

УДК 535.14

ЭВОЛЮЦИЯ КВАНТОВЫХ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ СВЕТА В КРИСТАЛЛАХ С РЕГУЛЯРНОЙ ДОМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

© 2020 г. А. В. Белинский¹, Р. Сингх¹, *

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, физический факультет, Москва, Россия

*E-mail: ranjit.singh@mail.ru

Поступила в редакцию 20.09.2019 г.

После доработки 15.11.2019 г.

Принята к публикации 27.11.2019 г.

Исследована эволюция ортогонально-поляризационных мод света в кристаллах с регулярной доменной структурой и квадратичной нелинейностью. Численно получены результаты квантового описания для больших длин взаимодействия. Установлено, что корреляционные коэффициенты второго порядка и степень поляризации по длине взаимодействия изменяются немонотонно. Показано, что степень поляризации ортогонально-поляризационных мод отлична от нуля. Обнаружено, что степень перепутанности изменяется немонотонно.

DOI: 10.31857/S0367676520030072

ВВЕДЕНИЕ

Обычно для приготовления квантовых поляризационных состояний света используются монодоменные нелинейные оптические кристаллы с квадратичной и кубической нелинейностью [1–9], но в последнее время растет интерес и к кристаллам с регулярной доменной структурой (РДС) [10–12]. Он связан с тем, что появляется дополнительная возможность реализации того или иного типа фазового синхронизма. В результате в одном и том же кристалле одновременно могут происходить различные нелинейные процессы, например, параметрическое рассеяние света и генерация суммарных гармоник.

Квантовые поляризационные характеристики света играют важную роль в задачах квантовой оптики и информатики. Обычно для изучения поляризационных характеристик света применяются наблюдаемые операторы Стокса, Джонса и их дисперсии. В работе [10] были рассмотрены параметрический процесс и суммарная генерация вырожденных мод в РДС-кристалле в приближении заданного поля, когда мода накачки $2\omega_e$ на частоте $2\omega_e$ не истощается, и были получены аналитические решения для систем линеаризованных операторных уравнений движения. В данной работе при расчетах используется более точный метод диагонализации гамильтониана взаимодействия [11], с использованием которого были вычислены коэффициенты корреляции между парными модами, степень поляризации и перепутанности. Метод позволяет анализировать квантовые статистиче-

ские характеристики всех взаимодействующих мод на любых длинах взаимодействия.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В РДС-КРИСТАЛЛЕ И ИХ ОПИСАНИЕ

Рассмотрим 4 плоские монохроматические моды с кратными частотами ω_{1o} , ω_{1e} , $2\omega_{2e}$, $3\omega_{3e}$, характеризующиеся операторами уничтожения фотона \hat{a}_{1o} , \hat{a}_{1e} , \hat{a}_{2e} и \hat{a}_{3e} , которые коллинеарно распространяются внутри РДС-кристалла с квадратичной нелинейностью. Операторы удовлетворяют стандартным коммутационным соотношениям: $[\hat{a}_{jp}, \hat{a}_{j'p'}^\dagger] = \delta_{jp, j'p'}$ ($p, p' = o$ – обыкновенная волна, и $p, p' = e$ – необыкновенная волна). Одновременно происходят два процесса: параметрическая генерация субгармоник (тип II) и преобразование частоты вверх за счет суммирования частот субгармоник с частотой накачки [10]:

$$2\omega_e = \omega_o + \omega_e, \quad \delta k_1 = k_{2e} - k_{1o} - k_{1e} + m_1 G_1 = \Delta k_1 + m_1 G_1, \quad (1a)$$

$$\omega_o + 2\omega_e = 3\omega_e, \quad \delta k_2 = k_{3e} - k_{1o} - k_{2e} + m_2 G_2 = \Delta k_2 + m_2 G_2, \quad (1b)$$

где k_{jp} – абсолютные значения волновых векторов соответствующих мод с частотами ω_{jp} ; $j = 1, 2, 3$; Δk_q – волновые расстройки соответствующего процесса для однородного кристалла; $q = 1, 2$; $m_q = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ – порядки квазисинхро-

низма; $G_q = 2\pi/\Lambda_q$ – волновое число (модуль “псевдовектора” решетки доменной структуры с периодом Λ_q). Выполнение условия квазисинхронизма в РДС-кристалле LiNbO_3 [10] для процессов (1a) и (1b) соответствует $\delta k_q = 0$.

Гамильтониан взаимодействия рассматриваемых процессов имеет вид [10]:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \hbar(\gamma_1 \hat{a}_{1o} \hat{a}_{1e} \hat{a}_{2e}^+ + \gamma_2 \hat{a}_{1o} \hat{a}_{2e} \hat{a}_{3e}^+) + \text{э.с.} \quad (2)$$

где \hbar – постоянная Планка, $\gamma_{1,2}$ – коэффициенты нелинейного взаимодействия, э.с. – эрмитово сопряжение. Это приближение плоских монохроматических мод при коллинеарном взаимодействии. Поперечная пространственная структура пучков при этом полагается однородной.

Выполним диагонализацию гамильтониана взаимодействия (2) и найдем его собственные векторы и собственные значения [11]. Затем вычислим оператор эволюции и матрицу плотности $\hat{\rho}(\zeta) = \hat{U}(\zeta) \hat{\rho}(0) \hat{U}^+(\zeta)$. Здесь $\hat{\rho}(0) = |\psi_0\rangle\langle\psi_0|$ – матрица плотности начального состояния для всех мод на входе РДС-кристалла. Для расчетов удобно ввести приведенную длину взаимодействия $\zeta = \gamma_1 z$ и безразмерный коэффициент нелинейного взаимодействия $\xi = \gamma_2/\gamma_1$. Результаты будут представлены далее.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ МОД

Для изучения поляризационных характеристик ортогональных мод $1o$ и $1e$ вычисляются, как это принято [1–6, 8, 11, 12], значения среднего числа фотонов

$$N_{jp}(\zeta) = \langle \hat{a}_{jp}^+(\zeta) \hat{a}_{jp}(\zeta) \rangle,$$

коэффициентов корреляции фотонов между разными модами

$$g_{j'p',jp}^{(2)}(\zeta) = \frac{\langle \hat{a}_{j'p'}^+(\zeta) \hat{a}_{jp}(\zeta) \hat{a}_{j'p'}^+(\zeta) \hat{a}_{jp}(\zeta) \rangle}{N_{j'p'}(\zeta) N_{jp}(\zeta)}, \quad (3.1)$$

и $g_{j'p',jp}^{(2)}(\zeta)$ без нормировочного множителя $(N_{jp}(\zeta) N_{j'p'}(\zeta))$

$$g_{j'p',jp}^{(2)'}(\zeta) = \langle \hat{a}_{j'p'}^+(\zeta) \hat{a}_{jp}(\zeta) \hat{a}_{j'p'}^+(\zeta) \hat{a}_{jp}(\zeta) \rangle, \quad (3.2)$$

среднего значения операторов Стокса

$$\hat{S}_{0,1}(\zeta) = \hat{a}_{1o}^+(\zeta) \hat{a}_{1o}(\zeta) \pm \hat{a}_{1e}^+(\zeta) \hat{a}_{1e}(\zeta),$$

$$\hat{S}_2(\zeta) = \hat{a}_{1o}^+(\zeta) \hat{a}_{1e}(\zeta) + \hat{a}_{1e}^+(\zeta) \hat{a}_{1o}(\zeta),$$

$$\hat{S}_3(\zeta) = i \hat{a}_{1e}^+(\zeta) \hat{a}_{1o}(\zeta) - \hat{a}_{1o}^+(\zeta) \hat{a}_{1e}(\zeta),$$

степени поляризации взаимодействующих ортогональных мод [5, 8]

$$PoD(\zeta) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^3 \hat{S}_k(\zeta)^2}{\sum_{k=1}^3 \hat{S}_k^2(\zeta)}}. \quad (4)$$

Операторы Стокса $\hat{S}_{0,1,2,3}(\zeta)$ удовлетворяют следующим коммутационным соотношениям:

$$[\hat{S}_0(\zeta), \hat{S}_j(\zeta)] = 0, \quad [\hat{S}_j(\zeta), \hat{S}_k(\zeta)] = 2i \hat{S}_l(\zeta), \\ (j, k, l = 1, 2, 3).$$

Соотношение неопределенности для операторов Стокса имеет вид

$$\Delta \hat{S}_j^2(\zeta) \Delta \hat{S}_k^2(\zeta) \geq |\hat{S}_l(\zeta)|^2, \quad (j \neq k \neq l).$$

МЕРЫ ПЕРЕПУТАННОСТИ МЕЖДУ МОДАМИ

Для определения степени перепутанности рассматриваются разные меры перепутанности [14–22], например, конкарренс (concurrence), параметр Шмидта, энтропия фон Неймана. Их можно применять в соответствии с удобством вычисления и особенностями рассматриваемой физической задачи. В данной работе рассматриваются параметр Шмидта и энтропия фон Неймана. Формулы для вычисления значения параметра Шмидта [9, 16, 17] и энтропии фон Неймана [14, 15, 18–21] имеют следующий вид

$$K = \frac{1}{\sum \eta_m^2}, \quad (5)$$

$$S = -\sum \eta_m \log_2 \eta_m, \quad (6)$$

где η_m – собственные значения редуцированной матрицы плотности $\hat{\rho}_{1o}(\zeta)$.

Для вычисления значения мер перепутанности (5), (6) между поляризационными модами $1o$ и $(1e, 2e, 3e)$ необходимо вычислить матрицу плотности полной системы $\hat{\rho}(\zeta)$, которая будет зависеть от приведенной длины взаимодействия ζ . Затем нужно редуцировать ее последовательно по подсистемам мод $3e, 2e$ и $1e$. В результате получим редуцированную матрицу плотности $\hat{\rho}_{1o}(\zeta)$ подсистемы $1o$. Далее необходимо найти собственные значения редуцированной матрицы подсистемы $1o$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Расчеты проводили при, $\xi = 0.7$, а на входе ($\zeta = 0$) РДС-кристалла моды $1o, 1e$ и $3e$ полагали в вакуумном состоянии $|0\rangle$, накачка $2e$ – в коге-

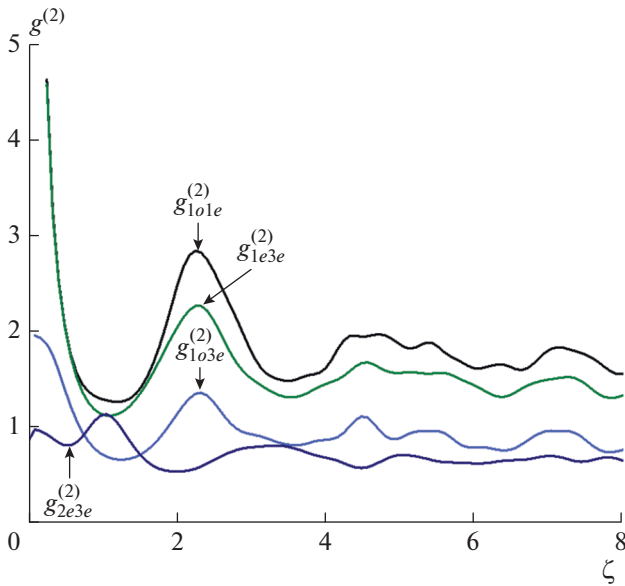


Рис. 1. Коэффициент корреляции $g^{(2)}$, когда мода $2e$ истощалась и находилась в когерентном состоянии, а другие моды $1o, 1e, 3e$ — в вакуумном состоянии.

рентном состоянии со средним числом фотонов $|\alpha_{2e}|^2 = 6$ и фазой $\varphi_{2e} = \pi/3$, т.е., $|\Psi_0\rangle = |0\rangle|0\rangle|\alpha_{2e}\rangle|0\rangle$.

Отметим, что в случае РДС-кристалла обнаружена сильная (>1) корреляция (3.1) между разными поляризационными парными модами ($1e, 1o$),

($1e, 3e$), ($1o, 3e$) и ($2e, 3e$) при определенных длинах взаимодействий и начальных условиях (см. рис. 1). Корреляции между остальными модами ($1o, 2e$) и ($1e, 2e$) < 1 , поэтому они опущены. Дополнительную корреляцию между модами ($1e, 3e$), ($1o, 3e$) и ($2e, 3e$) можно использовать для обработки и восстановления фантомных изображений, а в монодоменных кристаллах она отсутствует.

В монодоменных кристаллах степень поляризации равна нулю за счет существования только одного процесса (1a) и неопределенности фазы между модами $1o$ и $1e$. При этом среднее значение фотонов в модах $1o$ и $1e$ равны, но средние значения операторов Стокса при вырожденном параметрическом рассеянии (1a) для монодоменного кристалла нулевые ($\hat{S}_{1,2,3} = 0$), и в результате степень поляризации также равна нулю. В рассматриваемом РДС-кристалле значение степени поляризации (4) не равно нулю и имеет немонотонный характер (рис. 2). Это связано с тем, что задействованы два процесса (1a и 1b), и $\hat{S}_1 \neq 0$, $\hat{S}_{2,3} = 0$. Кроме неопределенности фазы между модами $1o$ и $1e$, существенный вклад в поляризацию вносит процесс (1b), и степень поляризации становится отличной от нуля (рис. 2).

Рисунок 3 иллюстрирует динамику степени перепутанности. Видно, что поведение кривых похоже для параметров (5) и (6). Поэтому достаточно описать поведение одного. Почти осциллирующий характер кривых иллюстрируют то, что

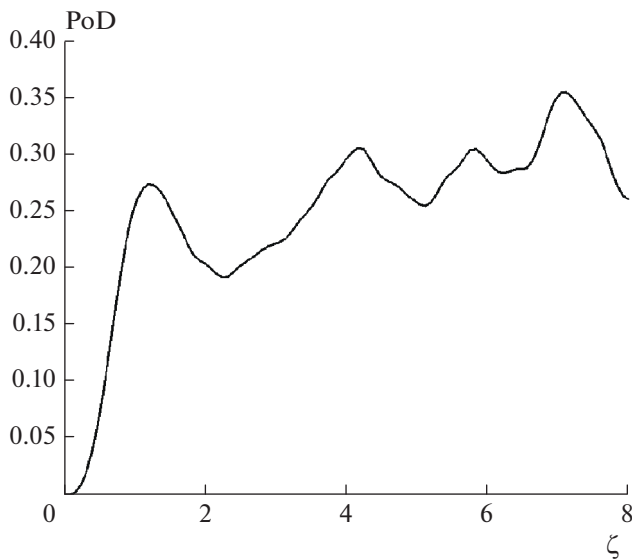


Рис. 2. Степень поляризации (PoD) мод $1o, 1e$, когда мода $2e$ истощалась и находилась в когерентном состоянии, а другие моды $1o, 1e, 3e$ — исходно в вакуумном состоянии.

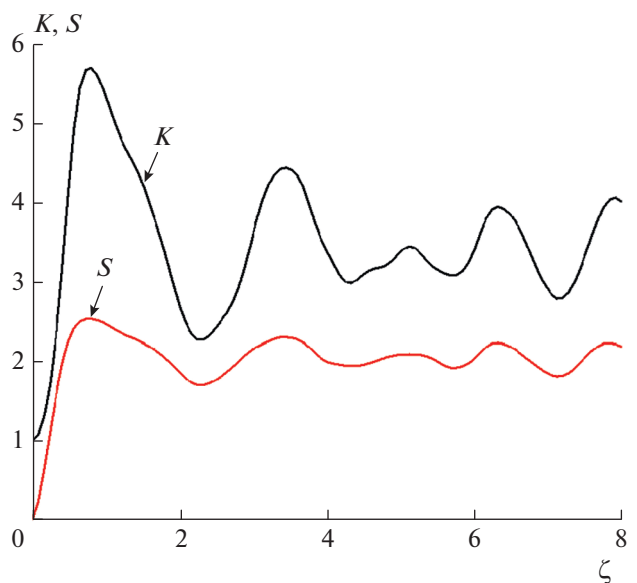


Рис. 3. Степень перепутанности мод $1o$ и ($1e, 2e, 3e$), когда мода $2e$ истощалась и находилась в когерентном состоянии, а другие моды $1o, 1e, 3e$ — исходно в вакуумном состоянии.

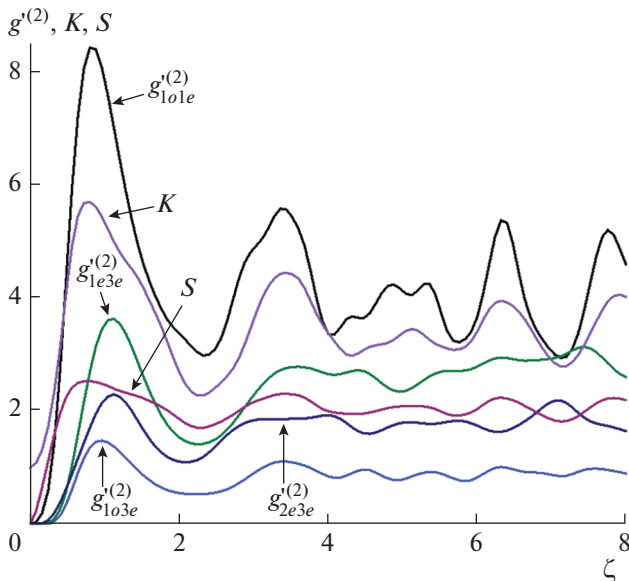


Рис. 4. Зависимости для корреляций $g^{(2)}$ (без нормировочного множителя) и степени перепутанности мод $1o$ и $(1e, 2e, 3e)$, когда мода $2e$ истощалась и находилась в когерентном состоянии, а другие моды $1o, 1e, 3e$ — исходно в вакуумном состоянии.

значения степени перепутанности зависят от приведенной длины взаимодействия при рассматриваемых начальных условиях. Отметим, что K — параметр Шмидта для перепутанных состояний >1 , для неперепутанных — единица, а энтропия фон Неймана, соответственно, положительна (для перепутанных) или равна нулю (для неперепутанных).

На рис. 4 показаны зависимости для $g^{(2)}$ (3.2) и степени перепутанности, которые весьма похожи. Осциллирующий характер кривых связан с конкуренцией между процессами $1a$ и $1b$.

Дополнительная корреляция между модами $(1o, 3e), (1e, 3e)$, степень поляризации и степень перепутанности могут потенциально расширить возможность восстановления фантомных изображений с помощью методов поляриметрии [12, 13] и также в протоколах квантовой криптографии, в частности, BB84 и E91.

Учет истощения накачки по сравнению с работой [10] позволяет описывать новые эффекты, связанные с осциллирующим характером зависимостей для эволюции поляризационных характеристик излучения по длине взаимодействия. Напомним, что в [10] обнаружено одновременное подавление дисперсий всех операторов Стокса в случае, когда мода $2e$ полагалась

неистощимой, а $3e$ на входе была в вакуумном состоянии, моды $1o, 1e$ — в когерентном состоянии со средним числом фотонов 1. В [10] не были исследованы коэффициенты корреляции мод, степень поляризации и степень перепутанности. В данной работе нам удалось восполнить эти пробелы и обобщить алгоритм расчета на случай истощающейся накачки.

По-видимому, используемая при расчетах интенсивность накачки (6 фотонов на моду) является недостаточной для полномасштабного изучения эволюции излучения в нелинейной среде. К сожалению, имеющиеся компьютерные мощности не позволили исследовать более приближенные к реальности начальные условия. Однако описанный алгоритм расчета принципиально пригоден для любой интенсивности излучения. Кроме того, намеченные тенденции сохраняются при увеличении числа фотонов на моду накачки, например, от 3 до 6. Вероятно они сохранятся и при более интенсивной накачке.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 18-01-00598А).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чиркин А.С., Орлов А.А., Паращук Д.Ю. // Квант. электрон. 1993. Т. 20. № 10. С. 999.
2. Карасев В.П., Масалов А.В. // Опт. и спектроск. 1993. Т. 74. № 6. С. 928.
3. Chirkin A.S., Beskrovnyi V.N. // Las. Opt. 1998. V. 8. № 3. P. 709.
4. Соколов А.Л., Масалов А.В. // Опт. и спектроск. 2011. Т. 111. № 6. С. 883.
5. Чиркин А.С. // Опт. и спектроск. 2015. Т. 119. № 3. С. 397; Chirkin A.S. // Opt. Spectrosc. 2015. V. 119. № 3. P. 371.
6. Бушев П.А., Карасев В.П., Масалов А.В. и др. // Опт. и спектроск. 2001. Т. 91. № 4. С. 558; Bushev P.A., Karassiov V.P., Masalov A.V. et al. // Opt. Spectrosc. 2001. V. 91. № 4. P. 526.
7. Карасев В.П., Масалов А.В. // ЖЭТФ. 2004. Т. 126. № 1. С. 63; Karassiov V.P., Masalov A.V. // JETP. 2004. V. 99. P. 51.
8. Алоджанц А.П., Аракелян С.М., Чиркин А.С. // ЖЭТФ. 1995. Т. 108. № 1. С. 63.
9. Fedorov M.V., Volkov P.A., Mikhailova J.M. et al. // New J. Phys. 2011. V. 13. Art. № 083004.
10. Dmitriev V.G., Singh R. // Int. J. Quant. Inform. 2003. V. 1. № 3. P. 403.
11. Белинский А.В., Сингх Р. // Квант. электрон. 2018. Т. 48. № 7. С. 611; Belinsky A.V., Singh R. // Quant. Electron. 2018. V. 48. № 7. P. 611.
12. Чиркин А.С. // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 103. № 4. С. 309; Chirkin A.S. // JETP Lett. 2016. V. 103. P. 282.
13. Chirkin A.S., Gostev P.P., Agapov D.P. et al. // Las. Phys. Lett. 2018. V. 15. № 11. Art. № 115404.

14. *Chirkin A.S.* // J. Opt. B. 2002. V. 4. № 3. P. S9.
15. *Nikandrov A.V., Chirkin A.S.* // J. Russ. Las. Res. 2002. V. 23. № 1. P. 81.
16. *Fedorov M.V., Volkov P.A., Mikhailova J.M.* // Phys. Rev. A. 2011. V. 84. Art. № 032335.
17. *Fedorov M.V., Volkov P.A., Mikhailova J.M.* // Phys. Rev. A. 2008. V. 78. Art. № 062327.
18. *Баргатын И.В., Гришанин Б.А., Задков В.Н.* // УФН. 2001. Т. 171. № 6. С. 625; *Bargatin I.V., Grishanin B.A., Zadkov V.N.* // Phys. Usp. 2001. V. 44. P. 597.
19. *Кадомяцев Б.Б.* Динамика и информация. М.: УФН, 1997. 397 с.
20. *Валиев К.А.* // УФН. 2005. Т. 175. № 1. С. 3; *Valiev K.A.* // Phys. Usp. 2005. V. 48. № 1. P. 1.
21. *Кулин С.Я.* // УФН. 1999. Т. 169. № 5. С. 507; *Kilin S.Ya.* // Phys. Usp. 1999. V. 42. № 5. P. 435.
22. *Wootters W.K.* // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. № 10. P. 2245.