УДК 538.915

# ПЛАЗМЕННЫЕ ВОЛНЫ В ДВУМЕРНОЙ СВЕРХРЕШЕТКЕ С НЕАДДИТИВНЫМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ СПЕКТРОМ В ПРИСУТСТВИИ СИЛЬНОГО СТАТИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

# © 2020 г. С. Ю. Глазов<sup>1, 2, \*</sup>, А. А. Ковалев<sup>1</sup>, С. В. Крючков<sup>1, 3</sup>

 <sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный социально-педагогический университет", Волгоград, Россия
 <sup>2</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный медицинский университет", Волгоград, Россия
 <sup>3</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный медицинский университет", Волгоград, Россия
 <sup>3</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный технический университет", Волгоград, Россия \*E-mail: ser-glazov@vandex.ru

Поступила в редакцию 26.08.2019 г. После доработки 13.09.2019 г. Принята к публикации 28.10.2019 г.

Исследовано влияние неаддитивности энергетического спектра двумерной сверхрешетки (СР) на закон дисперсии плазменных волн в условиях воздействия сильного статического электрического поля. Расчеты выполнены на основе квантовой теории плазменных волн в приближении случайных фаз с учетом процессов переброса.

DOI: 10.31857/S036767652002012X

# введение

В последнее время внимание многих исследователей обращено к коллективным явлениям в низкоразмерных системах, в частности, к процессам распространения в них плазменных волн. Особый интерес в этой связи вызывают структуры на основе атома углерода: монослойный и двуслойный графен, углеродные нанотрубки, фуллерены. Данные объекты обладают огромным спектром необычных свойств и потенциально широкими возможностями их применения. Интерес к изучению плазменных возбуждений в структурах на основе графена объясняется их возможным применением в электронных приборах для детектирования и генерации электромагнитного излучения различных частотных диапазонов, в том числе терагерцового и инфракрасного [1]. Применение плазменных волн обусловлено значительно более высокими скоростями плазменных возбуждений по сравнению с дрейфовой скоростью электронов [2], которые примерно на два порядка превышают максимально достижимую дрейфовую скорость носителей. Это позволяет использовать плазмоны в качестве переносчиков электрических сигналов, что может повысить быстродействие электронных устройств.

Теоретическому исследованию закона дисперсии плазменных волн  $\omega(\vec{k})$  в электронном 2D-газе одномерной графеновой СР посвящено достаточно большое количество работ [3–6]. В последнее время внимание исследователей сосредотачивается на изучении графеновых 2D-сверхрешеток (ГСР) [7–9]. В настоящей работе рассматриваются особенности законов дисперсии плазменных волн  $\omega(\vec{k})$  в 2D-ГСР и узкозонной полупроводниковой 2D-СР, связанные с неаддитивностью их энергетических спектров.

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР 2D-СВЕРХРЕШЕТОК

Энергетический спектр носителей заряда в 2D-ГСР на подложке, аналогичной шахматной доске (рис. 1) в одноминизонном приближении имеет вид [7]

$$\varepsilon(\vec{p}) = \pm \sqrt{\Delta_0^2 + \Delta_1^2 \left(1 - \cos(p_x d_1/\hbar)\right) + \Delta_2^2 \left(1 - \cos(p_y d_2/\hbar)\right)},\tag{1}$$

где  $p_x$ ,  $p_y$  — компоненты квазиимпульса электрона,  $d_i = a_i + b_i$  — период ГСР,  $i = \{1, 2\}$ ,  $a_i$  и  $b_i$  — линейные размеры областей бесщелевого и щелевого графена. Разные знаки относятся к минизоне проводимости и валентной минизоне. Энергетический спектр ГСР неаддитивен, поэтому существует зависимость движения носителей заряда вдоль ортогональных направлений, и непараболичен, что определяет нелинейную зависимость скорости электрона от квазиимпульса. При малых  $p_y$  выражение (1) переходит в известное дисперсионное соотношение для одномерной ГСР на полосчатой подложке [10].

Аппроксимация зависимости энергетического спектра электронов первой минизоны проводимости от компоненты квазиимпульса  $p_{\parallel}$  вдоль оси ГСР выбрана в виде

$$\mathcal{E}_{1}(p_{\parallel},0) = \Delta_{g} \sqrt{f_{1}^{2} + f_{2}^{2} \left(1 - \cos(p_{\parallel}d/\hbar)\right)}, \qquad (2)$$

где  $\Delta_{\sigma}$  — полуширина запрещённой зоны щелевой модификации графена, коэффициенты f<sub>i</sub> подбираются численно на основе непосредственного решения дисперсионного соотношения из [11]. Спектр (2) использовался для описания носителей в ГСР [3, 6, 8, 10], но известен еще раньше в теории узкозонных полупроводников и квантовых полупроводниковых сверхрешеток [12]. Для аналитических расчетов удобно использовать разложение (1) в двойной ряд Фурье. В работе [13] показано, что с увеличением периода ГСР уменьшается неаддитивность энергетического спектра и при  $d > 5 \cdot 10^{-6}$  см можно с хорошей степенью точности аппроксимировать "истинный" спектр структуры аддитивной зависимостью энергии от квазиимпульса. В данном случае увеличение периода ГСР будет приводить к более быстрому уменьшению значений коэффициентов разложения с ростом индексов.

Рассмотрим пример симметричной ГСР, когда  $d_1 = d_2 = d \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ см}, \Delta_1 = \Delta_2 \approx 0.332 \Delta_{\text{SiC}}, \Delta_{\text{SiC}} =$  = 0.13 эВ, ширина запрещенной зоны между ва $лентной зоной и зоной проводимости <math>\varepsilon_g =$   $= 0.8573 \Delta_{\text{SiC}}; ширина запрещенной зоны между$  $первой и второй зонами проводимости <math>\varepsilon_{g12} =$   $= 0.6270 \Delta_{\text{SiC}}; ширина первой минизоны проводи$  $мости <math>\varepsilon_e = 0.2111 \Delta_{\text{SiC}}.$  При разложении спектра в ряд Фурье в этом случае можно ограничиться первыми слагаемыми

$$\varepsilon(\vec{p}) = \Delta_{\rm SiC} \left\{ g_1 - \frac{g_2}{2} \left[ \cos\left(\frac{p_x d}{\hbar}\right) + \cos\left(\frac{p_y d}{\hbar}\right) \right] - g_3 \cos\left(\frac{p_x d}{\hbar}\right) \cos\left(\frac{p_y d}{\hbar}\right) \right\},$$
(3)



Рис. 1. Двумерная графеновая сверхрешетка.

где  $g_1 = 0.624475$ ,  $g_2 = 0.1787$ ,  $g_3 = 0.01306$ . Для рассматриваемого примера максимальное расхождение спектров составляет 2%.

### ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

На основе квантовой теории плазменных волн в приближении случайных фаз с учетом процессов переброса получено выражение для нахождения закона дисперсии плазменных волн в электронном 2D-газе ГСР в присутствии сильного ( $\Omega_{st} \ge \omega$ ) постоянного электрического поля, приложенного вдоль оси *х*:

$$\frac{2\pi e^2}{\chi} \left( \Pi(\vec{k}, \omega) - \Pi(\vec{k}, \omega, \xi) \right) S(\vec{k}) = 1, \tag{4}$$

где 
$$\Pi(\vec{k},\omega,\gamma) = J_0^2 \left( \frac{\Delta}{\hbar \Omega_{st}} \sin(k_x d/2) \right) \times$$

$$\times \sum_{\vec{p}} \gamma \frac{n(\vec{p}+k) - n(\vec{p})}{\varepsilon(p_y + k_y) - \varepsilon(p_y) - \hbar\omega}, \ \Pi(\vec{k}, \omega) = \Pi(\vec{k}, \omega, 1),$$
  
$$\xi = (\delta/2\hbar\Omega_{st})^2 [1 - \cos(k_y d)(1 - 2\cos^2(p_y d/\hbar + k_y d/2))],$$

 $\Delta = g_2 \Delta_{\text{SiC}}, \delta = g_3 \Delta_{\text{SiC}}, \chi$  – диэлектрическая проницаемость,  $\Omega_{\text{st}} = eEd/\hbar$  – штарковская частота. Вычисление множителя  $S(\vec{k})$  требует знания конкретного вида потенциальных ям, образующих СР. Использован простой модельный случай (как и в [14]), когда  $\varphi(x) = \text{const}$  при  $0 \le x \le d$ , и  $\varphi(x) = 0$  при x < 0, x > d ( $\varphi$  – волновая функция состояния, соответствующего рассматриваемой разрешенной минизоне, в одной из потенциальных ям, образующих СР)

$$S(k_x, k_y) = 4d \sum_{n,m} \frac{(1 - \cos(k_x d))(1 - \cos(k_y d))}{(k_x d + 2\pi n)^2 (k_y d + 2\pi m)^2 \sqrt{(k_x d + 2\pi n)^2 + (k_y d + 2\pi m)^2}}.$$
(5)

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 84 № 2 2020



Рис. 2. Закон дисперсии  $\omega(k_x)$  при T = 70 К,  $\Delta/2\hbar\Omega = 0.1$ , концентрации  $N = 10^{11}$  см<sup>-2</sup>,  $a - k_y d = 0.1$ ,  $\delta - k_y d = 0.5$ ,  $s - k_y d = 1.0$ ,  $e - k_y d = 3.1$ .

Предполагаем, как и в [14], что в состоянии равновесия носители заряда подчиняются статистике Больцмана  $n(\vec{p}) = A \exp(-\varepsilon(\vec{p})/k_bT)$ , где T – температура,  $k_b$  – постоянная Больцмана, A – постоянная нормировки.

Для полупроводниковых СР с неаддитивным энергетическим спектром из (4) удается получить аналитическое выражение для поляризационного оператора (4) в случае высоких температур ( $\Delta \ll k_b T$ ). Это в дальнейшем значительно облегчает нахождение закона дисперсии плазменных волн. Таким образом, (4) преобразуется к виду

$$-\frac{2\pi e^2 NS(\vec{k})}{\chi k_b T} J_0^2 \left(\frac{\Delta}{\hbar \Omega_{st}} \sin(k_x d/2)\right) \times \\ \times \left[1 - \frac{w}{\sqrt{w^2 - 1}} + \left(\frac{\delta}{\hbar \Omega_{st}}\right)^2 \left\{\cos(k_y d) \times (1 + 2\pi(1 - 2w^2)) - 1 + \frac{w}{\sqrt{w^2 - 1}} \times (1 + \cos(k_y d)(4\pi(w^2 - 1) - 1))\right\}\right] = 1,$$

$$(6)$$

где  $w = \hbar \omega / \Delta \sin(k_y d/2)$ . Как видно из (4), (6) поляризационный оператор имеет малую поправку для СР со слабой неаддитивностью, что и объясняет схожее поведение законов дисперсии плазменных волн  $\omega(\vec{k})$  в сильном статическом электрическом поле для 2D-ГСР [15] и узкозонных полупроводниковых 2D-СР [5].

Для ГСР разложение по малому параметру  $(\Delta/k_bT)$  неприменимо, по крайней мере для рассматриваемой в работе структуры, так как при этом нарушается условие одноминизонного приближения. Поэтому анализ закона дисперсии плазменных волн  $\omega(\vec{k})$  в виду сложности (4) производился численно.

На рис. 2 приведены дисперсионные кривые  $\omega(k_x)$  2D-ГСР, находящейся в сильном электрическом поле для разных значений компоненты волнового вектора  $k_y$ . Влияние сильного статического электрического поля приводит к характерной зависимости  $\omega(k_x)$ : с увеличением компоненты волнового вектора  $k_x$  частота плазменных колебаний уменьшается, в то время как в отсутствие электрического поля увеличение  $k_x$  приводит к росту плазменной частоты. Похожая дисперсионная зависимость  $\omega(k_x)$  наблюдалась и для плазменных волн в электронном 2D-газе полупроводниковых 2D-СР в присутствии сильного постоянного электрического поля [15] и для одномерных ГСР [5].

Сделаем численные оценки. При концентрации  $N_0 = 10^{11} \text{ см}^{-2}, d = 2 \cdot 10^{-6} \text{ см}, d_1 = d_2, \Delta_{\text{SiC}} = 0.13 \text{ эВ}, \Delta/2\hbar\Omega = 0.1, T = 70 \text{ K}, k_x = k_y \approx 10^6 \text{ см}^{-1}$  получаем, что частота плазменных колебаний составляет по порядку величины  $\omega \approx 10^{14} \text{ с}^{-1}$ .

В отсутствие электрического поля для полупроводниковых СР со слабой неаддитивностью энергетического спектра (3) и широкой запрещенной зоной также удается аналитически получить выражение для поляризационного оператора  $\Pi(\vec{k}, \omega)$  в случае высоких температур ( $g_2\Delta_{\rm SiC} \ll k_bT$ ). Подставляя  $\Pi(\vec{k}, \omega)$  в (4), получаем окончательное выражение для нахождения закона дисперсии плазменных волн  $\omega(\vec{k})$ 

$$\frac{2\pi e^2 NS(\vec{k})}{\chi k_b T} \left[ \frac{\delta \Delta^2}{16(k_b T)^3} - 1 \right] \times \\ \times \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \frac{\hbar \omega K(z)}{\sqrt{(\hbar \omega)^2 - \Delta^2 \left( \sin \frac{k_x d}{2} - \sin \frac{k_y d}{2} \right)^2}} \right] = 1,$$
(7)

где N — поверхностная плотность электронного 2D-газа, K(z) — полный эллиптический интеграл первого рода,

$$z = 2\Delta \sqrt{\sin\frac{k_x d}{2} \sin\frac{k_y d}{2} / \left( (\hbar\omega)^2 - \Delta^2 \left( \sin\frac{k_x d}{2} - \sin\frac{k_y d}{2} \right)^2 \right)}.$$
(8)

Как видно из (7), отличие полученного уравнения от аналогичного для полупроводниковой СР с аддитивным спектром [14] состоит в появлении сомножителя с коэффициентом  $g_3$ , являющимся

параметром, характеризующим неаддитивность спектра. Таким образом, слабая неаддитивность энергетического спектра приводит к перенормировке концентрации носителей, и плазменная частота в таких структурах меньше, чем в структурах с аддитивным спектром при одинаковых параметрах сравниваемых структур.

Данная задача решалась в пренебрежении столкновениями электронов с фононами, примесями и другими дефектами. Такое возможно, когда период плазменных колебаний мал по сравнению со временем свободного пробега электрона  $\tau$  ( $\omega \tau \ge 1$ ). Это условие может быть удовлетворено при  $\tau \ge 10^{-12}$  с, что является легко выполнимым для графена и структур на его основе.

При сравнительном исследовании одночастичных и коллективных возбуждений в двумерном электронном газе 2D-ГСР установлено, что коллективные возбуждения перекрываются одночастичными в низкоэнергетической области. Это приведет к отличию теоретических вычислений от экспериментальных данных в начальной области энергий.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен подход, позволяющий оценить влияние неаддитивности энергетического спектра на физические законы в 2D-CP, и в частности, на закон дисперсии плазменных волн. Для CP со слабой неаддитивностью в спектре и широкой запрещенной зоной получены аналитически выражения для нахождения закона дисперсии плазменных волн, как в отсутствие внешних воздействий, так и в сильном электрическом поле. Показано, что полученные дисперсионные зависимости  $\omega(\vec{k})$  для ГСР характерны для систем с искусственно созданным периодическим потенциалом.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-42-340005 и Минобрнауки России на выполнение государственных работ в сфере научной деятельности в рамках проектной части государственного задания (код проекта: 3.2797.2017/4.6).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Shur M.S.* Introduction to electronic devices. New York: Wiley, 1995.
- Муравьев В.М., Кукушкин И.В., Смет Ю. и др. // Письма в ЖЭТФ. 2009. Т. 90. № 3. С. 216; Миravev V.M., Kukushkin I.V., Smet J. et al. // JETP Lett. 2009. V. 90. № 3. Р. 197.
- 3. Глазов С.Ю., Ковалев А.А., Мещерякова Н.Е. // Изв. РАН. Сер. физ. 2012. Т. 76. № 12. С. 1479; Glazov S.Yu., Kovalev А.А., Mescheryakova N.E. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2012. V. 76. № 12. Р. 1323.
- 4. Ратников П.В., Силин А.П. // Письма в ЖЭТФ. 2015. Т. 102. № 11. С. 823; Ratnikov P.V., Silin A.P. // JETP Lett. 2015. V. 102. № 11. Р. 713.
- Глазов С.Ю., Ковалев А.А., Мещерякова Н.Е. // ФТП. 2015. Т. 49. № 4. С. 515; Glazov S.Yu., Kovalev А.А., Meshcheryakova N.E. // Semicond. 2015. V. 49. № 4. P. 504.
- Глазов С.Ю., Ковалев А.А. // Изв. РАН. Сер.физ. 2018. Т. 82. № 1. С. 105; Glazov S.Yu., Kovalev А.А. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. № 1. Р. 94.
- 7. *Kryuchkov S.V., Popov C.A.* // J. Nano Electron. Phys. 2017. V. 9. № 2. P. 02013.
- Forsythe C., Zhou X., Watanabe K. et al. // Nature Nanotech. 2018. V. 13. P. 566.
- 9. Zhang Y., Kim Y., Gilbert M. J. et al. // arXiv: 1703.05689.2018.
- Завьялов Д.В., Конченков В.И., Крючков С.В. // ФТП. 2012. Т. 46. № 1. С. 113; Zavialov D.V., Konchenkov V.I., Kruchkov S.V. // Semicond. 2012. V. 46. № 1. P. 109.
- 11. *Ратников П.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2009. Т. 90. № 6. C. 515; *Ratnikov P.V.* // JETP Lett. 2009. V. 90. № 6. P. 469.
- Крючков С.В., Сыродоев Г.А. // Изв. вузов. Радиофиз. 1990. № 6. С. 762.
- Бадикова П.В., Глазов С.Ю., Сыродоев Г.А. // ФТП. 2019. Т. 53. № 7. С. 927; Badikova P.V., Glazov S.Yu., Syrodoev G.A. // Semicond. 2019. V. 53. № 7. Р. 911.
- Глазов С.Ю., Крючков С.В. // ФТП. 2000. Т. 34. № 7.
   С. 835; Glazov S.Yu., Kryuchkov S.V. // Semicond. 2000. V. 34. № 7. Р. 807.
- Глазов С.Ю., Крючков С.В. // ФТП. 2001. Т. 35. № 4.
   С. 456; Glazov S.Yu., Kryuchkov S.V. // Semicond. 2001. V. 35. № 4. Р. 444.