УДК 004.27,004.056.55

КВАНТОВЫЙ ВЕНТИЛЬ КОНТРОЛИРУЕМОГО ОТРИЦАНИЯ НА ОСНОВЕ ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОГО СМЕШЕНИЯ В РЕЗОНАТОРЕ ДЛЯ ФОТОННЫХ КУБИТОВ НА СОСТОЯНИЯХ УГЛОВОГО МОМЕНТА

© 2020 г. С. Н. Андрианов[1, *], А. А. Калачев[2], О. П. Шиндяев[1], А. В. Шкаликов[2]

[1]*Государственное научное учреждение Республики Татарстан Академия наук Республики Татарстан, Институт прикладных исследований, Казань, Россия*

[2]*Казанский физико-технический институт имени Е.К. Завойского — обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного учреждения науки "Федеральный исследовательский центр "Казанский научный центр Российской академии наук", Казань, Россия*

**E-mail: andrianovsn@mail.ru*

Поступила в редакцию 20.09.2019 г.
После доработки 15.11.2019 г.
Принята к публикации 27.11.2019 г.

В статье рассматриваются фотонные кубиты на состояниях углового момента, взаимодействующие в среде с керровской нелинейностью в резонаторе. Рассмотрена реализация квантового логического вентиля контролируемого отрицания в ходе процесса четырехволнового смешения на таких кубитах. Построена теория функционирования этого вентиля с использованием формализма ввода—вывода и получены условия согласования параметров, которые должны выполняться при эффективной работе вентиля.

DOI: 10.31857/S0367676520030047

ВВЕДЕНИЕ

Квантовые вычисления позволят решать многие важные задачи гораздо эффективнее, чем классические вычисления и, в частности, намного ускорят решение задач автоматизированного управления при использовании больших баз данных. Это станет возможным после создания многокубитовых квантовых компьютеров с достаточно большим временем декогеренции. Привлекательной является идея создания оптических квантовых компьютеров, так как они легко сопрягаются с оптическими квантовыми линиями связи и распространение сигнала в них осуществляется с наибольшей скоростью. Для построения таких компьютеров необходимо использовать ту или иную оптическую нелинейность, поскольку в линейном режиме операции являются недетерминированными. Известна схема детерминированного оптического квантового компьютера на поляризационных фотонных кубитах, использующих керровскую нелинейность в режиме четырехволнового смешения [1]. Повышение эффективности работы такого компьютера при помощи резонатора рассмотрено в работе [2] в рамках формализма ввода—вывода [3]. Однако набор кубитов в таком компьютере является ограниченным, так как поляризация фотона имеет всего два базовых состояния. В работе рассмотрена возможность создания многокубитового оптического квантового компьютера в резонаторе на основании кубитов, кодированных на состояниях орбитального углового момента фотона и найдены оптимальные режимы его работы.

ГАМИЛЬТОНИАН И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Энергия электромагнитного поля в нелинейном диэлектрике может быть записана как

$$H = \int \frac{1}{2\mu_0} \vec{B}^2(\vec{r},t)\, d^3r + \int d^3r \int \vec{E}(\vec{r},t)\, d\vec{D}(\vec{r},t), \quad (1)$$

где $\vec{E}$ — электрическое поле, $\vec{B}$ — индукция, $\vec{D}$ — электрическое смещение [4]. В нелинейной среде величина $\vec{D}$ записывается как

$$\vec{D}(\vec{r},t) = \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r},t) + \vec{P}(\vec{r},t), \quad (2)$$

где $\vec{P}(\vec{r},t)$ — поляризация среды:

$$P_i = \chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ij}^{(2)} E_j E_k + \chi_{ij}^{(3)} E_j E_k E_l, \quad (3)$$

$\chi_{ij}^{(n)}$ — тензор восприимчивости n-ого ранга. Обращая (2), получим

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{\epsilon_0}\left(\vec{D}(\vec{r},t) - \vec{P}(\vec{r},t)\right). \quad (4)$$

Тогда в третьем порядке малости для гамильтониана взаимодействия имеем

$$H_{int} = -\left(\frac{1}{\epsilon_0}\right)^3 \int d^3r \int \chi^{(3)}(\vec{r}) \frac{1}{\epsilon_0}\left(\vec{D}(\vec{r},t)\right)^3 d\vec{D}(\vec{r},t). \quad (5)$$

Выражение (5) дает

$$H_{int} = -\frac{1}{4}\int d^3r\chi^{(3)}(\vec{r})\left(E(\vec{r},t)\right)^4. \quad (6)$$

Используя хорошо известное соотношение

$$\vec{E} = -\dot{\vec{A}} \quad (7)$$

и выражение для вектор-потенциала квантованного электромагнитного поля в параксиальном приближении [4]

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \sum_{\sigma,l,p}\int_0^\infty dk_0 \left(\frac{\hbar}{16\pi^3\varepsilon_0 ck_0}\right)^{1/2} \times$$
$$\times \vec{\in}_\sigma \left\{\hat{a}_{\sigma,l,p}(k_0)\, e^{ik_0(z-ct)} LG_{l,p}(\vec{r}_\perp, z; k_0) + \text{э.с.}\right\}, \quad (8)$$

получим

$$H_{int} = \frac{1}{4}\int drd\rho d\varphi\rho\chi^{(3)}(\rho,\varphi,z)\left(\dot{A}(\rho,t)\right)^4 \quad (9)$$

и

$$H_{int} = \frac{1}{4}(ck_0)^4\left(\frac{\hbar}{16\pi^3\varepsilon_0 ck_0}\right)^2 \int dzd\rho d\varphi\rho\chi^{(3)}(\rho,\varphi,z)\left(\sum_{\sigma,l,p}\int_0^\infty dk_0\left\{\hat{a}_{\sigma,l,p}(k_0,t)\, e^{ik_0z} LG_{l,p}(\rho,\varphi,z;k_0) + h.c.\right\}\right)^4, \quad (10)$$

где

$$\hat{a}_{\sigma,l,p}(k_0,t) = \hat{a}_{\sigma,l,p}(k_0)\, e^{-ik_0ct} \quad (11)$$

— оператор уничтожения фотона,

$$LG_{l,p}(\rho,\varphi,z;k_0) =$$
$$= \sqrt{\frac{2p!}{\pi(|l|+p)!}}\frac{1}{w(z)}\left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w(z)}\right)^{|l|} L_p^{|l|}\left(\frac{2\rho^2}{w^2(z)}\right)\times \quad (12)$$
$$\times \exp\left[-\frac{\rho^2}{w^2(z)} + il\varphi + i\frac{k_0\rho^2}{2R(z)} - i\Phi_G(z)\right]$$

— модовая функция Лагерра–Гаусса,

$$w(z) = w_0\sqrt{1+(z/z_0)^2}, \quad (13)$$

w_0 — ширина моды при $z = 0$,

$$R(z) = z\left[1+(z/z_0)^2\right] \quad (14)$$

— радиус фазового фронта,

$$z_0 = \frac{k_0 w_0^2}{2}, \quad (15)$$

$$\Phi_G(z) = -(2p+|l|+1)\arctan(z/z_0), \quad (16)$$

$$L_p^{|l|}(x) = \sum_{m=0}^{p}(-1)^m\frac{(|l|+p)!}{(p-m)!(|l|+m)!m!}x^m, \quad (17)$$

— присоединенные полиномы Лагерра [5]. Индексы $l = 0, 1, \pm 2,...$ и $p = 0, 1, 2,...$ обозначают топологический заряд и число неаксиальных радиальных узлов моды.

Рассматривая процесс, в котором два фотона аннигилируют и два фотона возникают, мы можем переписать уравнение (10) в виде

$$H_{int} = \frac{1}{4}(ck_0)^4\left(\frac{\hbar}{16\pi^3\varepsilon_0 ck_0}\right)^2 \int dzd\rho d\varphi\rho\chi^{(3)} \sum_{\substack{\sigma_1,l_1,p_1\\ \sigma_2,l_2,p_2\\ \sigma_3,l_3,p_3\\ \sigma_4,l_4,p_4}} \int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty dk_0^{(1)}k_0^{(2)}k_0^{(3)}k_0^{(4)} \times$$
$$\times\{\hat{a}_{\sigma_1,l_1,p_1}(k_0^{(1)},t)\hat{a}_{\sigma_2,l_2,p_2}(k_0^{(2)},t)\hat{a}^+_{\sigma_3,l_3p_3}(k_0^{(3)},t)\hat{a}^+_{\sigma_4,l_4,p_4}(k_0^{(4)},t)e^{i(k_0^{(1)}+k_0^{(2)}-k_0^{(3)}-k_0^{(4)})z}\times$$
$$\times LG_{l_1,p_1}(\rho,\varphi,z;k_0^{(1)})LG_{l_2,p_2}(\rho,\varphi,z;k_0^{(2)})LG^*_{l_3,p_3}(\rho,\varphi,z;k_0^{(3)})LG^*_{l_4,p_4}(\rho,\varphi,z;k_0^{(4)}) +$$
$$+\hat{a}_{\sigma_1,l_1,p_1}(k_0^{(1)},t)\hat{a}_{\sigma_2,l_2,p_2}(k_0^{(2)},t)\hat{a}_{\sigma_3,l_3,p_3}(k_0^{(3)},t)\hat{a}^+_{\sigma_4,l_4,p_4}(k_0^{(4)},t)e^{i(k_0^{(1)}-k_0^{(2)}+k_0^{(3)}-k_0^{(4)})z}\times$$
$$\times LG_{l_1,p_1}(\rho,\varphi,z;k_0^{(1)})LG^*_{l_2,p_2}(\rho,\varphi,z;k_0^{(3)})LG_{l_3,p_3}(\rho,\varphi,z;k_0^{(3)})LG^*_{l_4,p_4}(\rho,\varphi,z;k_0^{(4)}) + \quad (18)$$
$$+\hat{a}_{\sigma_1,l_1,p_1}(k_0^{(1)},t)\hat{a}^+_{\sigma_2,l_2p_2}(k_0^{(2)},t)\hat{a}^+_{\sigma_3,l_3p_3}(k_0^{(3)},t)\hat{a}_{\sigma_4,l_4,p_4}(k_0^{(4)},t)e^{i(k_0^{(1)}-k_0^{(2)}-k_0^{(3)}+k_0^{(4)})z}\times$$
$$\times LG_{l_1,p_1}(\rho,\varphi,z;k_0^{(1)})LG^*_{l_2,p_2}(\rho,\varphi,z;k_0^{(2)})LG^*_{l_3,p_3}(\rho,\varphi,z;k_0^{(3)})LG_{l_4,p_4}(\rho,\varphi,z;k_0^{(4)}) +$$
$$+\hat{a}^+_{\sigma_1,l_1,p_1}(k_0^{(1)},t)\hat{a}^+_{\sigma_2,l_2p_2}(k_0^{(2)},t)\hat{a}_{\sigma_3,l_3,p_3}(k_0^{(3)},t)\hat{a}_{\sigma_4,l_4,p_4}(k_0^{(4)},t)e^{i(-k_0^{(1)}-k_0^{(2)}+k_0^{(3)}+k_0^{(4)})z}\times$$
$$\times LG^*_{l_1,p_1}(\rho,\varphi,z;k_0^{(1)})LG^*_{l_2,p_2}(\rho,\varphi,z;k_0^{(2)})LG_{l_3,p_3}(\rho,\varphi,z;k_0^{(3)})LG_{l_4,p_4}(\rho,\varphi,z;k_0^{(4)}).$$

Вводя обозначение

$$LG_{l,p}(\rho,\varphi,z;k_0) = LG_{l,p}(\rho,z;k_0)e^{il\varphi}, \tag{19}$$

Получаем в одночастотном приближении:

$$\begin{aligned} H_{int} &= \frac{1}{4}(ck_0)^4\left(\frac{\hbar}{16\pi^3\varepsilon_0 ck_0}\right)^2\int dzd\rho d\varphi\rho\chi^{(3)}(\rho,\varphi,z)\times \\ &\times\sum_{l_1,l_2,l_3,l_4}\{\hat{a}_{\sigma,l_1,p}(k_0)\hat{a}_{\sigma,l_2,p}(k_0)\hat{a}^+_{\sigma,l_3,p}(k_0)\hat{a}^+_{\sigma,l_4,p}(k_0)e^{i(l_1+l_2-l_3-l_4)\varphi}\times \\ &\times LG_{l_1,p}(\rho,z;k_0)LG_{l_2,p}(\rho,z;k_0)LG^*_{l_3,p}(\rho,z;k_0)LG^*_{l_4,p}(\rho,z;k_0)+ \\ &+\hat{a}_{\sigma,l_1,p}(k_0,t)\hat{a}^+_{\sigma,l_2,p}(k_0,t)\hat{a}_{\sigma,l_3,p}(k_0,t)\hat{a}^+_{\sigma,l_4,p}(k_0,t)e^{i(l_1-l_2+l_3-l_4)\varphi}\times \\ &\times LG_{l_1,p}(\rho,\varphi,z;k_0)LG^*_{l_2,p}(\rho,\varphi,z;k_0)LG_{l_3,p}(\rho,\varphi,z;k_0)LG^*_{l_4,p}(\rho,\varphi,z;k_0)+ \\ &+\hat{a}_{\sigma,l_1,p}(k_0,t)\hat{a}^+_{\sigma,l_2,p}(k_0,t)\hat{a}_{\sigma,l_3,p}(k_0,t)\hat{a}^+_{\sigma,l_4,p}(k_0,t)e^{i(l_1-l_2-l_3+l_4)\varphi}\times \\ &\times LG_{l_1,p}(\rho,\varphi,z;k_0)LG^*_{l_2,p}(\rho,\varphi,z;k_0)LG^*_{l_3,p}(\rho,\varphi,z;k_0)LG_{l_4,p}(\rho,\varphi,z;k_0)+ \\ &+\hat{a}^+_{\sigma,l_1,p}(k_0,t)\hat{a}^+_{\sigma,l_2,p}(k_0,t)\hat{a}_{\sigma,l_3,p}(k_0,t)\hat{a}_{\sigma,l_4,p}(k_0,t)e^{-i(l_1+l_2-l_3-l_4)\varphi}\times \\ &\times LG^*_{l_1,p}(\rho,\varphi,z;k_0)LG^*_{l_2,p}(\rho,\varphi,z;k_0)LG_{l_3,p}(\rho,\varphi,z;k_0)LG_{l_4,p}(\rho,\varphi,z;k_0)\}. \end{aligned} \tag{20}$$

При использовании в резонаторе спиральной фазовой пластины [6, 7] можно получить восприимчивость в виде

$$\chi^{(3)}(\rho,\varphi,z) = e^{i\Delta l\varphi}\chi^{(3)}(\rho,z). \tag{21}$$

Если образец помещен в резонатор, выделяющий моды с определенными орбитальными моментами l_1, l_2 и $l_2+\Delta l_2$, то формулу (20) можно привести к виду:

$$H_{int} = G^{l_1}_{l_2,l_2+\Delta l_2}a^+_{l_1}a_{l_1}a^+_{l_2}a_{l_2+\Delta l_2} + G^{l_1*}_{l_2,l_2+\Delta l_2}a^+_{l_1}a_{l_1}a^+_{l_2+\Delta l_2}a_{l_2}, \tag{22}$$

где конкретный вид коэффициентов $G^{l_1}_{l_2,l_2+\Delta l_2}$ зависит от способа выделения орбитальных моментов l_1, l_2 и $l_2+\Delta l_2$ в резонаторе. Это выделение может осуществляться путем помещения фильтров углового момента [8, 9] в резонатор или за счет использования резонаторов сферической формы при заданных определенных направлениях ввода—вывода излучения [10].

Далее будем рассматривать два фотонных квантовых бита, динамика которых определяется гамильтонианом (22). Один из них – контролирующий физический кубит, задающийся суперпозиций состояний с наличием или отсутствием фотона с угловым мометром l_1, а второй – контролируемый логический кубит в виде фотона, находящегося в суперпозиции состояний с угловыми моментами l_2 и $l_2+\Delta l_2$.

УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Рассмотрим в качестве динамических переменных операторы уничтожения фотонов с угловыми моментами l_2 и $l_2+\Delta l_2$. В рамках формализма ввода—вывода [3], учитывающего связь резонатора и окружения с постоянной связи γ, для них можно записать следующие уравнения:

$$\frac{d}{dt}a_{l_2}(t) = -\frac{i}{\hbar}\left[a_{l_2}(t),H\right] - \frac{\gamma}{2}a_{l_2}(t) + \sqrt{\gamma}a_{l_{2,IN}}(t), \tag{23}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}a_{l_2+\Delta l_2}(t) &= -\frac{i}{\hbar}\left[a_{l_2+\Delta l_2}(t),H\right] - \\ &-\frac{\gamma}{2}a_{l_2+\Delta l_2}(t) + \sqrt{\gamma}a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}(t).\end{aligned} \tag{24}$$

Используя гамильтониан (22), получаем

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}a_{l_2}(t) &= -i\omega_0 a_{l_2}(t) - i\kappa a_{l_2+\Delta l_2}(t)n_{l_1} - \\ &-\frac{\gamma}{2}a_{l_2}(t) + \sqrt{\gamma}a_{l_{2,IN}}(t),\end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}a_{l_2+\Delta l_2}(t) &= -i\omega_0 a_{l_2+\Delta l_2}(t) - i\kappa a_{l_2}(t)n_{l_1} - \\ &-\frac{\gamma}{2}a_{l_2+\Delta l_2}(t) + \sqrt{\gamma}a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}(t),\end{aligned} \tag{26}$$

где $\kappa = \frac{1}{\hbar}G^{l_1}_{l_2,l_2+\Delta l_2}$, $n_{l_1} = a^+_{l_1}a_{l_1}$. Проводя фурье-преобразование, находим

$$\begin{aligned}-i\omega a_{l_2}(\omega) &= -i\omega_0 a_{l_2}(\omega) - i\kappa a_{l_2+\Delta l_2}(\omega)n_{l_1} - \\ &-\frac{\gamma}{2}a_{l_2}(\omega) + \sqrt{\gamma}a_{l_{2,IN}}(\omega),\end{aligned} \tag{27}$$

$$-i\omega a_{l_2+\Delta l_2}(\omega) = -i\omega_0 a_{l_2+\Delta l_2}(\omega) - i\kappa a_{l_2}(\omega)\, n_{l_1} - \frac{\gamma}{2} a_{l_2+\Delta l_2}(\omega) + \sqrt{\gamma} a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}(\omega), \tag{28}$$

откуда

$$a_{l_2}(\omega) = \frac{-i\kappa n_{l_1}\sqrt{\gamma} a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}(\omega) + \sqrt{\gamma}\left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega-\omega_0)\right) a_{l_{2,IN}}(\omega)}{\left(\kappa n_{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega-\omega_0)\right)^2}, \tag{29}$$

$$a_{l_2+\Delta l_2}(\omega) = \frac{-i\kappa n_{l_1}\sqrt{\gamma} a_{l_{2,IN}}(\omega) + \sqrt{\gamma}\left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega-\omega_0)\right) a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}(\omega)}{\left(\kappa n_{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega-\omega_0)\right)^2}. \tag{30}$$

Используя соотношения

$$a_{l_{2,IN}}(\omega) + a_{l_{2,OUT}}(\omega) = \sqrt{\gamma} a_{l_2}(\omega), \tag{31}$$

$$a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}(\omega) + a_{l_2+\Delta l_{2,OUT}}(\omega) = \sqrt{\gamma} a_{l_2+\Delta l_2}(\omega), \tag{32}$$

будем иметь

$$a_{l_{2,OUT}}(\omega) = \frac{i\kappa n_{l_1}\gamma a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}}{\left(\kappa n_{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega-\omega_0)\right)^2} - \frac{\left\{\left(\kappa n_{l_1}\right)^2 - \left(\frac{\gamma^2}{4} + (\omega-\omega_0)^2\right)\right\} a_{l_{2,IN}}(\omega)}{\left(\kappa n_{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega-\omega_0)\right)^2}, \tag{33}$$

$$a_{l_2+\Delta l_{2,OUT}}(\omega) = \frac{i\kappa n_{l_1}\gamma a_{l_{2,IN}}(\omega)}{\left(\kappa n_{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega-\omega_0)\right)^2} + \frac{\left\{\frac{\gamma^2}{4} - \left(\kappa n_{l_1}\right)^2 + (\omega-\omega_0)^2\right\} a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}(\omega)}{\left(\kappa n_{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\omega-\omega_0)\right)^2}. \tag{34}$$

Волновые функции можно записать как

$$\psi_{IN} = \sum_n^{0,1}\int_{-\infty}^{\infty} C_1(\omega)\, a_{l_{2,IN}}^{(n)+}(\omega)\left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|n\right\rangle_{l_1} d\omega + \sum_n^{0,1}\int_{-\infty}^{\infty} C_2(\omega)\, a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}^{(n)+}(\omega)\left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|n\right\rangle_{l_1} d\omega = \psi_{IN}^{(0)} + \psi_{IN}^{(1)}, \tag{35}$$

$$\psi_{OUT} = \sum_n^{0,1}\int_{-\infty}^{\infty} C_1(\omega)\, a_{l_{2,OUT}}^{(n)+}(\omega)\left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2} \times \left|n\right\rangle_{l_1} d\omega + \sum_n^{0,1}\int_{-\infty}^{\infty} C_2(\omega)\, a_{l_2+\Delta l_{2,OUT}}^{(n)+}(\omega)\left|0\right\rangle_{l_{2,IN}} \times \left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|n\right\rangle_{l_1} d\omega = \psi_{OUT}^{(0)} + \psi_{OUT}^{(1)}. \tag{36}$$

Считая, что

$$a_{l_{2,OUT}}^{(n)+}(\omega) = a_{l_{2,OUT}}^{(n)+}\,\delta(\omega-\omega_0), \tag{37}$$

$$a_{l_2+\Delta l_{2,OUT}}^{(n)+}(\omega) = a_{l_2+\Delta l_{2,OUT}}^{(n)+}\,\delta(\omega-\omega_0), \tag{38}$$

получим

$$\psi_{OUT}^{(n)} = C_1(\omega_0) \times \left\{\frac{i\kappa n_{l_1}\gamma a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}^{+}(\omega_0)}{\left(\kappa n_{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} - \frac{\left\{\left(\kappa n_{l_1}\right)^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2\right\} a_{l_{2,IN}}^{+}(\omega_0)}{\left(\kappa n_{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}\right\} \times \left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|n\right\rangle_{l_1} + C_2(\omega_0) \times \left\{\frac{i\kappa n_{l_1}\gamma a_{l_{2,IN}}^{+}(\omega_0)}{\left(\kappa n_{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} + \frac{\left\{\frac{\gamma^2}{4} - \left(\kappa n_{l_1}\right)^2\right\} a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}^{+}(\omega_0)}{\left(\kappa n_{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}\right\} \times \left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|n\right\rangle_{l_1}, \tag{39}$$

При выполнении условия $\kappa = \frac{\gamma}{2}$ получим

$$\begin{aligned}\psi_{OUT} &= C_1(\omega_0) a_{l_{2,IN}}^{+}(\omega_0)\left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|0\right\rangle_{l_1} + \\ &+ C_2(\omega_0) a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}^{+}(\omega_0)\left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|0\right\rangle_{l_1} + \\ &+ iC_1(\omega_0) a_{l_2+\Delta l_{2,IN}}^{+}(\omega_0)\left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|1\right\rangle_{l_1} + iC_2(\omega_0) a_{l_{2,IN}}^{+}(\omega_0)\left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|1\right\rangle_{l_1}.\end{aligned} \tag{40}$$

Осуществляя операцию фазового сдвига контролирующего кубита на $-\pi/2$, окончательно получим

$$\begin{gathered}\psi_{FIN} = C_1(\omega_0)a^{+}_{l_{2,IN}}(\omega_0)\left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|0\right\rangle_{l_1} + \\ + C_2(\omega_0)a^{+}_{l_2+\Delta l_{2,IN}}(\omega_0)\left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|0\right\rangle_{l_1} + \\ + C_1(\omega_0)a^{+}_{l_2+\Delta l_{2,IN}}(\omega_0)\left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|1\right\rangle_{l_1} + C_2(\omega_0)a^{+}_{l_{2,IN}}(\omega_0)\left|0\right\rangle_{l_{2,IN}}\left|0\right\rangle_{l_2+\Delta l_2}\left|1\right\rangle_{l_1},\end{gathered} \tag{41}$$

что соответствует операции CNOT, так как коэффициенты при состояния контролируемого кубита меняются или не меняются местами в зависимости от состояния контролирующего кубита.

Следует заметить, что выполнение операции CNOT на фотонных кубитах с вполне определенными угловыми моментами оказалось возможным благодаря введению в резонатор дополнительных элементов преобразования и селекции углового момента, однако возможно, что более эффективной является реализация этого процесса за счет специальной организации исходной нелинейности при рассеянии фотонов на атомах с соответствующими значениями электронного или ядерного спинового момента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, показано, что на основе четырехволнового смешения в резонаторе возможна эффективная реализация квантового логического вентиля контролируемого отрицания на фотонных кубитах с кодированием по орбитальному угловому моменту. Получены условия согласования параметров, обеспечивающие эффективную работу вентиля. Дополняя предложенную схему вентиля контролируемого отрицания схемами однокубитовых операций для фотонных кубитов на основе элементов сдвига фазы, делителей пучка и спиральных фазовых пластин, можно построить эффективную схему детерминированного многокубитового фотонного квантового компьютера на основе полного набора квантовых операций в пространстве состояний углового момента.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 18-29-20091).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *D'Ariano G.M., Macchiavello C., Maccone L.* // Fortschr. Phys. 2000. V. 48. P. 573.
2. *Андрианов С.Н., Калачев А.А., Шиндяев О.П., Шкаликов А.В.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 3. С. 428; *Andrianov S.N., Kalachev A.A., Shindyaev O.P., Shkalikov A.V.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. № 3. P. 381.
3. *Walls D.F., Milburn G.J.* Quantum optics. Berlin: Springer-Verlag, 1994. 424 p.
4. *Calvo G.F., Picón A., Bagan E.* // Phys. Rev. 2006. V. 73. Art. № 013805.
5. *Feng S., Winful H.G.* // Opt. Lett. 2001. V. 26. P. 485.
6. *Padgett M., Allen L.* // Contemp. Phys. 2000. V. 41. P. 275.
7. *Rotschild C., Zommer S., Moed S. et al.* // Appl. Opt. 2004. V. 4. P. 2397.
8. *Huang H., Ren Y., Xie G. et al.* // Opt. Lett. 2014. V. 3. P. 1689.
9. *Zhu Z.-H., Sheng L.-W., Lv Z.-W. et al.* // Sci. Rep. 2017. V. 7. P. 40526.
10. *Matsko A.B., Savchenkov A.A., Strekalov D., Maleki L.* // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. Art. № 143904.