ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2020, том 84, № 3, с. 328–331

УДК 535.21,538.958,621.373.826

ДИСКРЕТНЫЙ ХАРАКТЕР СПИНОВОГО МОМЕНТА ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ ТОПОЛОГИЧЕСКОГО ИЗОЛЯТОРА

© 2020 г. А. И. Маймистов[1, *], Е. И. Ляшко[1]

[1]*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", Москва, Россия*

**E-mail: aimaimistov@gmail.com*

Поступила в редакцию 20.09.2019 г.
После доработки 15.11.2019 г.
Принята к публикации 27.11.2019 г.

Рассмотрен спиновый момент поверхностной волны, распространяющейся вдоль границы раздела диэлектрика и топологического изолятора. Компоненты вектора спинового момента образуют дискретное множество, что является следствием дискретности тологического числа, характеризующего топологический изолятор.

DOI: 10.31857/S0367676520030199

ВВЕДЕНИЕ

Изучение явлений, связных с угловым моментом электромагнитного поля, принадлежит фундаментальным задачам оптики, и может приводить к решению важных прикладных задач [1–12]. В интегральной оптике и плазмонике большую роль играют поверхностные волны, поэтому свойства углового момента таких волн активно изучаются [8–11]. Наблюдается интерес к оптическим явлениям в необычных средах, называемых топологическими изоляторами (ТИ). Для этих материалов характерен поверхностный магнитоэлектрический эффект [13], результатом которого является поворот векторов магнитного и электрического полей электромагнитной волны при пересечении границы раздела обычного диэлектрика и ТИ. По этой причине поверхностные волны содержат все три компоненты электрического и магнитного полей, и их поляризация может меняться по мере распространения волны.

Как для обычных диэлектриков, так и для ТИ, поверхностные волны существуют при условии, что одна из соприкасающихся сред обладает отрицательной диэлектрической проницаемостью. Данное условие выполняется для проводников, некоторых полупроводников и метаматериалов [14, 15] и на границе раздела гиперболических метаматериалов и ТИ [16, 17]. Исследование свойств полного углового момента поверхностной волны на границе раздел ТИ и метаматериала или нелинейного диэлектрика [18, 19] показало, что орбитальный момент лежит в плоскости раздела и перпендикулярен направлению распространения волны, как в общем случае всех поверхностных волн [9–11]. Однако спиновый момент дополнительно имеет компоненту, нормальную к поверхности раздела. Другой особенностью спинового момента является его дискретный характер, что есть проявление дискретности топологического числа (или заряда) ТИ. Это свойство спинового момента поверхностной волны рассматривается в настоящей статье.

СПИНОВЫЙ УГЛОВОЙ МОМЕНТ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ

Для определенности будет рассмотрен случай границы раздела ТИ и метаматериала с отрицательной диэлектрической проницаемостью. Пусть полупространство $x < 0$ заполнено топологическим изолятором, который предполагается изотропным диэлектриком, таким что $D_i = \varepsilon_1 E_i$, $i = x, y, z$. Полупространство $x > 0$ заполнено метаматериалом, для которого $D_i = \varepsilon_2 E_i$ и $\varepsilon_2 = -|\varepsilon_2| < 0$.

Система уравнений Максвелла записывается как система уравнений для фурье-компонент напряженностей полей:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k_0^2 \mu D_y = 0,$$
$$H_z = -\frac{i}{k_0\mu}\frac{\partial E_y}{\partial x}, \quad H_x = \frac{i}{k_0\mu}\frac{\partial E_y}{\partial z}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}=ik_0\mu H_y,\qquad D_z=\frac{i}{k_0}\frac{\partial H_y}{\partial x},\ D_x=-\frac{i}{k_0}\frac{\partial H_y}{\partial z},\tag{2}$$

где $k_0=\omega/c$. Поскольку в направлении распространения волны среды однородные, все поля и индукция могут быть представлены в следующем виде: $\vec{E}(x,z;\omega)=\vec{e}(x)\exp(i\beta z)$, $\vec{H}(x,z;\omega)=\vec{h}(x)\exp(i\beta z)$ и $\vec{D}(x,z;\omega)=\vec{d}(x)\exp(i\beta z)$, где β – постоянная распространения. Система уравнений (1) и (2) сводится к двум обыкновенным уравнениям для $e_y(x)$ и $e_z(x)$, остальные компоненты выражаются через них. Согласно [1–5], спиновый момент есть

$$\vec{S}_{in}=(4\pi c)^{-1}\int\vec{E}\times\vec{A}dV,\tag{3}$$

где векторный потенциал $\vec{A}(x,z;\omega)=\vec{a}(x;\omega)\exp(i\beta z)$ выбран в кулоновской калибровке $\operatorname{div}\vec{A}=0$. В этом случае его амплитуда $\vec{a}(x;\omega)$ связана с электрическим полем соотношением $\vec{e}(x)=ik_0\vec{a}(x)$. Усредненный по быстрым колебаниям во времени спиновый момент есть $\langle\vec{S}_{in}\rangle=(4\pi c)^{-1}\int\vec{g}dV$, где $\vec{g}=2\operatorname{Re}(\vec{e}\times\vec{a}^*)$. Используя решения уравнений для $e_y(x)$ и $e_z(x)$, можно вычислить $\vec{a}(x;\omega)$. Подробности представлены в [18, 19], так что здесь приводятся только необходимые результаты. При $x<0$

$$a_x^{(1)}=-(\beta/k_0q)Be^{qx},\ a_y^{(1)}=(1/ik_0)Ae^{qx},\qquad a_z^{(1)}=(1/ik_0)Be^{qx},\tag{4}$$

при $x>0$

$$a_x^{(2)}=(\beta/k_0p)B_0e^{-px},\ a_y^{(2)}=(1/ik_0)A_0e^{-px},\qquad a_z^{(2)}=(1/ik_0)B_0e^{-px},\tag{5}$$

где $q=\left(\beta^2-k_0^2\varepsilon_1\right)^{1/2}$, $p=\left(\beta^2-k_0^2\varepsilon_2\right)^{1/2}$, A и B – значения пределов $e_y(x)$ и $e_z(x)$ при $x\to0-$, A_0 и B_0 – значения пределов $e_y(x)$ и $e_z(x)$ при $x\to0+$. Поле $\vec{e}(x)$ определяется из (4) и (5) по формуле $\vec{e}(x)=ik_0\vec{a}(x)$. Связь между A, B, A_0 и B_0 определяется из условия непрерывности касательных проекций электрических полей и величины разности производных для $e_y(x)$ и $e_z(x)$ в точке $x=0$, которые в рассматриваемом случае даются выражениями

$$\begin{gathered}e_y^{(1)}(0)=e_y^{(2)}(0),\quad e_z^{(1)}(0)=e_z^{(2)}(0),\\ \frac{\partial}{\partial x}e_y^{(1)}(0)-\frac{\partial}{\partial x}e_y^{(2)}(0)=ik_0\kappa e_z^{(1)}(0),\\ \frac{\varepsilon_1}{q^2}\frac{\partial}{\partial x}e_z^{(1)}(0)-\frac{\varepsilon_2}{p^2}\frac{\partial}{\partial x}e_z^{(2)}(0)=i\frac{\kappa}{k_0}e_y^{(1)}(0),\end{gathered}\tag{6}$$

где $\kappa=(e^2/c\hbar)\Delta\theta$. Здесь $\Delta\theta=\theta^{(1)}-\theta^{(2)}$ – разность топологических чисел, которые характеризуют соприкасающиеся среды [13]. В рассматриваемом случае $\theta^{(1)}=1+2n$, n – целое число, и $\theta^{(2)}=0$.

Исходя из (4) и (5) можно вычислить напряженность электрического поля и с помощью (3) найти все компоненты вектора плотности спинового момента:

$$\begin{gathered}g_x^{(1)}=\frac{2i}{k_0}\left(AB^*-A^*B\right)e^{2qx},\ g_y^{(1)}=-\frac{4\beta}{k_0q}|B|^2e^{2qx},\\ g_z^{(1)}=\frac{2\beta}{k_0q}\left(AB^*+A^*B\right)e^{2qx},\\ g_x^{(2)}=\frac{2i}{k_0}\left(AB^*-A^*B\right)e^{-2px},\\ g_y^{(2)}=\frac{4\beta}{k_0p}|B|^2e^{-2px},\ g_z^{(2)}=-\frac{2\beta}{k_0p}\left(AB^*+A^*B\right)e^{-2px}.\end{gathered}$$

Условия (6) приводят к связи между амплитудами A и B.

$$(q+p)A=i\kappa k_0B,\ \left(p\varepsilon_1+q\varepsilon_2\right)B=(\kappa/k_0)qpA,\tag{7}$$

откуда следует

$$B=\frac{i\kappa qp}{k_0(p\varepsilon_1+q\varepsilon_2)}A\equiv i\rho A,\tag{8}$$

и дисперсионное соотношение

$$\left(p\varepsilon_1+q\varepsilon_2\right)(q+p)+\kappa^2qp=0.\tag{9}$$

Надо заметить, что поскольку в (9) входит параметр κ, пропорциональный нечетным числам $1+2n$, решение дисперсионного соотношения образуют дискретное множество, нумеруемое целыми числами. Для обычных сред поверхностные волны характеризуются одним дисперсионным соотношением.

Учитывая (8), можно получить выражения для продольных компонент плотности спинового момента $g_z^{(1)}=g_z^{(2)}=0$, тогда как поперечные компоненты есть

$$g_x^{(1)}=\frac{4\rho}{k_0}|A|^2e^{2qx},\ g_y^{(1)}=-\frac{4\beta\rho^2}{k_0q}|A|^2e^{2qx},\tag{10}$$

$$g_x^{(2)}=\frac{4\rho}{k_0}|A|^2e^{-2px},\ g_y^{(2)}=\frac{4\beta\rho^2}{k_0p}|A|^2e^{-2px}.\tag{11}$$

Ненулевая нормальная проекция вектора спинового момента отличает рассматриваемую ситуацию от случая поверхностных плазмон-поляритонов.

Если провести аналогичные расчеты для топологически неразличимых сред, когда $\Delta\theta=\theta^{(1)}-\theta^{(2)}=0$, то получится, что вектор спинового момента лежит в плоскости раздела обычных сред – его нормальная компонента равна нулю, как в случае обычных диэлектриков [8–10].

АНАЛИЗ ДИСПЕРСИОННОГО СООТНОШЕНИЯ

Если определить новую положительную переменную $\tau = p/q|\varepsilon_2|$, то (9) примет вид уравнения относительно τ

$$\tau^2 - \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - \frac{1}{|\varepsilon_2|} - \frac{\kappa^2}{\varepsilon_1|\varepsilon_2|}\right)\tau - \frac{1}{\varepsilon_1|\varepsilon_2|} = 0. \tag{12}$$

Решение уравнения (12) позволяет определить τ как функцию диэлектрических проницаемостей и κ^2, характеризующего ТИ. Уравнение (12) имеет два корня. При $\kappa^2 = 0$ корни имеют разные знаки, но, исходя из определения, следует выбрать положительный корень. Используя определение параметров p и q, можно найти выражение, определяющее постоянную распространения:

$$\beta^2 = k_0^2 \frac{|\varepsilon_2| + \varepsilon_1|\varepsilon_2|^2\tau^2}{\varepsilon_2^2\tau^2 - 1}. \tag{13}$$

Величина κ примерно равна $2.13 \cdot 10^{-4}\Delta\theta$. Если $\Delta\theta$ порядка единицы или даже сотни, то все равно можно считать, что $\kappa^2 \ll 1$, и разложить $\tau(\kappa)$ по степеням κ^2 и ограничиться только первой поправкой. С точностью до κ^2, функция $\tau(\kappa)$ равна (детали в [19])

$$\tau(\kappa) = \frac{1}{\varepsilon_1}\left(1 - \frac{\kappa^2}{\varepsilon_1 + |\varepsilon_2|}\right). \tag{14}$$

Подстановка этого выражения в (13) приводит к формуле

$$\beta^2 = k_0^2 n_e^2\left(1 + \frac{2n_e^2\kappa^2}{\Delta^2}\right),$$
$$\Delta = \varepsilon_1 + |\varepsilon_2|,\ n_e^2 = \frac{\varepsilon_1|\varepsilon_2|}{(|\varepsilon_2| - \varepsilon_1)}. \tag{15}$$

Параметр n_e есть эффективный показатель преломления поверхностного плазмон-поляритона. Таким образом, дисперсионное соотношение для поверхностной волны мало отличается от дисперсионного соотношения плазмон-поляритонов, но, в отличие от них, образует набор ветвей, нумеруемых топологическими числами.

ПОПЕРЕЧНЫЕ КОМПОНЕНТЫ ПЛОТНОСТИ СПИНОВОГО МОМЕНТА

Как видно из (10) и (11), зависимость поперечных компонент спинового момента от κ определяется фактором ρ, p и q. Проще рассмотреть величину $g_x^{(1)}(0) = g_x^{(2)}(0)$ – максимальное значение нормальной компоненты плотности спинового момента, которая пропорциональна ρ. Из (8) и дисперсионного соотношения следует выражение

$$\rho = \frac{q\kappa\tau}{k_0(\varepsilon_1\tau - 1)}.$$

Используя определение q и выражения (14) и (15), можно найти

$$q = k_0\sqrt{n_e^2 - \varepsilon_1}\left(1 + \frac{n_e^4\kappa^2}{\Delta^2\left(n_e^2 - \varepsilon_1\right)}\right). \tag{16}$$

Параметр p может быть определен из (16) с помощью соотношения $p = q|\varepsilon_2|\tau$. Для фактора ρ имеет место выражение

$$\rho = \frac{(-1)\Delta}{2\varepsilon_1}\left[\frac{1}{\kappa} + \frac{\kappa}{\Delta^2}\left(\frac{n_e^4}{n_e^2 - \varepsilon_1} - 2\Delta\right)\right] + O(\kappa^2).$$

Следовательно,

$$g_x^{(1)}(0) = g_x^{(2)}(0) =$$
$$= -\frac{2\,|\,A\,|^2\,\Delta}{k_0\varepsilon_1}\left[\frac{1}{\kappa} + \frac{\kappa}{\Delta^2}\left(\frac{n_e^4}{n_e^2 - \varepsilon_1} - 2\Delta\right)\right] + O(\kappa^2),$$

где $\kappa = (e^2/4\pi c\hbar)(1 + 2n)$, $n = 0, 1, 2, \ldots$

Для тангенциальной компоненты плотности спинового момента может быть найдена зависимость от κ аналогичным образом. Проще всего рассмотреть максимальные значения тангенциальных компонент плотности спинового момента, которые определяются следующими выражениями:

$$g_y^{(1)}(0) = -\frac{4\beta\rho^2}{k_0 q}|A|^2,\ \ g_y^{(2)}(0) = \frac{4\beta\rho^2}{k_0 p}|A|^2.$$

Используя найденные ранее величины ρ, p и q, можно определить зависимость $g_y^{(1)}(0)$ и $g_y^{(2)}(0)$ от κ. Например,

$$g_y^{(1)}(0) = -|A|^2\frac{n_e\sqrt{n_e^2 - \varepsilon_1}\Delta^2}{k_0\varepsilon_1^2}\kappa^{-2}\left[1 + O(\kappa^2)\right],$$
$$g_y^{(2)}(0) = |A|^2\frac{n_e\sqrt{n_e^2 + |\varepsilon_2|}\Delta^2}{k_0\varepsilon_1^2}\kappa^{-2}\left[1 + O(\kappa^2)\right].$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для случая границы раздела обычных диэлектриков поверхностная волна является поперечной магнитной волной, дисперсионное соотношение приводит к однозначной зависимости постоянной распространения от частоты $\beta = \beta(\omega)$, и вектор спинового углового момента лежит в плоскости раздела сред. В случае диэлектрик–ТИ поверхностная волна имеет все три компоненты (состояние поляризации, видимо, может меняться по мере распространения). Дисперсионное соотношение многозначно, и постоянная распространения $\beta_n = \beta(\omega; n)$ зависит от целочисленного топологического числа. Вектор спинового углового момента имеет две поперечные компоненты, которые образуют дискретное множество: каждой ветви закона дисперсии $\beta_n = \beta(\omega; n)$ отвечает свой спиновый угловой момент. Аналогичная картина присутствует в случае направленных волн в волноводах: существует множество мод, которым отвечает свой закон дисперсии и которые нумеруются целыми числами. Но другая природа дискретности. В рассматриваемом в данной работе случае дискретность характеристик поверхностной волны обусловлена свойствами ТИ, а не интерференцией волн, захваченных волноводом.

Влияние керровской нелинейности диэлектрика, соприкасающегося с ТИ, на образование поверхностной волны учитывалось в [19]. Ненулевая нормальная компонента вектора спинового углового момента и ее дискретность сохраняются.

Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-02-00921).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Barnett S.M.* // J. Mod. Opt. 2010. V. 57. № 4–15. P. 1339.
2. *Cagliero A.* // J. Opt. 2018. V. 20. Art. № 083501.
3. *Yao A.M., Padgett M.J.* // Adv. Opt. & Photon. 2011. V. 3. № 2. P. 161.
4. *Berini P.* // Adv. Opt. & Photon. 2009. V. 1. № 3. P. 484.
5. *Wang Y., Plummer E.W., Kempa K.* // Adv. Phys. 2011. V. 60. № 5. P. 799.
6. *Cameron R.P., Barnett S.M., Yao A.M.* // New J. Phys. 2012. V. 14. Art. № 053050.
7. *Pfeifer R.N.C., Nieminen T.A., Heckenberg N.R., Rubinsztein-Dunlop H.* // J. Opt. 2011. V. 13. Art. № 044017.
8. *Bliokh K.Y., Nori F.* // Phys. Rep. 2015. V. 592. P. 1.
9. *Bliokh K.Y., Nori F.* // Phys. Rev. A. 2012. V. 85. Art. № 061801(R).
10. *Bliokh K.Y., Bekshaev A.Y., Nori F.* // New J. Phys. 2017. V. 19. Art. № 063021.
11. *Bekshaev A.Y., Bliokh K.Y.* // Ukr. J. Phys. Opt. 2018. V. 19. № 1. P. 33.
12. *Ritboon A., Croke S., Barnett S.M.* // J. Opt. Soc. Am. B. 2019. V. 36. № 2. P. 482.
13. *Hasan M.Z., Kane C.L.* // Rev. Mod. Phys. 2010. V. 82. P. 3045.
14. *Karch A.* // Phys. Rev. B. 2011. V. 83. Art. № 245432.
15. *Huerta L.* // Phys. Rev. D. 2016. V. 94. Art. № 125021.
16. *Lyashko E.I., Maimistov A.I., Gabitov I.R.* // arXiv: 1706.05951v1. 2017.
17. *Маймистов А.И., Ляшко Е.И.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 1. С. 27; *Maimistov A.I., Lyashko E.I.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. № 1. P. 21.
18. *Маймистов А.И., Ляшко Е.И.* // Опт. и спектроск. 2018. Т. 125. № 6. С. 795; *Maimistov A.I., Lyashko E.I.* // Opt. Spectrosc. 2018. V. 125. № 6. P. 966.
19. *Маймистов А.И., Ляшко Е.И.* // Опт. и спектроск. 2019. Т. 126. № 5. С. 578; *Maimistov A.I., Lyashko E.I.* // Opt. Spectrosc. 2019. V. 126. № 6. P. 497.