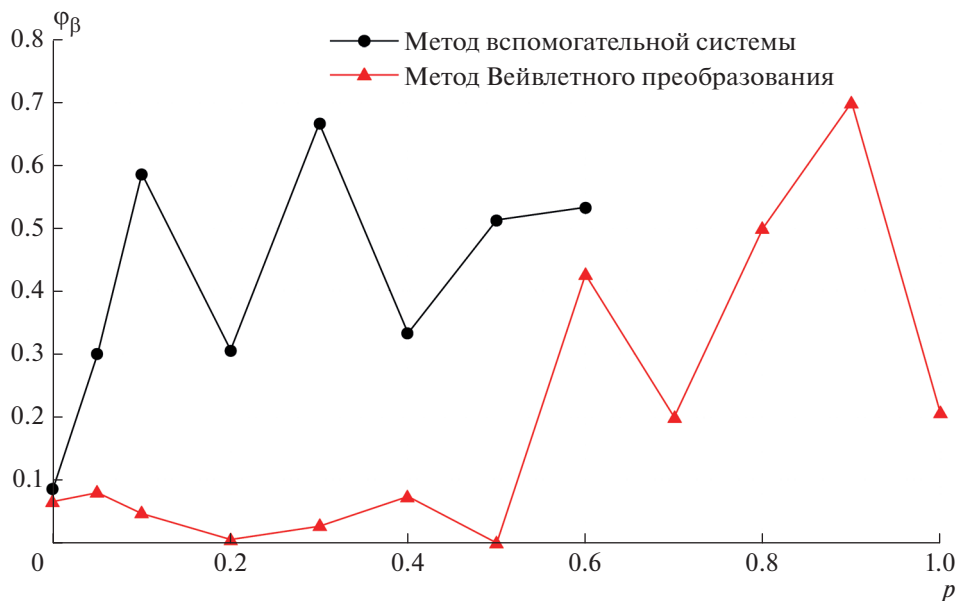


Рис. 3. График зависимости относительного отклонения $\left(\varphi_{\beta} = \frac{|3/2 - \beta|}{3/2}\right)$ рассчитанного показателя β степенной функции, аппроксимирующей распределение длительностей ламинарных фаз, от отношения ρ амплитуды белого шума к амплитуде входного сигнала при диапазоне характерных временных масштабов $s \in (5.0, 7.0)$.

вспомогательной системы и методом непрерывного вейвлет-преобразования. Видно, что более сглаженная по сравнению с исходными данными временная зависимость модуля вейвлет-поверхности позволила рассчитать характеристики перемежаемости с большей точностью.

Кроме распределения длительностей ламинарных фаз (рис. 2а) рассматривались зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности (см. рис. 2б). Данные зависимости хорошо аппроксимируются степенной функцией с показателем -1 , что, согласно теории, соответствует перемежаемости on-off типа.

Вейвлет-преобразование обеспечивает хорошую устойчивость к шумовым помехам [16]. Это обусловлено тем, что наибольшая доля энергии вейвлет-спектра во время ламинарных фаз и турбулентных всплесков приходится на разные временные масштабы. Зависимость относительного отклонения, рассчитанного обоими методами показателя степенной функции для распределения ламинарных фаз от интенсивности белого шума представлена на рис. 3. Указанный шум добавляли к разности состояний ведомой и вспомогательной системы, поскольку при добавлении шума в сами уравнения результат не оказал влияния на полученные характеристики. Результаты можно объяснить следующим образом. С увеличением амплитуды шума порог ламинарной фазы увеличивается и определение статистических характеристик при помощи метода вспомога-

тельной системы становится сначала затруднительным, а затем и вовсе невозможным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе данной работы при помощи метода вейвлетного преобразования были определены основные характеристики перемежающейся обобщенной синхронизации для двух однонаправленно связанных осцилляторов Ресслера. Сравнение с результатами, полученными методом вспомогательной системы, показало, что непрерывное вейвлет-преобразование позволило получить более точные характеристики перемежающейся обобщенной синхронизации. Результаты обоих методов хорошо согласуются с теоретическими зависимостями, но метод вейвлетного преобразования позволяет выделить характерные фазы поведения системы при наличии шумов во временной реализации, что более целесообразно с практической точки зрения.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-12-00037).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Boccaletti S., Kurths J., Osipov G. et al. // Phys. Rep. 2002. V. 366. P. 1.
2. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurts J. // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. № 11. P. 1804.

3. *Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurts J.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. № 22. P. 4193.
4. *Pecora L.M., Carroll T.L.* // Phys. Rev. A. 1991. V. 44. P. 2374.
5. *Koronovskii A.A., Moskalenko O.I., Hramov A.E.* // Phys. Rev. E. 2011. V. 84. № 3. Art. № 037201.
6. *Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е.* // ЖТФ. 2006. Т. 76. № 2. С. 1; *Koronovskii A.A., Moskalenko O.I., Hramov A.E.* // Tech. Phys. 2006. V. 51. № 2. P. 143.
7. *Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurts J.* // Fluct. Noise Lett. 2004. V. 4. № 1. P. L53.
8. *Moskalenko O.I., Koronovskii A.A., Hramov A.E.* // Phys. Lett. A. 2010. V. 374. № 29. P. 2925.
9. *Meadows B.K., Heath T.H., Neff J.D. et al.* // Proc. IEEE. 2002. V. 90. № 5. P. 882.
10. *Pyragas K.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. № 5. Art. № R4508.
11. *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* // Europhys. Lett. 2005. V. 70. № 2. P. 169.
12. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос. М.: Физматлит, 2001. 296 с.
13. *Abarbanel H.D.I., Rulkov N.F., Sushchik M.M.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. № 5. P. 4528.
14. *Короновский А.А., Тыщенко А.А., Храмов А.Е.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. № 21. С. 1; *Koronovskii A.A., Tyshchenko A.A., Hramov A.E.* // Techn. Phys. Lett. 2005. V. 31. № 11. P. 901.
15. *Короновский А.А., Минюхин И.М., Тыщенко А.А. и др.* // Изв. вузов. Прикл. нелинейн. динам. 2007. Т. 15. № 4. С. 34.
16. *Короновский А.А., Храмов А.Е.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. № 14. С. 29; *Koronovskii A.A., Hramov A.E.* // Techn. Phys. Lett. 2004. V. 30. № 7. P. 587.
17. *Shakhtarin B.I., Sidorkina Y.A., Khodunin A.V.* // J. Commun. Technol. El+. 2017. V. 62. № 11. P. 1262.