ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2020, том 84, № 4, с. 525–529

УДК 539.120.7,121.4

О КОГЕРЕНТНОМ УПРУГОМ РАССЕЯНИИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЛЕПТОНОВ НА ЯДРАХ ПОЛУЦЕЛОГО СПИНА

© 2020 г. М. Я. Сафин*

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Российский университет дружбы народов”, Москва, Россия

**E-mail: misafin@gmail.com*

Поступила в редакцию 30.10.2019 г.
После доработки 25.11.2019 г.
Принята к публикации 27.12.2019 г.

В рамках формализма Рариты—Швингера дано описание волновых функций, а также матричных элементов электромагнитного и слабого нейтрального токов ядер с полуцелым спином. В системе отсчета Брейта построены мультипольные разложения матричных элементов этих токов. В приближении эффективного электрослабого тока ядра получены соответствующие дифференциальные сечения рассеяния продольно-поляризованных лептонов.

DOI: 10.31857/S0367676520040250

ВВЕДЕНИЕ

Упругие электрослабые формфакторы являются фундаментальными величинами в лептонном рассеянии, описывающими внутреннюю структуру ядер и нуклонов, их изучению уделяется значительное внимание при высоких [1, 2] и при низких [3–5] энергиях. В упругом рассеянии ядро представляется целостным объектом, и при исследовании рассеяния на нем заряженных лептонов и нейтрино представляет интерес ковариантное описание [6, 7] основного состояния ядра и вершинных функций электромагнитного и слабого токов. Наглядная физическая интерпретация инвариантных формфакторов достигается путем мультипольных разложений в системе Брейта матричных элементов компонент эффективного [8] электрослабого тока ядра.

ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ ЯДРА-МИШЕНИ В ФОРМАЛИЗМЕ РАРИТЫ–ШВИНГЕРА

Любое стационарное состояние ядра может быть описано в терминах его внешних и внутренних степеней свободы:

$$|n\rangle = |J,\lambda;p\rangle|\alpha_n\rangle. \tag{1}$$

Здесь первый множитель описывает ядро как целостный объект с соответствующими “внешними” характеристиками: 4-импульсом $p = (E,\vec{p})$, массой $M^2 = p^2$; спином J, его проекцией λ. Второй множитель в (1) описывает внутреннее состояние ядра; в число его параметров α_n входит, например, изотопический спин T и его проекция T_3.

Движение ядра как целого описывается плоской волной

$$\langle x|J,\lambda;p\rangle = \frac{U(J,\lambda;p)}{\sqrt{2E}}e^{-ipx}. \tag{2}$$

Для ядер полуцелого спина $J = j + 1/2$ в качестве функции $U(J,\lambda;p)$ может быть выбрана спин-тензорная волновая функция $U^{\lambda}_{(\alpha)_j}(p)$ с симметричным мультииндексом $(\alpha)_j = \alpha_1 ... \alpha_j$. Эта волновая функция удовлетворяет уравнению Дирака, а также условиям поперечности и бесследовости

$$(\hat{p} + M)U^{\lambda}_{(\alpha)_j}(p) = 0, \quad p^{\alpha_1}U^{\lambda}_{\alpha_1...\alpha_j}(p) = 0, \quad g^{\alpha_1\alpha_2}U^{\lambda}_{\alpha_1...\alpha_j}(p) = 0 \tag{3}$$

и представляется в виде биспинора Рариты—Швингера

$$U^{\lambda}_{(\alpha)_j}(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{E+M}\,\phi^{\lambda}_{(\alpha)_j}(p) \\ \sqrt{E+M}\,\dfrac{(\vec{\sigma}\vec{p})}{|\vec{p}|}\phi^{\lambda}_{(\alpha)_j}(p) \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Спинор $\phi^{\lambda}_{(\alpha)_j}(p)$ для состояния со спином J и проекцией λ может быть построен с помощью спинора $\phi^{\varepsilon}_{(\alpha)_{j-1}}(p)$ для состояния со спином $J-1$ и проекцией ε, и волновой функции $e^{\delta}_{\alpha_j}(p)$ для состояния со спином 1 и проекцией δ:

$$\phi^{\lambda}_{(\alpha)_j}(p) = \sum_{\varepsilon,\delta} C^{J\lambda}_{J-1\varepsilon 1\delta}\phi^{\varepsilon}_{(\alpha)_{j-1}}(p)e^{\delta}_{\alpha_j}(p). \tag{5}$$

Рекуррентное применение соотношения (5) дает выражение для $\phi^{\lambda}_{(\alpha)_j}(p)$ в виде линейной комбинации произведений j волновых функций спина 1 и обычного спинора Паули с так называемыми коэффициентами параллельной связи.

МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО И СЛАБОГО НЕЙТРАЛЬНОГО ТОКОВ ЯДРА

Матричный элемент электромагнитного ($x = em$) или слабого нейтрального ($x = weak$) тока ядра представляется в виде

$$\sqrt{2E2E'}\langle J,\lambda;p|J^{\mu}_{x}(0)|J,\lambda;p\rangle = = \bar{U}^{\lambda}_{(\alpha)_{j'}}(p')\Gamma^{\mu(\alpha)_j(\beta)_j}_{x}U^{\lambda}_{(\beta)_j}(p). \quad (6)$$

Вершинный оператор $\Gamma^{\mu(\alpha)_j(\beta)_j}_{x}$ может быть построен из матриц Дирака, метрического тензора и компонент 4-импульсов $q = p' - p$ и $P = p' + p$. С учетом факторизованности дираковских свойств волновой функции можно записать

$$\Gamma^{\mu(\alpha)_j(\beta)_j}_{x} = \sum_{n=1}^{j+1} Q^{(\alpha)_j(\beta)_j}_{n}\Gamma^{\mu}_{x;n}. \quad (7)$$

Здесь

$$\Gamma^{\mu}_{em;n} = \gamma^{\mu}\left(F^{(n)}_{M} + \frac{q^2}{M^2}G^{(n)}_{1}\gamma^5\right) - -\frac{P^{\mu}}{2M}\left(F^{(n)}_{2} - iG^{(n)}_{2}\gamma^5\right), \quad (7а)$$

$$\Gamma^{\mu}_{weak;n} = \gamma^{\mu}\left(g^{(n)}_{M} + g^{(n)}_{A}\gamma^5\right) - \frac{P^{\mu}}{2M}f^{(n)}_{V} \quad (7б)$$

соответствуют вершинным операторам электромагнитного тока и слабого нейтрального тока (СНТ) частиц со спином $1/2$ (нуклонов). Инвариантные форм-факторы

$$\begin{gathered} F^{(n)}_{M} = F^{(n)}_{1} + F^{(n)}_{2}, \quad F^{(n)}_{E} = F^{(n)}_{1} - \tau F^{(n)}_{2}, \\ F^{(n)}_{1} = \frac{F^{(n)}_{E} + \tau F^{(n)}_{M}}{1+\tau}, \quad F^{(n)}_{2} = \frac{F^{(n)}_{M} - F^{(n)}_{E}}{1+\tau}, \\ g^{(n)}_{M} = f^{(n)}_{1} + f^{(n)}_{V}, \quad g^{(n)}_{E} = f^{(n)}_{1} - \tau f^{(n)}_{V}, \\ f^{(n)}_{1} = \frac{g^{(n)}_{E} + \tau g^{(n)}_{M}}{1+\tau}, \quad f^{(n)}_{V} = \frac{g^{(n)}_{M} - g^{(n)}_{E}}{1+\tau}, \end{gathered} \quad (8)$$

где $\tau = -q^2/4M^2$, определены аналогично магнитному и электрическому саксовским форм-факторам нуклона.

Величины $Q^{(\alpha)_j(\beta)_j}_{n}$ в (7) являются однородными функциями компонент переданного импульса q порядка $2(n-1)$ и получаются путем надлежащей симметризации следующих произведений:

$$Q^{(\alpha)_j(\beta)_j}_{n0} = \prod_{i=1}^{n-1}\left(\frac{q^{\alpha_i}}{2M}\right)\left(\frac{q^{\beta_i}}{2M}\right)\prod_{k=n}^{j} g^{\alpha_k\delta_k}. \quad (9)$$

В дальнейшем мы будем использовать систему Брейта или систему нулевой передачи энергии, в которой

$$p^{\mu} = \left(E, -\frac{\vec{q}}{2}\right), \quad p'^{\mu} = \left(E, +\frac{\vec{q}}{2}\right), \quad P^{\mu} = (2E, 0), \quad q^{\mu} = p'^{\mu} - p^{\mu} = (0, \vec{q}), \quad (10а)$$

$$\frac{E}{M} = \sqrt{1+\tau}, \quad \tau = \frac{|\vec{q}|^2}{4M^2}. \quad (10б)$$

Эта система является также системой Брейта и для рассеивающегося лептона

$$k^{\mu} = \left(\varepsilon, +\frac{\vec{q}}{2}\right), \quad k'^{\mu} = \left(\varepsilon, -\frac{\vec{q}}{2}\right), \quad Q^{\mu} = (2\varepsilon, 0), \quad q^{\mu} = k^{\mu} - k'^{\mu} = (0, \vec{q}), \quad (10в)$$

причем, $\varepsilon/M = \sqrt{m^2/M^2 + \tau}$, где m — масса лептона.

Эта система оказывается удобной для интерпретации мультипольных формфакторов в качестве фурье-образов соответствующих “пространственных” распределений. Кроме того, в этой системе в начальном и конечном состояниях имеется лишь одно выделенное направление $\vec{q}$, которое мы выберем для построения поляризационных состояний.

Воспользовавшись (4), (7) и (10а) для временной компоненты

$$\left[J^{\mu}_{weak}(\vec{q})\right]^{\lambda'\lambda} = \bar{U}^{\lambda'}_{(\alpha)_j}\left(\frac{\vec{q}}{2}\right)\Gamma^{\mu(\alpha)_j(\beta)_j}_{weak}U^{\lambda}_{(\beta)_j}\left(-\frac{\vec{q}}{2}\right) \quad (11)$$

найдем:

$$\left[J^{0}_{weak}(\vec{q})\right]^{\lambda'\lambda} = = 2M\left(\phi^{+\lambda'}_{(\alpha)_j}\left(\frac{\vec{q}}{2}\right)\phi^{\lambda}_{(\beta)_j}\left(-\frac{\vec{q}}{2}\right)\right)\sum_{n=1}^{j+1} g^{(n)}_{E}Q^{(\alpha)_j(\beta)_j}_{n0}. \quad (12а)$$

Для циклических компонент пространственной части (11) будем иметь

$$\left[\vec{J}_{weak}(\vec{q})\right]^{\lambda'\lambda}_{0} = = -2M\left(\phi^{+\lambda'}_{(\alpha)_j}\left(\frac{\vec{q}}{2}\right)\sigma_0\phi^{\lambda}_{(\beta)_j}\left(-\frac{\vec{q}}{2}\right)\right)\sum_{n=1}^{j+1} g^{(n)}_{A}Q^{(\alpha)_j(\beta)_j}_{n0}, \quad (12б)$$

$$\left[\vec{J}_{weak}(\vec{q})\right]^{\lambda'\lambda}_{\pm 1} = \pm 2M\left(\phi^{+\lambda'}_{(\alpha)_j}\left(\frac{\vec{q}}{2}\right)\sigma_{\pm}\phi^{\lambda}_{(\beta)_j}\left(-\frac{\vec{q}}{2}\right)\right)\times \times\sum_{n=1}^{j+1}\left(\sqrt{\tau}g^{(n)}_{M} \mp \sqrt{1+\tau}g^{(n)}_{A}\right)Q^{(\alpha)_j(\beta)_j}_{n0}. \quad (12в)$$

Матричные элементы $\left[J^{\mu}_{em}(\vec{q})\right]^{\lambda'\lambda}$ в отсутствие анапольного $G_1^{(n)}$ и электрического дипольного $G_2^{(n)}$ вкладов даются формулами (12), в которых следует положить $g_A^{(n)} = 0$, а $g_{E,M}^{(n)}$ заменить на $F_{E,M}^{(n)}$.

МУЛЬТИПОЛЬНЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТОКОВ ЯДРА

Как указывалось в предыдущем разделе, для проведения мультипольного анализа наиболее удобной является система отсчета Брейта. Определим в ней матричные элементы скалярного и векторного (относительно пространственных вращений) операторов:

$$\begin{aligned}[A(\vec{q})]^{\lambda'\lambda} &= \langle J,\lambda'|\hat{A}(\vec{q})|J,\lambda\rangle,\\ \left[\vec{B}(\vec{q})\right]^{\lambda'\lambda} &= \langle J,\lambda'|\hat{\vec{B}}(\vec{q})|J,\lambda\rangle.\end{aligned} \tag{13}$$

Здесь

$$\begin{aligned}\hat{A}(\vec{q}) &= \hat{L}^{-1}\left(\frac{\vec{q}}{2}\right)\hat{A}(0)\,\hat{L}\left(-\frac{\vec{q}}{2}\right),\\ \hat{\vec{B}}(\vec{q}) &= \hat{L}^{-1}\left(\frac{\vec{q}}{2}\right)\hat{\vec{B}}(0)\,\hat{L}\left(-\frac{\vec{q}}{2}\right),\end{aligned} \tag{14}$$

а оператор

$$\hat{L}\left(-\frac{\vec{q}}{2}\right) = \exp\left\{i\xi\left(\vec{n}\,\hat{\vec{\mathrm{M}}}\right)\right\},\quad \xi = \operatorname{arch}\sqrt{1+\tau},$$

задает преобразование Лоренца (буст в направлении $\vec{n} = \vec{q}/|\vec{q}|$, $\vec{M}$ – соответствующий генератор) для состояния $|J,\lambda\rangle$ из системы покоя $p_0^{\mu} = (M,0)$ в систему $p^{\mu} = (E,\vec{q}/2)$.

Величины $A(\vec{q})$ и $\vec{B}(\vec{q})$ являются матрицами $(2J+1)\times(2J+1)$, которые разлагаются по полному набору поляризационных операторов ($0 \le l \le J$, $-l \le m \le l$)

$$[T_{lm}(J)]^{\lambda'\lambda} = \sqrt{\frac{2l+1}{2J+1}}C^{J\lambda'}_{J\lambda lm}. \tag{15}$$

Вид коэффициентов в этих разложениях и их физический смысл можно установить с помощью следующих общих разложений по сферическим функциям и шаровым векторам:

$$\begin{aligned}[A(\vec{q})]^{\lambda'\lambda} &= \sum_{lm} a^{\lambda'\lambda}_{lm}(q)\,\mathrm{Y}_{lm}(\vec{n}),\\ \left[\vec{B}(\vec{q})\right]^{\lambda'\lambda} &= \sum_{\delta lm} b^{\lambda'\lambda}_{\delta lm}(q)\,\vec{\mathrm{Y}}^{(\delta)}_{lm}(\vec{n}).\end{aligned} \tag{16}$$

Отсюда

$$\begin{aligned}a^{\lambda'\lambda}_{lm}(q) &= \int d\Omega_q\,[A(\vec{q})]^{\lambda'\lambda}\,\mathrm{Y}^*_{lm}(\vec{n}),\\ b^{\lambda'\lambda}_{\delta lm}(q) &= \int d\Omega_q\left[\vec{B}(\vec{q})\right]^{\lambda'\lambda}\vec{\mathrm{Y}}^{(\delta)*}_{lm}(\vec{n}).\end{aligned} \tag{17}$$

Рассматривая $\hat{A}(\vec{q})$ и $\hat{\vec{B}}(\vec{q})$ в качестве фурье-образов некоторых пространственных распределений

$$\hat{A}(\vec{q}) = \int d\vec{r}e^{i\vec{q}\vec{r}}\hat{A}(\vec{r}),\quad \hat{\vec{B}}(\vec{q}) = \int d\vec{r}e^{i\vec{q}\vec{r}}\hat{\vec{B}}(\vec{r}), \tag{18}$$

придем к следующим соотношениям:

$$\begin{aligned}&a^{\lambda'\lambda}_{lm}(q) =\\ &= \sqrt{4\pi(2J+1)}i^l q^l \beta_l(J)(-1)^m\langle J,\lambda'|\hat{Q}^{(C)}_{l-m}|J,\lambda\rangle,\end{aligned} \tag{19а}$$

$$\begin{aligned}b^{\lambda'\lambda}_{-1lm}(q) &= \sqrt{4\pi(2J+1)}i^{l-1}q^{l-1}\beta_l(J)(-1)^m\times\\ &\times\langle J,\lambda'|\hat{Q}^{(L)}_{l-m}|J,\lambda\rangle,\end{aligned} \tag{19б}$$

$$\begin{aligned}b^{\lambda'\lambda}_{0lm}(q) &= \sqrt{4\pi(2J+1)}i^{l-1}q^l\sqrt{\frac{l+1}{l}}\beta_l(J)(-1)^m\times\\ &\times\langle J,\lambda'|\hat{Q}^{(M)}_{l-m}|J,\lambda\rangle,\end{aligned} \tag{19в}$$

$$\begin{aligned}b^{\lambda'\lambda}_{+1lm}(q) &= \sqrt{4\pi(2J+1)}i^{l-1}q^{l-1}\sqrt{\frac{l+1}{l}}\beta_l(J)\times\\ &\times(-1)^m\langle J,\lambda'|\hat{Q}^{(E)}_{l-m}|J,\lambda\rangle.\end{aligned} \tag{19г}$$

Здесь

$$\beta_l(J) = \frac{\sqrt{2l+1}}{(2l+1)!!}\left[\frac{(2J+l+1)!(2J-l)!}{(2J+1)!(2J)!}\right]^{1/2}, \tag{20}$$

а кулоновский $\hat{Q}^{(c)}_{lm}$, продольный $\hat{Q}^{(l)}_{lm}$, поперечный магнитный $\hat{Q}^{(M)}_{lm}$ и поперечный электрический $\hat{Q}^{(E)}_{lm}$ мультипольные операторы определены формулами, которые в пределе $q \to 0$ соответствуют классическим величинам 2^l-польных моментов:

$$\hat{Q}^{(C)}_{lm} = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}}\frac{(2l+1)!!}{q^l}\int d\vec{r}\hat{A}(\vec{r})\,j_l(qr)\,Y_{lm}\left(\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}\right), \tag{21а}$$

$$\begin{aligned}\hat{Q}^{(L)}_{lm} &= \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}}\frac{(2l+1)!!}{q^l}\times\\ &\times\int d\vec{r}\left(\hat{\vec{B}}(\vec{r})\vec{\nabla}\right)j_l(qr)\,Y_{lm}\left(\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}\right),\end{aligned} \tag{21б}$$

$$\begin{aligned}\hat{Q}^{(M)}_{lm} &= \frac{1}{l+1}\sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}}\frac{(2l+1)!!}{q^l}\times\\ &\times\int d\vec{r}\left(\left[\vec{r}\hat{\vec{B}}(\vec{r})\right]\vec{\nabla}\right)j_l(qr)\,Y_{lm}\left(\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}\right),\end{aligned} \tag{21в}$$

$$\begin{aligned}\hat{Q}^{(E)}_{lm} &= \frac{1}{l+1}\sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}}\frac{(2l+1)!!}{q^l}\times\\ &\times\int d\vec{r}\left(\hat{\vec{B}}(\vec{r})\left[\vec{\nabla}\left[\vec{r}\vec{\nabla}\left(j_l(qr)\,Y_{lm}\left(\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}\right)\right)\right]\right]\right).\end{aligned} \tag{21г}$$

При выводе (19) учтено, что величина статического мультипольного момента определяется как среднее от соответствующего мультипольного оператора по состоянию с максимальной проекцией $\langle J,J|\hat{Q}_{lm}^{(\ldots)}|J,J\rangle$ при $q\to 0$.

Эти результаты полностью переносятся на случай псевдоскалярного $\hat{A}_5$ и аксиально-векторного $\hat{\vec{B}}_5$ операторов, однако соответствующие мультипольные операторы (21) следует снабдить дополнительным индексом для указания противоположных свойств относительно пространственной инверсии: $\hat{Q}_{lm}^{(5C)}$, $\hat{Q}_{lm}^{(5L)}$, $\hat{Q}_{lm}^{(5M)}$ и $\hat{Q}_{lm}^{(5E)}$.

В случае электромагнитного взаимодействия отличными от нуля могут быть лишь формфакторы

$$F_{Cl}(\tau)=\left\langle J'\left\|\hat{Q}_l^{(C)}\right\|J\right\rangle,\quad l=0,2,\ldots 2J-1, \tag{22а}$$

$$F_{Ml}(\tau)=\left\langle J'\left\|\hat{Q}_l^{(M)}\right\|J\right\rangle,\quad l=1,3,\ldots 2J. \tag{22б}$$

В случае взаимодействия СНТ соответствующие (22) векторные форм-факторы обозначим $g_{Cl}(\tau)$ и $g_{Ml}(\tau)$; к ним следует добавить аксиальные форм-факторы

$$F_{5El}(\tau)=\left\langle J'\left\|\hat{Q}_l^{(5E)}\right\|J\right\rangle,\quad l=1,3,\ldots 2J, \tag{23а}$$

$$F_{5Ll}(\tau)=\left\langle J'\left\|\hat{Q}_l^{(5L)}\right\|J\right\rangle,\quad l=1,3,\ldots 2J. \tag{23б}$$

Отметим, что все мультипольные формфакторы действительны.

Выбирая $\vec{n}=\vec{q}/|\vec{q}|$ в качестве оси квантования, из (16) с помощью (6), (15), (19) и (22), (23) для матричных элементов СНТ (12) получим выражения:

$$\begin{gathered}\left[J_{weak}^0(\vec{q})\right]^{\lambda'\lambda}=2M\sqrt{1+\tau}\sqrt{2J+1}\times\\ \times\sum_{l\ \text{чётные}}\beta_l(J)\left(2i\sqrt{\tau}\right)^l\left[T_{l0}(J)\right]^{\lambda'\lambda}g_{Cl}(\tau),\end{gathered} \tag{24а}$$

$$\begin{gathered}\left[\vec{J}_{weak}(\vec{q})\right]_0^{\lambda'\lambda}=2M\sqrt{1+\tau}\sqrt{2J+1}\times\\ \times\sum_{l\ \text{нечётные}}\beta_l(J)\left(2i\sqrt{\tau}\right)^{l-1}\left[T_{l0}(J)\right]^{\lambda'\lambda}g_{5Ll}(\tau),\end{gathered} \tag{24б}$$

$$\begin{gathered}\left[\vec{J}_{weak}(\vec{q})\right]_{\pm1}^{\lambda'\lambda}=2M\sqrt{1+\tau}\sqrt{\frac{2J+1}{2}}\times\\ \times\sum_{l\ \text{нечётные}}\beta_l(J)\sqrt{\frac{l+1}{l}}\left(2i\sqrt{\tau}\right)^{l-1}\left[T_{l\pm1}(J)\right]^{\lambda'\lambda}\times\\ \times\left(g_{5El}(\tau)\pm\sqrt{\tau}g_{Ml}(\tau)\right).\end{gathered} \tag{24в}$$

Мультипольные разложения матричных элементов электромагнитного тока $\left[J_{em}^{\mu}(\vec{q})\right]^{\lambda'\lambda}$ также даются формулами (24), в которых следует положить $g_{5Ll}(\tau)=g_{5El}(\tau)=0$, а $g_{Cl}(\tau)$ и $g_{Ml}(\tau)$ заменить на $F_{Cl}(\tau)$ и $F_{Ml}(\tau)$.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ ПРОДОЛЬНО ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЛЕПТОНОВ

Амплитуда процесса

$$l^-(k,\zeta)+A(Z,J,p)\to l^-(k')+A(Z,J,p') \tag{25}$$

в случае заряженных лептонов l^- описывается суммой амплитуд рассеяния за счет электромагнитного взаимодействия и взаимодействия СНТ:

$$\begin{gathered}M=M_{em}+M_{weak}=\frac{4\pi Z\alpha}{q^2}j_{(em)\mu}J_{(em)}^{\mu}+\\ +\frac{G_F}{\sqrt{2}}j_{(weak)\mu}J_{(weak)}^{\mu}.\end{gathered} \tag{26}$$

Матричные элементы электромагнитного и СНТ лептона даются выражениями

$$\begin{gathered}j_{(em)}^{\mu}=\bar{u}(k')\gamma^{\mu}u(k;\zeta),\\ j_{(weak)}^{\mu}=\bar{u}(k')\gamma^{\mu}\left(g_{Vl}+g_{Al}\gamma^5\right)u(k;\zeta),\end{gathered} \tag{27}$$

g_{Vl} и g_{Al} – векторная и аксиально-векторная константы СНТ лептона.

В случае лептонов высокой энергии $(k_0\gg m_l)$ и спиральности $\zeta=\pm1$ формулу (26) можно представить в виде:

$$M=\frac{4\pi Z\alpha}{q^2}j_{(em)\mu}J_{eff}^{\mu}, \tag{28}$$

где эффективный ток

$$J_{eff}^{\mu}=J_{em}^{\mu}-\delta_{\zeta}J_{weak}^{\mu}. \tag{29}$$

Параметр δ_{ζ} определяет относительную интенсивность электромагнитного и слабого взаимодействия:

$$\begin{gathered}\delta_{\zeta}=\delta_{0A}\tau(g_{Vl}-\zeta g_{Al}),\ \tau=-q^2/4M^2,\ \delta_{0A}=\frac{A^2}{Z}\delta_{0p},\\ A=\frac{M}{m_p},\ \delta_{0p}=\frac{G_F m_p^2}{\pi\alpha\sqrt{2}}\approx 3.14\cdot10^{-4}.\end{gathered} \tag{30}$$

Для матричных элементов эффективного тока перехода J_{eff}^{μ} справедливы разложения (24), в которых слабые мультипольные формфакторы следует заменить соответствующими эффективными мультипольными формфакторами

$$\Phi_{Cl,Ml}(\tau)=F_{Cl,Ml}(\tau)-\delta_{\zeta}g_{Cl,Ml}(\tau), \tag{31а}$$

$$\Phi_{5Ll,5El}(\tau)=-\delta_{\zeta}g_{5Ll,5El}(\tau). \tag{31б}$$

Дифференциальное сечение процесса (25) определяется сверткой лептонного $l^{\mu\nu}$ и адронного $H^{\mu\nu}$ тензоров. Первый тензор при рассматриваемых высоких энергиях и с учетом $m_l/M\ll 1$ имеет вид:

$$l^{\mu\nu}=Q^{\mu}Q^{\nu}-4M^2\tau g^{\mu\nu}-q^{\mu}q^{\nu}+i\zeta\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}Q_{\alpha}q_{\beta}. \tag{32}$$

Для второго справедливо разложение со структурными функциями W_n

$$H^{\mu\nu} = P^{\mu}P^{\nu}W_1 - 4M^2\tau g^{\mu\nu}W_2 - q^{\mu}q^{\nu}W_3 + \frac{1}{2}i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}P_{\alpha}q_{\beta}W_4. \quad (33)$$

Здесь векторы $Q = k + k'$, $P = p + p'$, $q = k - k' = p' - p$.

Сравнивая (33) в системе Брейта с выражением (24) через компоненты $\left[J^{\mu}_{eff}(\vec{q})\right]^{\lambda'\lambda}$, получим формулы для структурных функций:

$$W_1(\tau) = \Phi^2_C(\tau) + \beta^2_1(J)\left[\tau\Phi^2_M(\tau) + \Phi^2_{5E}(\tau)\right], \quad (34а)$$

$$W_2(\tau) = \beta^2_1(J)(1+\tau)\left[\tau\Phi^2_M(\tau) + \Phi^2_{5E}(\tau)\right], \quad (34б)$$

$$W_3(\tau) = \beta^2_1(J)(1+\tau)\times \left[\tau\Phi^2_M(\tau) + \Phi^2_{5E}(\tau) - \Phi^2_{5L}(\tau)\right], \quad (34в)$$

$$W_4(\tau) = -4\beta^2_1(J)\sqrt{1+\tau}\Phi_{int}(\tau). \quad (34г)$$

Здесь

$$\Phi^2_C(\tau) = \sum_{l\ \text{четные}} 2^{2l}\beta^2_l(J)\tau^l\Phi^2_{Cl}(\tau), \quad (35а)$$

$$\Phi^2_{M,5E}(\tau) = \sum_{l\ \text{нечетные}} 2^{2l-2}\left(\frac{l+1}{2l}\right)\gamma^2_l(J)\tau^{l-1}\Phi^2_{Ml,5El}(\tau), \quad (35б)$$

$$\Phi^2_{5L}(\tau) = \sum_{l\ \text{нечетные}} 2^{2l-2}\gamma^2_l(J)\tau^{l-1}\Phi^2_{5Ll}(\tau), \quad (35в)$$

$$\Phi_{int}(\tau) = \sum_{l\ \text{нечетные}} 2^{2l-2}\left(\frac{l+1}{2l}\right)\gamma^2_l(J)\tau^{l-1}\Phi_{Ml}\Phi_{5El}(\tau), \quad (35г)$$

причем,

$$\gamma^2_l(J) = \beta^2_l(J)/\beta^2_1(J), \quad \beta^2_1(J) = (J+1)/3J. \quad (36)$$

В силу поперечности $l^{\mu\nu}$ в приближении m_e/M, $m_e/E \ll 1$ структурная функция W_3 вклада не дает, так что в лабораторной системе имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{Mott}\left\{W_1(\tau) + 2\,\mathrm{tg}^2\frac{\theta}{2}W_2(\tau) - \zeta\tau\times \left[\frac{M}{E} + \left(1+\frac{M}{E}\right)\mathrm{tg}^2\frac{\theta}{2}\right]W_4(\tau)\right\}, \quad (37)$$

где

$$\sigma_{Mott} = \frac{\alpha^2}{4E^2}\frac{\cos^2\frac{\theta}{2}}{\sin^4\frac{\theta}{2}}\frac{1}{1+\left(\frac{2E}{M}\right)\sin^2\frac{\theta}{2}}. \quad (38)$$

Формулами (34)–(38) описывается дифференциальное сечение упругого рассеяния лептонов спиральности ζ на ядре произвольного спина с учетом мультипольных моментов ядра любого допустимого порядка $l \le 2J$. Это сечение содержит наряду с электромагнитным взаимодействием также вклады от чисто слабого взаимодействия и от их интерференции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для ядер с полуцелым спином $J = j + 1/2$ построена спин-тензорная волновая функция $U^{\lambda}_{(\alpha)_j}(p)$ с симметричным мультииндексом $(\alpha)_j$. С помощью матриц Дирака, метрического тензора и компонент 4-импульсов q и P получен вершинный оператор $\Gamma^{\mu(\alpha)_j\cdot(\beta)_j}_x$ электромагнитного (слабого) тока ядра, содержащий как минимум $3(j+1)$ инвариантных формфактора. В системе Брейта (системе нулевой передачи энергии) даны мультипольные разложения матричных элементов компонент электромагнитного и слабого нейтрального токов ядра. В приближении эффективного электрослабого тока ядра получено дифференциальное сечение упругого рассеяния продольно-поляризованных заряженных лептонов, которое легко преобразуется в соответствующее сечение рассеяния нейтрино.

Публикация подготовлена при поддержке Программы РУДН “5-100”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gilfoyle G.* // EPJ Web Conf. 2018. V. 172. Art. № 02004.
2. *Puckett A.J.R., Brash E.J., Jones M.K. et al.* // arXiv: 1707.08587v1. 2017.
3. *Akimov D., Albert J.B., An P. et al.* // Science. 2017. V. 357. № 6356. P. 1123.
4. *Jachowicz N.* // Hamburg neutrinos from supernova explosions. Proc. Workshop. HANSE 2011. (Hamburg, 2011). P. 113.
5. *Androic D., Armstrong D.S., Arvieux J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. Art. № 022501.
6. *Богданов Ю.П., Керимов Б.К., Сафин М.Я.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1980. Т. 44. № 11. С. 2337.
7. *Богданов Ю.П., Керимов Б.К., Сафин М.Я.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1983. Т. 47. № 1. С. 103.
8. *Сафин М.Я.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 6. С. 836; *Safin M.Ya.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. № 6. P. 752.