

УДК 621.313

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЯ И ВИХРЕВЫХ ТОКОВ В РОТОРАХ ГИСТЕРЕЗИСНЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ

© 2020 г. В. Б. Никаноров<sup>1</sup>, С. Ю. Останин<sup>2, \*</sup>, И. А. Смородин<sup>2</sup>,  
И. М. Миляев<sup>3</sup>, Цуй Шумэй<sup>4</sup>, Вэй Го<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский политехнический университет”, Москва, Россия

<sup>2</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Национальный исследовательский университет “МЭИ”, Москва, Россия

<sup>3</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт металлургии и материаловедения имени А.А. Байкова Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>4</sup>Харбинский политехнический университет, Харбин, Китайская Народная Республика

\*E-mail: OstaninSY@mpei.ru

Поступила в редакцию 30.08.2019 г.

После доработки 16.09.2019 г.

Принята к публикации 28.10.2019 г.

Изложена методология расчетного построения статических и динамических кривых намагничивания массивных магнитных материалов, точного определения условий существования и параметров слабого и сильного электромагнитных полей в таких материалах. Выявлено строгое решение нелинейного уравнения, связывающего функции изменения и величины индукции и напряженности динамических кривых намагничивания.

DOI: 10.31857/S0367676520020271

Нелинейные эффекты перемагничивания и вихревых токов в разной степени проявляются в любых электромеханических преобразователях энергии [1–3], но наиболее существенно – в гистерезисных электромеханических преобразователях энергии [2, 4], используемых в большинстве применений в режиме гистерезисного электродвигателя в электроприводах [2].

В качестве теоретической основы для моделирования и исследования явлений, рассматриваемых в статье, использована теория поверхностного эффекта в ферромагнитных телах, проработанная Л.Р. Нейманом [5]. В качестве прототипов приняты модель и алгоритм из [6] и из ряда последующих работ в нашей стране и за рубежом. Научная идея учета вихревых токов заключается в непосредственном использовании для расчетов динамических кривых намагничивания. Предлагаемая методология расчетного построения кривых намагничивания основана на разделении кривых намагничивания на участки слабого, смешанного и сильного электромагнитных полей с границами:

$$0 < H < H_A; \quad (1)$$

$$H_A < H < H_{кр}; \quad (2)$$

$$H_{кр} < H < H_S. \quad (3)$$

Здесь  $H$  – текущее значение напряженности магнитного поля;  $H_A$  – граничное (краевое) значение напряженности магнитного поля для статической кривой намагничивания массивного материала;  $H_{кр}$  – граничное (краевое) значение напряженности магнитного поля, соответствующее поверхностной напряженности, при которой электромагнитная волна усекается до волны со значением напряженности  $H_A$  и, следовательно, наблюдается предельный случай существования сильного электромагнитного поля во всем объеме массива материала при полном усечении слабого электромагнитного поля;  $H_S$  – значение напряженности магнитного поля при физическом насыщении материала.

Предельному случаю существования сильного электромагнитного поля во всем объеме массива магнитного материала при полном усечении слабого электромагнитного поля соответствует одновременное выполнение условий:

$$Z_m'' = \Delta/2; \quad (4)$$

$$K_{yc} = 0. \quad (5)$$

Здесь  $Z_m''$  – эквивалентная глубина проникновения электромагнитной волны в массив материала

ла;  $K_{yc}$  – коэффициент усечения электромагнитной волны, равенство его нулю соответствует полному усечению слабого поля.

Проведенный анализ показал, что кривые намагничивания наилучшим образом аппроксимируются отрезками парабол, в простейшей реализации статическая кривая аппроксимируется двумя параболой, пересекающимися в точке с координатами  $B_A$  и  $H_A$ . В [6] и ряде последующих работ напряженность в точке динамической кривой намагничивания с координатой по индукции  $B_K$  в области слабого электромагнитного поля определяется соотношением

$$H_K = H_A \left( \frac{B_K}{B_{Af}} \right)^{n_1} \quad (6)$$

Здесь  $B_{Af}$  – индукция магнитного поля в точке динамической кривой намагничивания с напряженностью магнитного поля  $H_A$ .

В настоящей работе предложено более точное соотношение:

$$H_K = H_A \left( \frac{B_K}{B_{Af}} \right)^{n_1} \cdot K_{T1}, \quad (7)$$

$$K_{T1} = \frac{8}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin^{n_1+1} Z dZ.$$

Здесь  $K_{T1}$  – коэффициент, учитывающий глубину проникновения электромагнитной волны в массив материала, в частности, в гистерезисный слой для случая слабого поля, и получаемый расчетно-теоретическим путем при более точном решении дифференциального уравнения [5], описывающего такую волну;  $Z$  – глубина проникновения электромагнитной волны в массив материала.

Значение напряженности магнитного поля  $H_{кр}$ , определяющее границу диапазонов изменения напряженности для смешанного и сильного электромагнитного поля, определяется соотношением:

$$H_{кр} = \left( \frac{\Delta}{2} \right)^2 \frac{A_2}{2} + H_A = H_A + \left( \frac{\Delta}{2} \right)^2 \times \quad (8)$$

$$\times \frac{\omega}{2\rho} \cdot B_{cp}, \quad A_2 = \frac{\omega}{\rho} B_{cp}.$$

Здесь  $\Delta$  – толщина гистерезисного слоя;  $\rho$  – удельное электрическое сопротивление материала слоя;  $B_{cp}$  – усредненное интегральное значение индукции поля на участке от индукции на поверхности слоя до индукции  $B_A$ :

$$B_{cp} = \frac{2B_{кр}}{\Delta} \int_0^{\Delta/2} H(Z) dZ. \quad (9)$$

Здесь  $B_{кр}$  – значение индукции магнитного поля, взятое по статической кривой намагничивания;

$H(Z)$  – зависимость напряженности результирующего магнитного поля от глубины проникновения электромагнитной волны в массив.

В [6] и ряде последующих источников напряженность магнитного поля в произвольной точке динамической кривой намагничивания с координатой по индукции магнитного поля  $B_K$  в области сильного электромагнитного поля дается формулой

$$H_K = H_A \left( \frac{B_K}{B_{Af}} \right)^{n_2} \quad (10)$$

В настоящей работе предложено более точное соотношение:

$$H_K = H_A \left( \frac{B_K}{B_{Af}} \right)^{n_2} K_{T2}, \quad (11)$$

$$K_{T2} = \frac{8}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin Z dZ.$$

Здесь  $K_{T2}$  – коэффициент, учитывающий глубину проникновения электромагнитной волны в массив магнитного материала, в частности, материала гистерезисного слоя в случае сильного поля, и получаемый при более точном решении дифференциального уравнения [5], описывающего волну.

Для решения нелинейных уравнений вида (7), (11) разработан итерационный алгоритм с использованием методов хорд и бисекции [7].

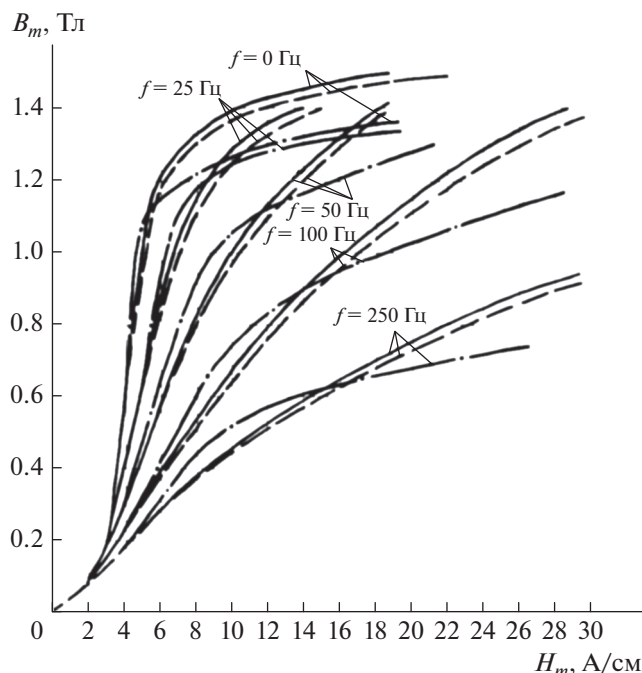
На рис. 1 показаны полученные расчетом и экспериментально статическая и динамические кривые намагничивания массивной втулки из углеродистой стали, а на рис. 2 – гистерезисного слоя из хромкобальтового сплава [8, 9].

По результатам исследования можно отметить следующее.

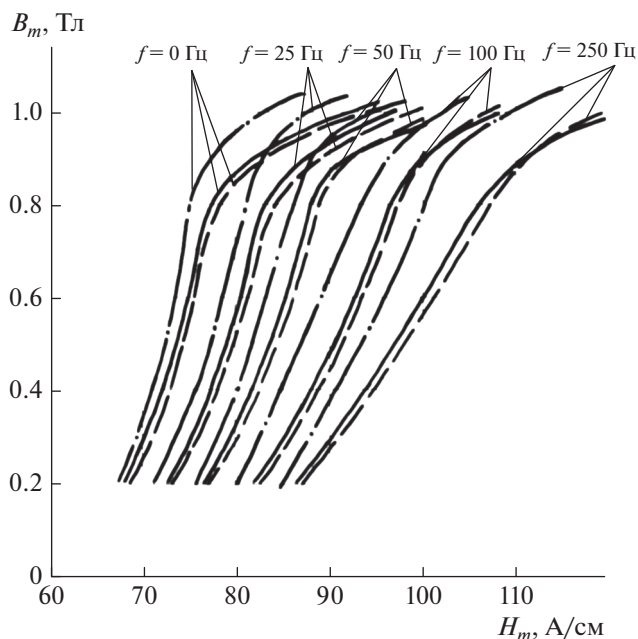
1. В момент первоначального намагничивания гистерезисного слоя при пуске несинусоидальному распределению индукции магнитного поля в гистерезисном слое соответствует цикл гистерезиса, близкий к циклу, который был бы при синусоидальном распределении этой индукции с той же амплитудой.

2. Оптимальным подходом к расчету статических и динамических кривых намагничивания массивных магнитных материалов и роторов на базе таких материалов является подход на основе разделения кривых намагничивания на участки слабого, смешанного и сильного электромагнитных полей.

3. Проведенный расчетно-теоретический анализ и экспериментальные исследования показали, что аппроксимация зависимостей отрезками парабол дает наилучшее схождение расчетных и экспериментальных данных по сравнению с аппроксимацией зависимостей отрезками других



**Рис. 1.** Статическая и динамические кривые намагничивания массивной втулки из углеродистой стали: штрихпунктирные линии – зависимости, полученные расчетным путем с помощью наиболее точной модели-прототипа; сплошные линии – зависимости, полученные расчетным путем с помощью разработанной математической модели; пунктирные линии – зависимости, установленные экспериментально.



**Рис. 2.** Статическая и динамические кривые намагничивания массивной втулки из хромокобальтового сплава – гистерезисного слоя ротора гистерезисного электродвигателя: штрихпунктирные линии – зависимости, полученные расчетным путем с помощью наиболее точной модели-прототипа; сплошные линии – зависимости, полученные расчетным путем с помощью разработанной математической модели; пунктирные линии – зависимости, установленные экспериментально.

функций. Расхождения результатов расчетов по вновь разработанным моделям и данных экспериментов не превышают 5%, в то время как такие расхождения для наиболее точной модели-прототипа достигают 15% и более.

5. Разработанный алгоритм с использованием численных методов хорд и бисекции эффективен для решения полученных нелинейных интегральных уравнений, определяющих напряженность магнитного поля в точках динамических кривых намагничивания в областях слабого и сильного электромагнитных полей с соответствующими уровнями индукции поля.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-58-53025 ГФЕН-а и № 18-58-53047 ГФЕН-а.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов-Смоленский А.В.* Электрические машины. Т. 1, 2. М.: Издательский дом МЭИ, 2006. 1170 с.
2. *Делекторский Б.А., Тарасов В.Н.* Управляемый гистерезисный электропривод. М., Энергоатомиздат, 1983. 128 с.
3. *Никаноров В.Б., Останин С.Ю., Шмелева Г.А.* // Электротехника. 2002. № 9. С. 5.
4. *Никаноров В.Б., Останин С.Ю., Шмелева Г.А.* // Электричество. 2002. № 11. С. 28.
5. *Нейман Л.Р.* Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. Л.-М.: Гос. энерг. изд-во, 1949. 190 с.
6. *Музыка Ю.А., Музыка Н.А., Завгородний В.И.* // Электричество. 1974. № 4. С. 75.
7. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы (6-е изд.) М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. 636 с.
8. *Миляев И.М., Алымов М.И., Юсупов В.С. и др.* // Порошковая металлургия и функц. покрытия. 2011. № 4. С. 54.
9. *Bentayeb F.Z., Alleg S., Bouzabata B., Greneche J.M.* // J. Magn. Mater. 2005. V. 288. P. 282.