УДК 537.624,537.632

## ФОРМУЛА ДЛЯ ОРИЕНТАЦИИ ВОЛНОВОГО ВЕКТОРА, ПРИ КОТОРОЙ АМПЛИТУДА МАГНИТНОГО ПОТЕНЦИАЛА ОБРАТНОЙ СПИНОВОЙ ВОЛНЫ ИМЕЕТ ТОЧКУ ЭКСТРЕМУМА НА ПОВЕРХНОСТИ ФЕРРИТОВОЙ ПЛАСТИНЫ

## © 2020 г. Э. Г. Локк\*

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова Российской академии наук, Фрязинский филиал, Фрязино, Россия

\**E-mail: edwin@ms.ire.rssi.ru* Поступила в редакцию 30.08.2019 г. После доработки 16.09.2019 г. Принята к публикации 28.10.2019 г.

В магнитостатическом приближении получена формула для ориентации волнового вектора, при которой в касательно намагниченной ферритовой пластине эффективно возбуждается невзаимная обратная спиновая волна. При данной ориентации волнового вектора амплитуда магнитного потенциала волны имеет точку экстремума на одной из поверхностей пластины, а на другой поверхности пластины эта амплитуда невелика.

DOI: 10.31857/S0367676520020210

Обратные спиновые волны (ОСВ) в касательно-намагниченной ферритовой пластине были впервые описаны в работе [1], а различные свойства ОСВ и устройства на их основе изучены в ряде монографий и работ (см. [2-14]). В работах [4, 7] было найдено, что при возбуждении ОСВ линейным преобразователем возникают две волны с противоположно-направленными волновыми векторами и различным распределением магнитного потенциала в сечении пластины (исключением является случай, когда волновые векторы волн параллельны внешнему магнитному полю и обе волны обладают одинаковым распределением потенциала). Также было обнаружено [7, 9], что в зависимости от ориентации волнового вектора амплитуда магнитного потенциала ОСВ может иметь наибольшее значение как на поверхности, так и внутри ферритовой пластины. Очевидно, что для разработки устройств на ОСВ необходимо было бы знать, при какой ориентации волнового вектора распределение магнитного потенциала ОСВ имеет точку экстремума на одной из поверхностей ферритовой пластины.

Ответ на этот вопрос дают исследования, представленные ниже.

Рассмотрим ферритовую пластину, намагниченную до насыщения касательным однородным магнитным полем  $\overrightarrow{H_0}$  (см. вставку на рис. 2). Используя уравнения Максвелла в магнитостатическом приближении и вводя магнитный потенциал  $\Psi$  по аналогии с работой [1], можно получить уравнения для потенциала  $\Psi_2$  внутри ферритовой пластины и для потенциалов  $\Psi_1$  и  $\Psi_3$  в окружающих полупространствах. Подставляя решение для потенциала

$$\begin{cases}
\Psi_{1} = C \exp(-k_{1x}x - ik_{y}y - ik_{z}z) & (1) \\
\Psi_{2} = (A \sin(k_{2x}x) + B \cos(k_{2x}x)) \exp(-ik_{y}y - ik_{z}z) \\
\Psi_{3} = D \exp(k_{3x}x - ik_{y}y - ik_{z}z)
\end{cases}$$

в граничные условия (определяемые непрерывностью нормальной компоненты СВЧ магнитной индукции и потенциала на границах сред), получим систему

$$\begin{cases} (A\mu k_{2x} + B\nu k_y)\cos(k_{2x}s) + (A\nu k_y - B\mu k_{2x})\sin(k_{2x}s) = -k_{1x}C\exp(k_{1x}s) \\ \mu k_{2x}A + \nu k_yB = k_{1x}D \\ A\sin(k_{2x}s) + B\cos(k_{2x}s) = C\exp(k_{1x}s) \\ B = D \end{cases},$$
(2)

где  $\mu = 1 + \omega_M \omega_H / (\omega_H^2 - \omega^2)$  и  $\nu = \omega_M \omega / (\omega_H^2 - \omega^2) -$ компоненты тензора магнитной проницаемости феррита,  $\omega_H = \gamma H_0$ ,  $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$ ,  $\omega = 2\pi f$ ,  $\gamma -$ гиромагнитная постоянная,  $4\pi M_0$  – намагниченность насыщения феррита, f – частота волны, A, B, C, D – произвольные коэффициенты, а  $k_{1x}$ ,  $k_{2x}$ ,  $k_{3x}$ ,  $k_y$  и  $k_z$  – компоненты волнового вектора, при-

чем 
$$k_{1x} = k_{3x} = (k_y^2 + k_z^2)^{1/2}, k_{2x} = (-k_y^2 - k_z^2/\mu)^{1/2}$$

Решив систему (2), можно найти дисперсионное уравнение для ОСВ

$$\mu^{2}k_{2x}^{2} + \nu^{2}k_{y}^{2} - k_{1x}^{2} - 2\mu k_{1x}k_{2x}\operatorname{ctg}(k_{2x}s) = 0.$$
(3)

Из системы уравнений (2) видно, что коэффициенты A, C и D можно выразить через коэффициент B, следующим образом:

$$A = B(k_{1x} - \nu k_y)/\mu k_{2x},$$
  

$$C = B \exp(k_{1x}s) \times$$
  

$$\times ((k_{1x} - \nu k_y)\sin(k_{2x}s) + \cos(k_{2x}s))/\mu k_{2x},$$
  

$$D = B.$$
(4)

Для записи выражений (1) и (3) в полярной системе координат введем волновой вектор  $\vec{k}$ , модуль которого k связан с волновыми числами  $k_y$ ,  $k_z$ ,  $k_{1x}$  и  $k_{2x}$  соотношениями  $k_y = -k \sin\varphi$ ,  $k_z = k \cos\varphi$ ,  $k_{2x} = \alpha k$  и  $k_{1x} = k$ , где

$$\alpha = \left(-(\cos^2 \varphi)/\mu - \sin^2 \varphi\right)^{1/2}, \qquad (5)$$

а  $\phi$  — угол, определяющий ориентацию вектора  $\vec{k}$  относительно оси *z*. В полярной системе координат соотношения (4) и уравнение (3) и принимают вид

$$A = \frac{1 + v \sin \varphi}{\alpha \mu} B,$$

$$C = \left(\frac{1 + v \sin \varphi}{\alpha \mu} \sin(\alpha ks) + \cos(\alpha ks)\right) B \exp(ks), \quad (6)$$

$$D = B,$$

$$\frac{1}{\mu} + \cos^2 \varphi + \mu_{\perp} \sin^2 \varphi + 2\alpha \operatorname{ctg}(\alpha ks) = 0, \quad (7)$$

где введено обозначение  $\mu_{\perp} = (\mu^2 - \nu^2)/\mu$ . Из уравнения (7) модуль волнового вектора *k* можно выразить в явном виде через угол  $\varphi$  и параметры пластины

$$k = \Phi(\varphi, f) = \frac{1}{\alpha s} \times \left[ (m-1)\pi + \operatorname{arcctg}\left(\frac{1/\mu + \cos^2 \varphi + \mu_{\perp} \sin^2 \varphi}{-2\alpha}\right) \right].$$
<sup>(8)</sup>

Номер моды *m* в формуле (8) принимает значения натуральных чисел (m = 1, 2, 3, ...) и описывает бесконечное число мод ОСВ, так что значение

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 84 № 2 2020

m = 1 соответствует первой, m = 2 - второй моде ОСВ и т.д.

Подставляя (6) в (1), получим следующее выражение для потенциалов  $\Psi_j$  внутри и вне пластины (j = 1, 2, 3):

$$\Psi_{i} = \Psi_{i0} \exp(-ik_{v}y - ik_{z}z), \qquad (9)$$

где общий коэффициент *В* можно не учитывать (так как ниже исследуются нормированные величины  $\Psi_{i0}$ ) и записать амплитуды  $\Psi_{i0}$  в виде

$$\Psi_{10} = \left[\frac{1 + v \sin \varphi}{\alpha \mu} \sin(\alpha ks) + \cos(\alpha ks)\right] \exp[k(s - x)],$$
  
$$\Psi_{20} = \frac{1 + v \sin \varphi}{\alpha \mu} \sin(\alpha kx) + \cos(\alpha kx), \quad (10)$$
  
$$\Psi_{30} = \exp(kx).$$

Для первой моды ОСВ нормированное распределение амплитуды  $\Psi_0(x)$ , рассчитанное в соответствии с (10) при различных значениях угла  $\varphi$ , частоте ОСВ f = 2350 МГц,  $H_0 = 367 \Im$ ,  $4\pi M_0 = 1870$  Гс, s = 82 мкм, показано на рис. 1. Как видно, с увеличением значений  $\varphi$  при некотором угле  $\varphi = \varphi_n$  на зависимости  $\Psi_{20}(x)$  возникает точка экстремума, локализованная прямо на поверхности x = 0 (рис. 16, кривая 2). При дальнейшем увеличении значений  $\varphi$  этот максимум смещается от поверхности x = 0 к середине пластины (рис. 1, кривые 2–4).

Предположим, что на поверхности ферритовой пластины x = 0 расположен возбуждающий ОСВ линейный преобразователь, нормаль к которому параллельна<sup>1</sup> волновому вектору  $\vec{k}$ . Часть СВЧ энергии, подводимая к преобразователю, расходуется на возбуждение "полезной" волны с ориентацией вектора  $\vec{k}$  под углом  $\phi$ . а другая часть энергии - на возбуждение "побочной" волны с противоположной ориентацией волнового вектора  $\phi - \pi$ . Эффективность возбуждения обеих волн приближенно пропорциональна<sup>2</sup> амплитудам их потенциалов  $\Psi_0$  при x = 0, причем с увеличением  $\phi$  амплитуда  $\Psi_0(x = 0, \phi - \pi)$  побочной волны уменьшается (кривые 1, 5-7), а амплитуда  $\Psi_0(x = 0, \phi)$  полезной волны остается максимальной в интервале углов  $0 \le \phi \le \phi_n$  (кривые 1-4). Поэтому, можно ожидать, что при  $\phi = \phi_n$  полезная волна возбуждается наиболее эффективно. Поскольку при  $\phi = \phi_n$  зависимость  $\Psi_{20}(x)$  имеет экс-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Здесь предполагается, что волновой вектор возбуждающейся ОСВ нормален линии преобразователя (подробнее о справедливости этого предположения см. раздел 9 в [15]).

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Более точно эффективность возбуждения каждой из волн можно рассчитать на основе вычисления для них интеграла перекрытия, зависящего как от параметров возбуждающего преобразователя, так и от распределения потенциала волны по толщине ферритовой пластины. Однако вычисление таких интегралов выходит за рамки данной работы.

ЛОКК



**Рис. 1.** Нормированное распределение амплитуды магнитного потенциала  $\Psi_0/\Psi_{0max}$  первой моды ОСВ для различных значений угла ф:  $1 - 0^{\circ}$  и 180°;  $2 - 21.3^{\circ}$  и 158.7°;  $3 - 30^{\circ}$  и 150°;  $4 - 60^{\circ}$  и 120°;  $5 - 21.3^{\circ}$  и  $-158.7^{\circ}$ ;  $6 - 30^{\circ}$  и  $-150^{\circ}$ ;  $7 - -60^{\circ}$  и  $-120^{\circ}$ . Вертикальными линиями обозначены координаты поверхностей пленки x = 0, x = 82 мкм и середины пленки x = 41 мкм (штриховая линия).

тремум при x = 0 (см. рис. 1, кривая 2), то для вычисления угла  $\varphi_n$  найдем координату  $x = x_{ext}$  точки экстремума на зависимости  $\Psi_{20}(x)$ , то есть, вычислим производную  $\partial \Psi_{20}/\partial x$  (дифференцируя выражение (10)) и приравняем ее нулю. В итоге получим

$$tg(\alpha k x_{ext}) = (1 + v \sin \varphi) / \alpha \mu.$$
(11)

Из (11) легко найти угол  $\phi = \phi_n$ , при котором точка экстремума возникает на поверхности пластины при x = 0. Полагая в (11)  $x_{ext} = 0$ , имеем

$$1 + v \sin \varphi_n = 0. \tag{12}$$

В интервале  $-\pi < \phi_n \le \pi$  уравнение (12) имеет два решения  $\phi_{n1}$  и  $\phi_{n2} = \pi - \phi_{n1}$ , причем величина  $\phi_{n1}$ , в соответствии с (12), определяется выражением

$$\varphi_{n1} = -\arcsin(1/\nu). \tag{13}$$

Из уравнения (12) следует, что в выражении (6) A = 0 при  $\varphi = \varphi_n$ , а зависимость  $\Psi_{20}(x)$ , определяемая выражением (10), представляет собой косинусоиду  $\Psi_{20}(x) = \cos(\alpha k x)$ , где следует использовать значения  $\alpha$  и *k* при  $\varphi = \varphi_n$ .

В случае, когда возбуждающий преобразователь расположен на поверхности пластины x = s, для вычисления угла  $\varphi_n$  получим другое уравнение:

$$1 - v \sin \varphi_n = 0, \tag{14}$$

В интервале значений –  $\pi < \phi_n \le \pi$  уравнение (14) тоже имеет два решения  $\phi_{n3} = \phi_{n1} - \pi$  и  $\phi_{n4} = -\phi_{n1}$ , где величина  $\phi_{n1}$  определяется выражением (13).

Таким образом, при ориентациях  $\phi_{n1}$  и  $\phi_{n2}$  зависимость  $\Psi_0(x)$  имеет точку экстремума на поверхности x = 0, а при ориентациях  $\phi_{n3}$  и  $\phi_{n4}$  – на поверхности x = s. Отметим, что формулы (12)–



**Рис. 2.** Зависимости угла  $\varphi_n$ , угла отсечки ОСВ и угла отсечки поверхностной спиновой волны (кривые *1–3* соответственно) от частоты *f* (все углы отсчитаны от оси *z* в направлении, противоположном оси *y*). Пунктирные прямые 4, 5 и 6 соответствуют начальным и конечным значениям частот для спектров обратной и поверхностной волн  $f_H = \omega_H/2\pi = 1029$  МГц,  $f_\perp = \omega_\perp/2\pi = 2539$  МГц и  $f_{max} = (\omega_H + \omega_M/2)/2\pi = 3649$  МГц. На вставке показана геометрия задачи: *l* и *3* – полупространства вакуума, *2* – ферритовая пластина (пленка).

(14) справедливы для всех мод ОСВ. Зависимость угла  $\varphi_{n1}$  от частоты *f* показана на рис. 2 (кривая *I*), где приведены также рассчитанные на основе формул, имеющихся в [12, 13], зависимости углов отсечки обратной и поверхностной спиновых волн (кривые 2 и 3 соответственно).

Работа выполнена в рамках государственного задания (тема № 0030-2019-0014).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Damon R.W., Eshbach J.R.* // J. Phys. Chem. Sol. 1961. V. 19. № 3/4. P. 308.
- 2. Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: изд-во Саратовского университета, 1993. 312 с.
- 3. *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны. М.: Наука, 1994. 464 с.
- 4. Вугальтер Г.А., Коровин А.Г. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. № 21. С. 73; Vugalter G.A., Korovin A.G. // Tech. Phys. Lett. 1989. V. 15. № 21. Р. 73.
- Анненков А.Ю., Герус С.В. // ЖТФ. 1999. Т. 69. № 1. С. 82; Annenkov А.Ү., Gerus S.V. // Tech. Phys. 1999. V. 44. № 1. Р. 74.
- Локк Э.Г. // Радиотехн. и электрон. 2003. Т. 48. № 12. С. 1484; Lokk E.G. // J. Commun. Technol. Electron. 2003. V. 48. № 12. Р. 1369.
- Вашковский А.В., Локк Э.Г. // УФН. 2006. Т. 176. № 4. С. 403; Vashkovsky A.V., Lock E.H. // Phys. Usp. 2006. V. 49. № 4. Р. 389.
- Локк Э.Г. // УФН. 2008. Т. 178. № 4. С. 397; Lock E.H. // Phys. Usp. 2008. V. 51. № 4. Р. 375.
- Анненков А.Ю., Герус С.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2010. Т. 74. № 10. С. 1416; Annenkov A.Y., Gerus S.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2010. V. 74. № 10. Р. 1355.
- Вашковский А.В., Локк Э.Г. // Радиотехн. и электрон. 2012. Т. 57. № 5. С. 541; Vashkovskii A.V., Lokk E.G. // J. Commun. Technol. Electron. 2012. V. 57. № 5. Р. 490.
- Локк Э.Г. // Радиотехн. и электрон. 2015. Т. 60. № 1.
   С. 102; Lokk E.G. // J. Commun. Technol. Electron. 2015. V. 60. № 1. Р. 97.
- 12. Локк Э.Г. // Радиотехн. и электрон. 2018. Т. 63. № 8. С. 845; Lokk E.G. // J. Commun. Technol. Electron. 2018. V. 63. № 8. Р. 915.
- Локк Э.Г. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 8. С. 1034; Lock E.H. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. № 8. Р. 932.
- 14. Annenkov A.Yu., Gerus S.V., Lock E.H. // EPJ Web Conf. 2018. V. 185. Art. № 02006.
- 15. Локк Э.Г. // УФН. 2012. Т. 182. № 12. С. 1327; Lock E.H. // Phys. Usp. 2012. V. 55. № 12. Р. 1239.