

УДК 531,530.145

АТОМ-АТОМНОЕ ПЕРЕПУТЫВАНИЕ В НЕРЕЗОНАНСНОЙ ДВУХФОТОННОЙ МОДЕЛИ ТАВИСА–КАММИНГСА

© 2020 г. М. О. Гусляникова¹, *, Е. К. Башкиров¹

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева”, Самара, Россия

*E-mail: Guslyannikova@list.ru

Поступила в редакцию 20.09.2019 г.

После доработки 15.11.2019 г.

Принята к публикации 27.11.2019 г.

Исследовано перепутывание двух идентичных двухуровневых атомов (кубитов), нерезонансно взаимодействующих с тепловым полем одномодового идеального резонатора посредством эффективных вырожденных двухфотонных переходов. На основе точного решения для зависящей от времени матрицы плотности вычислена отрицательность как мера перепутывания атомов. Исследовано влияние расстройки частот атомов и удвоенной частоты поля резонатора на динамику перепутывания кубитов в случае сепарабельных и перепутанных начальных состояний атомов.

DOI: 10.31857/S0367676520030138

ВВЕДЕНИЕ

Квантовые нелокальные корреляции или перепутанность имеют первостепенное значение в квантовой информатике. В последние годы появилось большое число экспериментальных и теоретических работ, в которых исследовались перепутанные состояния кубитов в различных физических системах [1]. При этом одной из наиболее важных задач при разработке эффективных протоколов функционирования квантовых компьютеров и квантовых сетей является задача управления и контроля перепутанными состояниями кубитов. Одним из наиболее перспективных способов решения такой задачи является использование взаимодействия кубитов с выделенными модами резонаторов в системах квантовой электродинамики резонаторов (РКЭД). В последние годы в РКЭД проведено большое число экспериментов, в которых изучалось перепутывание кубитов для нейтральных атомов, ионов в магнитных ловушках, сверхпроводящих цепей, квантовых точек и примесных спинов [1]. Теоретические исследования таких схем основаны на модели Джейнса–Каммингса (МДК) и ее обобщениях [2]. В последние годы рассматривались различные обобщения МДК, учитывающие возможность многофотонных переходов, наличие нескольких атомов и несколько рабочих уровней в атомах, многомодовых полей, диполь–дипольного взаимодействия атомов, наличие расстройки частот атомов и поля,

зависимость от времени и интенсивности констант атом–полевой связи, нелинейности Керра и другие. Многоатомное обобщение МДК обычно называют моделью Тависа–Каммингса (МТК).

В последнее время особое внимание в КЭД изучается экспериментальному и теоретическому изучению двухфотонных МТК. Такой интерес к двухфотонным процессам инициирован экспериментальной реализацией двухфотонного мазера [3]. Для теоретического описания таких систем необходимо использовать нелинейные версии МТК, в частности модели с двухфотонными переходами. Такие модели были с успехом использованы для описания экспериментов в РКЭД для ионов в ловушках Пауля [4], нейтральных атомов [5], квантовых точек [6] и в сверхпроводящих цепях [7]. Двухфотонная модель Тависа–Каммингса успешно применялась также и для описания перепутывания сверхпроводящих кубитов в копланарном резонаторе [8]. В ряде недавних работ (см. ссылки в [9]) изучалась возможность генерации перепутанных состояний в двухатомных однофотонных и двухфотонных МТК с тепловым полем резонатора. В связи с этим в настоящей работе мы исследуем динамику перепутывания двух естественных или искусственных атомов, взаимодействующих посредством двухфотонных переходов с модой теплового поля идеального резонатора в рамках двухатомной двухфотонной модели Тависа–Каммингса.

МОДЕЛЬ И ЕЕ ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ

Будем исследовать систему, состоящую из двух идентичных естественных или искусственных двухуровневых атомов (кубитов) с резонансной частотой перехода ω_0 взаимодействующих с квантовым электромагнитным полем в идеальном резонаторе посредством вырожденных двухфотонных переходов. Физически это могут быть ридберговские нейтральные атомы, ионы в ловушках Пауля, сверхпроводящие джозефсоновские кольца, примесные спины, квантовые точки и другие двухуровневые системы, взаимодействующие с микроволновыми полями резонаторов. Эффективный гамильтониан рассматриваемой системы в системе отсчета, вращающейся с удвоенной частотой моды поля резонатора 2ω , можно записать в виде

$$H = (1/2)\hbar\Delta(\sigma_1^z + \sigma_2^z) + \hbar g \sum_{i=1}^2 (\sigma_i^+ a^2 + a^{+2} \sigma_i^-), \quad (1)$$

где σ_i^z – оператор инверсии населенностей в i -ом атоме ($i = 1, 2$), $\sigma_i^- = |-\rangle_i \langle +|$ – повышающий и понижающий операторы в i -ом атоме, $|+\rangle_i$ и $|-\rangle_i$ – возбужденное и основное состояние двухуровневого i -ого атома, a^+ (a) – операторы рождения (уничтожения) фотонов резонаторной моды, g – константа эффективного двухфотонного взаимодействия атомов с полем резонатора, Δ – расстройка частоты атомного перехода и удвоенной частоты резонаторной моды, равная $\Delta = \omega_0 - 2\omega$.

Мы исследовали динамику системы как для начального сепарабельного

$$|\Psi(0)\rangle_A = |+, -\rangle, \quad (2)$$

так и перепутанного состояния атомов Белловского типа

$$|\Psi(0)\rangle_A = \cos\theta |+, -\rangle + \sin\theta |-, +\rangle, \quad (3)$$

где θ – параметр, определяющий начальную степень перепутывания атомов ($0 \leq \theta \leq \pi$). Максимальной степени перепутывания атомов соответствует значение $\theta = \pi/4$. При этом предполагалось, что резонаторное поле находится в начальный момент времени в одномодовом тепловом состоянии с матрицей плотности

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle \langle n|,$$

где весовые коэффициенты

$$p_n = \bar{n}^n / (1 + \bar{n})^{n+1}.$$

Здесь \bar{n} – среднее число тепловых фотонов в резонаторе, равное $\bar{n} = [\exp(\hbar\omega_i/k_B T) - 1]^{-1}$, где k_B – постоянная Больцмана и T – температура резонатора.

Целью настоящей работы являлось исследование временной динамики атомного перепутывания для двухатомной (двухкубитной) двухфотонной модели Тависа–Каммингса. В настоящее время в квантовой информатике для описания степени перепутывания двухкубитных систем разработан ряд количественных критериев. Наиболее часто для расчетов используются: критерий Переса–Хорощеких или отрицательность [11, 12] и критерий Вуутерса или согласованность [13]. Для количественной оценки степени перепутывания атомов мы использовали отрицательность, которая может быть определена как

$$\varepsilon = -2 \sum \mu_i^-,$$

где μ_i^- – отрицательные собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита редуцированной атомной матрицы плотности ($\rho_A^{T_1}$). Перепутанным состояниям кубитов соответствуют значения параметра отрицательности $0 < \varepsilon \leq 1$.

В настоящей работе нами найдено точное решение квантового уравнения Лиувилля для полной временной матрицы плотности рассматриваемой системы $\rho(t)$ в представлении “одетых” состояний, т.е. собственных функций гамильтониана (1). Усредняя полную матрицу плотности по переменным поля, мы получили редуцированную временную матрицу плотности подсистемы кубитов $\rho_A(t) = Tr_F \rho(t)$ и частично транспонированную по переменным одного кубита редуцированную атомную матрицу плотности ($\rho_A^{T_1}$). В результате удалось получить аналитическое выражение для отрицательности.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты численного моделирования отрицательности представлены на рис. 1 и 2. Отрицательность для сепарабельного начального атомного состояния (2) показана на рис. 1 как функция безразмерного времени gt для малых расстройек частот атомов и удвоенной частоты резонаторного поля и фиксированного значения среднего числа фотонов $\bar{n} = 0.1$. Из рис. 1 видно, что увеличение безразмерного параметра расстройки $\delta = \Delta/g$ приводит к существенному увеличению максимальной степени перепутывания кубитов. Поскольку в работе рассматривалось тепловое поле резонатора с малым значением среднего числа фотонов ($\bar{n} = 0.1$), полученный результат хорошо согласуется с результатами работы [10]. В указанной работе предложена схема генерации двухчастичного максимально запутанного состояния двух атомов, приготовленных первоначально в сепарабельном состоянии $|+, -\rangle$

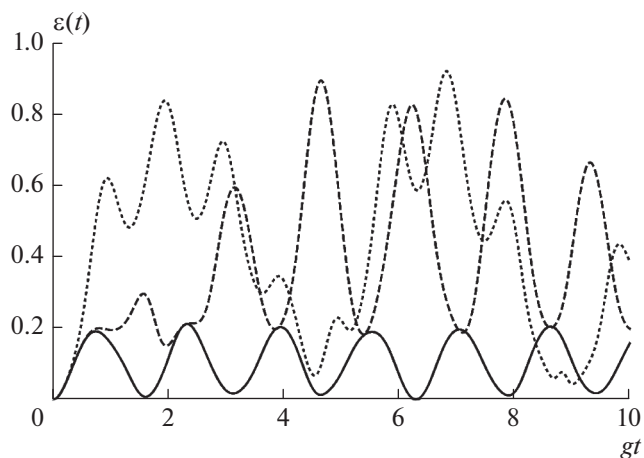


Рис. 1. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для начального сепарабельного атомного состояния (2). Безразмерный параметр расстройки $\delta = 0$ (сплошная линия), $\delta = 0.5$ (штриховая линия) и $\delta = 3$ (точечная линия). Среднее число тепловых фотонов $\bar{n} = 0.1$.

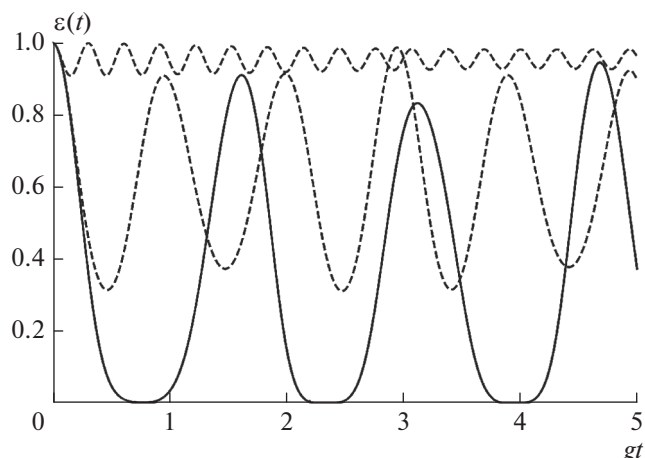


Рис. 2. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для перепутанного начального атомного состояния (4). Безразмерный параметр расстройки $\delta = 0$ (сплошная линия), $\delta = 5$ (штриховая линия) и $\delta = 20$ (точечная линия). Среднее число фотонов $\bar{n} = 1$.

и взаимодействующих посредством однофотонных переходов с модой вакуумного резонаторного поля с отстройкой. Для случая теплового поля резонатора аналогичный эффект в рамках двухатомной однофотонной модели Тависа—Каммингса теоретически предсказан в работе [11].

Временная зависимость отрицательности для перепутанного начального атомного состояния (3) представлена на рис. 2 для среднего числа фотонов $\bar{n} = 0.1$. Из рис. 2 хорошо видно, что включение расстройки частот атомов и удвоенной частоты поля при условии $\delta \gg 1$ существенно уменьшает амплитуды параметра перепутывания, т.е. приводит к стабилизации начального атомного перепутывания по отношению к флуктуациям, вызванным тепловым шумом. Таким образом, для рассматриваемой модели при условии $\delta \gg 1$, когда между атомами и модой поля отсутствует обмен энергией, возбужденная виртуальная среда резонатора не разрушает начальные атомные квантовые корреляции или перепутанность состояний атомов. Как показано в работе [12] аналогичный эффект имеет место для ридберговских атомов, приготовленных в белловских перепутанных состояниях, и последовательно пролетающих тепловой резонатор одноатомного лазера.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе мы исследовали влияние расстройки частот атомов и удвоенной частоты поля на перепутывание естественных или искусственных атомов, нерезонансно взаимодействующих посредством вырожденных двухфотонных переходов с тепловым одномо-

вым полем идеального резонатора. В качестве критерия перепутывания кубитов был выбран параметр Переса—Хородецких или отрицательность. В предствлении “одетых” состояний нам удалось найти точную временную матрицу плотности рассматриваемой системы для теплового состояния поля резонатора и различных состояний атомов и с ее помощью вычислить отрицательность. В результате было показано, что для сепарабельного начального состояния атомов (2) малые расстройки частот атомов и удвоенной частоты моды поля могут значительно увеличить степень перепутывания атомов, индуцированную тепловым полем резонатора. Для белловского перепутанного начального атомного состояния вида (3) включение значительной расстройки частот атомов и удвоенной частоты моды поля приводит к существенному уменьшению амплитуд колебаний отрицательности, т.е. ведет к стабилизации начального атомного перепутывания. Отстройка частоты атомов от частот мод поля резонатора может быть выполнено для многих типов кубитов, в частности для сверхпроводящих кубитов путем изменения магнитного поля. Таким образом, отстраивая частоты кубитов от частоты резонаторного поля для изначально перепутанных кубитов, мы можем значительно уменьшить амплитуды колебаний параметра перепутывания, возникающих за счет их взаимодействия с тепловыми фотонами резонатора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Buluta I., Ashab S., Nori F.* // Rep. Prog. Phys. 2011. V. 74. Art. № 104401.

2. *Shore B.W., Knight P.L.* // J. Mod. Opt. 1993. V. 40. P. 1195.
3. *Brune M., Raimond J.M., Goy P. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 1899.
4. *Vogel W., de Matos Filho R.L.* // Phys. Rev. 1995. V. 52. P. 4214.
5. *Kubanek A., Ourjoumtsev A., Schuster I. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 101. Art. № 203602.
6. *Kim H., Sridharan D., Shen T.C. et al.* // Opt. Exp. 2011. V. 19. P. 2589.
7. *Poletto S., Gambetta J.M., Merkel S.T. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 109. Art. № 240505.
8. *Campagne-Ibarcq P., Zalys-Geller E., Narla A. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2018. V. 120. Art. № 200501.
9. *Bashkirov E.K.* // Int. J. Theor. Phys. 2018. V. 57. P. 3761.
10. *Peres A.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. P. 1413.
11. *Horodecki R., Horodecki M., Horodecki P.* // Phys. Lett. A. 1996. V. 223. P. 333.
12. *Zheng S.-B.* // J. Phys. B. 2006. V. 39. P. 2505.
13. *Zhang B.* // Opt. Commun. 2010. V. 283. P. 4676.
14. *Bashkirov E.K., Mastyugina T.S.* // J. Phys. Conf. Ser. 2017. V. 929. Art. № 012087.