

УДК 532.783

## ФЕРРОХОЛЕСТЕРИК В ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННОМ ВРАЩАЮЩЕМСЯ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

© 2020 г. Д. В. Макаров<sup>1</sup>, \*, А. К. Каравеева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
“Пермский государственный национальный исследовательский университет”, Пермь, Россия

\*E-mail: dmkarov@psu.ru

Поступила в редакцию 28.11.2019 г.

После доработки 19.12.2019 г.

Принята к публикации 27.01.2020 г.

Изучена динамика ориентационной структуры феррохолестерического жидкого кристалла, помещенного в эллиптически поляризованное вращающееся магнитное поле, перпендикулярное оси спирали. Получены аналитические решения для временных зависимостей угла поворота директора и шага спирали как функции управляющих параметров системы.

DOI: 10.31857/S0367676520050208

### ВВЕДЕНИЕ

Феррохолестериками (ФХ) называют магнитные суспензии частиц ферромагнетика на основе холестерических жидких кристаллов (ХЖК) [1]. В настоящее время активно ведутся экспериментальные [2, 3] и теоретические [4–6] исследования подобных композитных сред. Влияние внешнего статического магнитного поля на ориентационную структуру и магнитные свойства ФХ изучено в работах [7, 8]. Авторы показали, что магнитное поле, приложенное перпендикулярно оси спиральной структуры ФХ, приводит к раскручиванию его спирали, и ФХ претерпевает переход в однородную фазу. Недавно в [9] было проанализировано раскручивание ФХ спиральной структуры, индуцированное совместным действием магнитного поля и сдвигового потока. Ориентационные переходы в ФХ, вызванные круговым вращающимся магнитным полем, исследованы в работе [10].

### ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ ФЕРРОХОЛЕСТЕРИКА

Изучим динамику ориентационной структуры ФХ во вращающемся ортогонально его оси эллиптически поляризованном магнитном поле  $\vec{H} = H(\cos \omega t, a \sin \omega t, 0)$ , где  $\omega$  – угловая скорость вращения поля,  $a$  – параметр эллиптичности. Будем считать, что между молекулами ХЖК и поверхностью магнитных частиц задано жесткое планарное сцепление, тогда ориентационное поведение ХЖК и магнитной подсистемы можно описать одним единичным вектором – директо-

ром  $\vec{n}$ . В рассматриваемой геометрии задачи, где возникают только деформации кручения поля директора  $\vec{n} = (\cos \varphi(t, z), \sin \varphi(t, z), 0)$ , градиенты скорости течения ЖК-среды отсутствуют [12]. В этом случае динамика ориентационной структуры определяется только уравнением движения директора [11–13]

$$\gamma_1 \frac{d\vec{n}}{dt} = \vec{h}, \quad (1)$$

здесь  $\gamma_1$  – коэффициент вращательной вязкости ХЖК,  $h_i = -\delta F / \delta n_i$  – вектор молекулярного поля, а плотность свободной энергии ФХ  $F = F_1 + F_2 + F_3$  содержит следующие вклады [1, 10]:

$$F_1 = \frac{1}{2} K_{22} (\vec{n} \cdot \text{rot} \vec{n} + q_0)^2, \quad F_2 = -M_S f \vec{n} \cdot \vec{H}, \quad (2)$$

$$F_3 = -\frac{\chi_a}{2} (\vec{n} \cdot \vec{H})^2,$$

где  $K_{22}$  – константа Франка,  $q_0$  – волновое число невозмущенной спирали ХЖК,  $M_S$  – намагниченность насыщения материала магнитных частиц,  $f$  – объемная доля частиц в суспензии, которая считается постоянной. Вклад  $F_1$  определяет энергию упругих деформаций кручения поля директора  $\vec{n}$ . Слагаемые  $F_2$  и  $F_3$  описывают соответственно дипольный (ферромагнитный) и квадрупольный (диамагнитный) механизмы влияния магнитного поля  $\vec{H}$  на магнитные моменты частиц и диамагнитную ХЖК-матрицу.

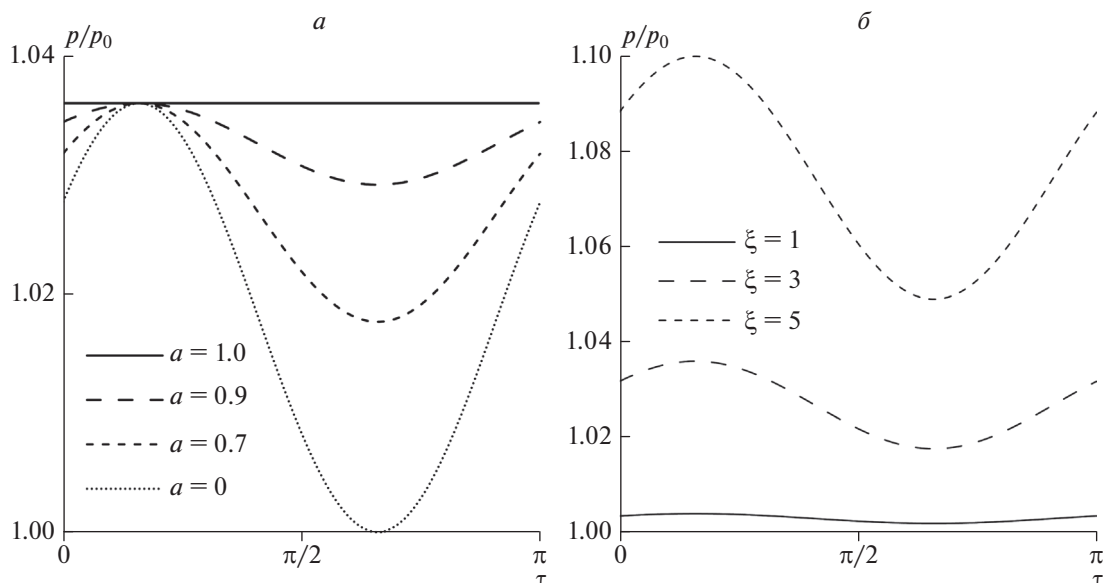


Рис. 1. Зависимость приведенного шага спирали  $p/p_0$  от времени  $\tau$  при  $h = 0.1$ ,  $\Omega = 1$ :  $a$  – различные значения параметра эллиптичности  $a$  для  $\xi = 3$ ,  $b$  – различные значения параметра влияния поля  $\xi$  для  $a = 0.7$ .

В рассматриваемой геометрии задачи уравнение движения (1) приводит к следующему уравнению для угла поворота директора  $\Phi X$ :

$$\frac{\Omega \partial \Phi}{2 \partial \tau} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} - \frac{\xi h}{2} \times \left[ (1-a) \sin(\Phi + \tau) + (1+a) \sin(\Phi - \tau) \right] - \frac{h^2}{4} \left[ (1-a^2) \sin 2\Phi + \frac{(a+1)^2}{2} \sin 2(\Phi - \tau) + \frac{(a-1)^2}{2} \sin 2(\Phi + \tau) \right], \quad (3)$$

где введены следующие величины:

$$\tau = \omega t, \quad \zeta = q_0 z, \quad h = \frac{H}{q_0} \sqrt{\frac{\chi_a}{K_{22}}}, \quad \xi = \frac{M_s f}{q_0 \sqrt{K_{22} \chi_a}}, \quad \Omega = \frac{2\gamma_1 \omega}{K_{22} q_0^2}, \quad (4)$$

здесь  $\tau$ ,  $\zeta$ ,  $h$  – безразмерные время, координата и напряженность магнитного поля,  $\xi$  – параметр влияния магнитного поля,  $\Omega$  – безразмерная угловая скорость вращения поля. В отсутствие поля ( $h = 0$ ) равновесное решение  $\Phi_0(\zeta) = \zeta$  уравнения (3) описывает геликоидальную структуру  $\Phi X$  с безразмерным шагом спирали  $p_0 = 2\pi$ .

#### УСТАНОВИВШИЙСЯ РЕЖИМ ВРАЩЕНИЯ ФЕРРОХОЛЕСТЕРИКА

Рассмотрим установившийся режим ( $\tau \rightarrow \infty$ ) вращения спиральной структуры  $\Phi X$  в слабом по-

ле ( $h < 1$ ). Решение линеаризованного по  $h$  уравнения (3) имеет вид

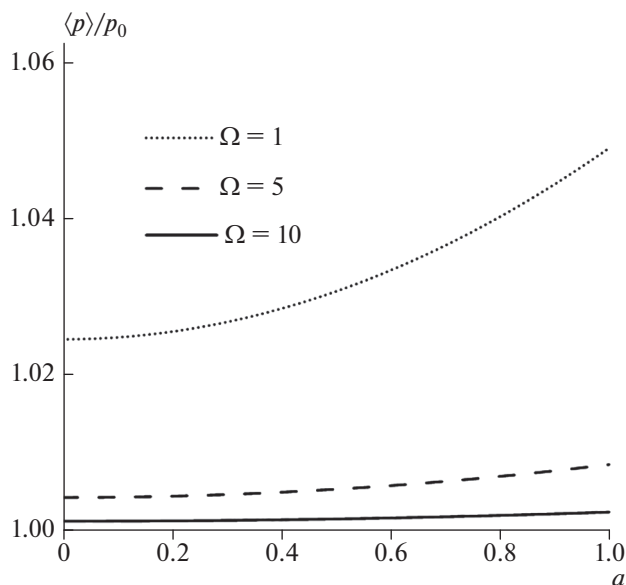
$$\Phi = \zeta + \frac{\xi h}{\sqrt{\Omega^2 + 4}} \left[ (a+1) \sin(\tau - \zeta - \gamma) + (a-1) \sin(\tau + \zeta - \gamma) \right], \quad (5)$$

где  $\gamma = \arctg(\Omega/2)$ . Как видно из (5), при включении вращающегося поля ортогонально оси спирали  $\Phi X$  в зависимости от знака хиральности  $q_0$  вдоль спирали распространяется возмущение ориентационной структуры директора в виде бегущей волны. Если  $q_0 > 0$ , то возмущение вдоль спирали будет двигаться в положительном направлении оси  $z$ , а при  $q_0 < 0$  – в отрицательном направлении оси  $z$ . Аналогичного эффекта можно добиться, изменив направление вращения поля на противоположное. Кроме того, угол поворота директора линейно зависит от напряженности магнитного поля, в то время как соответствующее решение для ХЖК [14] имеет квадратичную зависимость.

Воспользовавшись полученным решением (5), найдем шаг спирали  $\Phi X$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\Phi \approx \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\zeta}{\Phi'} = 1 + \frac{2\xi^2 h^2}{\Omega^2 + 4} \left[ 1 + (a^2 - 1) \sin^2(\tau - \gamma) \right]. \quad (6)$$

Видно, что зависимость шага спирали от времени (6) носит осциллирующий характер и не зависит от направления вращения магнитного по-



**Рис. 2.** Зависимость приведенного среднего шага спирали  $\langle p \rangle / p_0$  от параметра эллиптичности  $a$  при  $h = 0.1$ ,  $\xi = 3$  и различных значениях скорости вращения  $\Omega$ .

ля. При круговой поляризации ( $a = 1$ ) результат совпадает с полученным ранее в работе [10].

Среднее за период поворота поля значение шага  $\langle p \rangle$  спирали ФХ можно получить аналитически, проинтегрировав выражение (6) по времени:

$$\frac{\langle p \rangle}{p_0} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{p}{p_0} d\tau = 1 + \frac{\xi^2 h^2 (a^2 + 1)}{\Omega^2 + 4}. \quad (7)$$

В эллиптически поляризованном вращающемся магнитном поле ( $a \neq 1$ ) шаг спирали ФХ  $p$  (рис. 1а) осциллирует около среднего значения  $\langle p \rangle$ , причем  $p(\tau) > p_0$ . Максимальная амплитуда колебаний достигается при линейно поляризованных колебаниях поля ( $a = 0$ ). С увеличением параметра эллиптичности  $a$  амплитуда колебаний уменьшается и при круговой поляризации ( $a = 1$ ) осцилляции шага исчезают. При возраста-

нии параметра влияния поля  $\xi$  (рис. 1б) увеличивается амплитуда колебаний шага спирали и его среднее значение  $\langle p \rangle$ . Последнее с ростом эллиптичности  $a$  монотонно увеличивается (рис. 2) при всех значениях скорости вращения, достигая максимального значения при круговой поляризации поля ( $a = 1$ ). При высоких скоростях ( $\Omega = 10$ ) среднее значение шага слабо зависит от параметра эллиптичности  $a$ . С ростом скорости вращения  $\Omega$  среднее значение шага уменьшается во всем диапазоне изменения параметра эллиптичности  $a$ .

Исследование выполнено при финансовой поддержке Минобрнауки РФ по госзаданию № 0750-2020-0008.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brochard F., de Gennes P.G. // J. Phys. 1970. V. 31. P. 691.
2. Gdovinová V., Tomašovičová N., Jeng S.-C. et al. // J. Mol. Liq. 2019. V. 263. P. 375.
3. Naruta T., Akita T., Uchida Y. et al. // Opt. Expr. 2019. V. 27. P. 24426.
4. Raikher Y.L., Stepanov V.I. // J. Mol. Liq. 2018. V. 267. P. 367.
5. Shoarinejad S., Ghazavi M. // Soft Mater. 2017. V. 15. P. 173.
6. Potisk T., Pleiner H., Svenšek D. et al. // Phys. Rev. E. 2018. V. 97. Art № 042705.
7. Zakhlevnykh A.N., Sosnin P.A. // J. Magn. Magn. Mater. 1995. V. 146. P. 103.
8. Zakhlevnykh A.N., Shavkunov V.S. // J. Magn. Magn. Mater. 2000. V. 210. P. 279.
9. Захлевных А.Н., Макаров Д.В., Новиков А.А. // ЖЭТФ. 2017. Т. 152. № 4. С. 799; Zakhlevnykh A.N., Makarov D.V., Novikov A.A. // JETP. 2017. V. 125. № 4. P. 679.
10. Makarov D.V., Mandrykin S.D., Novikov A.A. et al. // J. Magn. Magn. Mater. 2018. V. 468. P. 287.
11. deGennes P.G., Prost J. The physics of liquid crystals. Oxford: Clarendon Press, 1995. 596 p.
12. Blinov L.M. Structure and properties of liquid crystals. Dordrecht: Springer, 2011. 439 p.
13. Raikher Y.L., Stepanov V.I. // J. Intell. Mater. Syst. Struct. 1996. V. 7. P. 550.
14. Makarov D.V., Novikov A.A., Zakhlevnykh A.N., Mandrykin S.D. // J. Mol. Liq. 2018. V. 263. P. 375.