ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2020, том 84, № 8, с. 1112–1115

УДК 539.143

ОПИСАНИЕ МАССОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ НЕЧЕТНЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР И ПАРНЫЕ ЭНЕРГИИ

© 2020 г. А. К. Власников[1], *, А. И. Зиппа[1], В. М. Михайлов[1]

[1]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет", Санкт-Петербург, Россия

*E-mail: a.vlasnikov@spbu.ru

Поступила в редакцию 02.03.2020 г.
После доработки 15.04.2020 г.
Принята к публикации 27.04.2020 г.

Исследована массовая поверхность нечетных ядер, представленная как полиномы второго порядков по отклонениям от N и Z нечетного ядра. Показано, что значения коэффициентов полиномов зависят от группы атомных ядер в окрестностях N и Z, по которой определяются эти коэффициенты.

DOI: 10.31857/S0367676520080335

ВВЕДЕНИЕ

Описание массовой поверхности вблизи некоторого атомного ядра с массовым числом A и числами нейтронов N и протонов Z представляет интерес с нескольких точек зрения. Если такая гладкая поверхность существует в аналитическом виде, то возможны определенные предсказания неизвестных масс с числом нуклонов, не слишком удаленных от N и Z. Существование такой массовой поверхности вокруг нечетного ядра, описываемой аналитической формулой, позволяет найти парную энергию P_τ ($\tau = n, p$), определяемую как превышение массы нечетного ядра над соседними четно-четными. Величину этого превышения может дать аналитическое описание в точке, соответствующей N и Z нечетного ядра. Таким образом можно вычислить некоторую "гладкую" составляющую компоненту массы нечетного ядра $\mathcal{M}$, от которой необходимо отсчитывать, чтобы получить парную энергию:

$$M(N_{\text{н}}, Z) = \mathcal{M}(N_{\text{н}}, Z) + P_n(N_{\text{н}}, Z); \quad (1)$$

$$M(N, Z_{\text{н}}) = \mathcal{M}(N, Z_{\text{н}}) + P_p(N, Z_{\text{н}}). \quad (2)$$

Уравнение (1) соответствует нечетно-нейтронному ядру, уравнение (2) – нечетно-протонному. $N_{\text{н}}$, $Z_{\text{н}}$ – нечетные числа; N, Z – четные.

В этой статье рассматривается возможность описания массовый поверхности с учетом линейных и квадратичных отклонений от N и Z, что способствует получению достоверных парных энергий, необходимых для уточнения выбора эффективных взаимодействий в частично-частичном канале [1–3].

В литературе используются разные определения парной энергии через массы ядер. Например, нейтронные парные энергии P_n обычно вычисляют с массами ядер при фиксированном четном Z (см. [4]):

$$P_n = [3M(N-1, Z) + M(N+1, Z) - M(N-2, Z) - 3M(N, Z)]/4, \quad (3)$$

здесь N и Z – четные числа.

В определение парной нейтронной энергии (3) входят две массы нечетного ядра $M(N+1, Z)$ и $M(N-1, Z)$, т.е. усредняются P_n для двух нечетных ядер. Предложенное в [5] уравнение позволяет фиксировать квантовое состояние нечетного наклона

$$P_n = M(N_{\text{н}}, Z) - \frac{1}{16}\{9[M(N_{\text{н}}+1, Z) + M(N_{\text{н}}-1, Z)] - [M(N_{\text{н}}+3, Z) + M(N_{\text{н}}-3, Z)]\} \quad (4)$$

($N_{\text{н}}$ – нечетное, Z – четное, как и в (1)). Применение (4) показало, что парные энергии нечетно-нейтронных ядер с $N_{\text{н}}$ и $N_{\text{н}} + 2$ отличаются на ~100 кэВ и более [5].

Уравнения (3), (4) используют предположение, что массы четно-четных ядер , соседних с нечетными, изменяются довольно плавно с N и Z, и если бы не P_τ, то масса нечетного ядра могла бы быть вычислена из этих масс четно-четных ядер. Это предположение было формализовано в [6], когда масса ядра с $N + s$ и $Z + t$ (s и t предполагаются малыми: $|s/N| < 1$ и $|t/Z| < 1$) была представлена в виде ряда по степеням s и t:

$$M(N+s, Z+t) = = M(N,Z) + \sum_{\substack{i,k=0,1,2,\ldots \\ i+k>0}} d_{inkp} \frac{s^i t^k}{i!k!}. \quad (5)$$

Уравнение (5) справедливо и при разложении энергии ядра $E(N+s, Z+t)$ при замене $M(N, Z)$ на $E(N, Z)$, а d_{1n0p} на $\overline{d}_{1n0p}$ и d_{0n1p} на $\overline{d}_{0n1p}$

$$\overline{d}_{1n0p} = -m_n + d_{1n0p};\ \overline{d}_{0n1p} = -m_p + d_{0n1p}. \quad (6)$$

Далее обозначим $d_{in0p} \equiv d_{in}$; $d_{0nkp} \equiv d_{kp}$. Всем параметрам может быть приписан порядок, равный $i + k$, так что d_{1n}, d_{1p} являются параметрами первого порядка, а d_{1n1p} – второго и так далее. Параметры будут называться четными, если $i + k$ – четное число, и нечетными, если $i + k$ – нечетное число. Четно-четными и нечетно-нечетными будут соответственно называться параметры $d_{2\mu n 2\nu p}$ и $d_{2\mu+1n2\nu+1p}$.

"Гладкая" масса $\mathcal{M}$ нечетного ядра может появиться в разложении для четно-четного ядра, если разложение по s и t (5) проводится около точки N, Z, соответствующих нечетному ядру. Например, если s – нечетное число, то

$$M(N_н + s, Z) = M(N_н, Z) + sd_{1n}(N_н, Z) + \ldots. \quad (7)$$

Легко проверить, что определение P_n (3) не содержит d_{1n} и d_{2n}, а для P_p – d_{1p} и d_{2p}. В то же время определение в (4) исключает все нечетные параметры, а среди четных – $d_{2\tau}$.

Возможность описать массовую поверхность, основываясь на уравнении (5) с учетом того или иного порядка параметров, предполагает, что эти параметры будут близки по величине при определении по разным группам ядер, не слишком далеких от N и Z, около которых производится разложение (5). Однако исследование ряда четно-четных ядер [7] показывают, что параметры d_{inkp} при $i \neq 0$, $k \neq 0$ существенно различаются при определении по разным группам ядер, за исключением d_{1n1p}.

В настоящей статье для массовой поверхности нечетных ядер мы ограничились учетом параметров до второго порядка, причем рассматриваются две группы ядер для установления параметров массовой поверхности. Одна – с фиксированным четным Z для нечетно-нейтронных ядер (четным N для нечетно-протонных), в этой группе к нечетному нуклону добавляется или отделяется нечетное число нуклонов (±1, ±3), так что вычисления параметров происходит с массами четно-четных ядер. Во второй группе ядер для нечетно-нейтронных ядер изменяется Z на ±2, ±4 единиц (для нечетно-протонных изменяется N на те же единицы). Формулы, по которым вычисляются параметры, даны в следующем разделе. В последнем разделе приводятся численные значения параметров и дается обсуждение полученных результатов.

ПРИБЛИЖЕНИЯ К МАССОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ "ГЛАДКОЙ" СОСТАВЛЯЮЩЕЙ МАССЫ НЕЧЕТНОГО ЯДРА $\mathcal{M}$ И ДЛЯ ПАРАМЕТРОВ d_{inkp} ЧЕРЕЗ МАССЫ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР

Как упоминалось во введении, параметры массовой поверхности определяются для двух групп ядер. В каждой из них рассматриваются приближения к массовой поверхности, содержащие параметры не выше второго порядка.

Первая группа ядер сохраняет для нечетно-нейтронных ядер четное неизменное Z, для нечетно-протонных – четное N.

Приближение А

В приближении А (А) для нечетно-нейтронных ядер N равны $N_н \pm 1$ и $N_н \pm 3$, для нечетно-протонных Z равны $Z_н \pm 1$ и $Z_н \pm 3$. В этом приближении необходимо найти 3 параметра $\mathcal{M}$, $d_{1\tau}$, $d_{2\tau}$ ($\tau = n$ для нечетно-нейтронных ядер, $\tau = p$ для нечетно-протонных).

Во вторую группу ядер входят для нечетно-нейтронных ядер Z, отличающиеся от Z нечетного ядра на четные числа, для нечетно-протонных аналогичная ситуация с N.

Приближение Б

В приближении Б (Б) $Z \pm 2$, $Z \pm 4$ для нечетно-нейтронных ядер, при этом $N_н \pm 1$ и $N_н \pm 3$. Соответствующие N и Z выбираются для нечетно-протонных ядер. В Б можно найти все параметры первого и второго порядка: $\mathcal{M}$, d_{1n}, d_{1p}, d_{2n}, d_{2p}, d_{1n1p}, т.е. 6 параметров.

Ниже, так же как в [7], для определения параметров вводятся комбинации масс, содержащие четные параметры $e(s, t)$, и нечетные $o(s, t)$. Переменные s и t могут быть отрицательными, нулями и положительными. $\mathcal{M}$ можно считать четным параметром, формально $\mathcal{M} = d_{0n0p}$. Уравнения для $e(s, t)$ и $o(s, t)$ записаны вплоть до второго порядка.

$$e(s,t) = M(N+s, Z+t) + + M(N-s, Z-t) = 2M(N,Z) + + s^2 d_{2n} + t^2 d_{2p} + 2std_{1n1p}; \quad (8)$$

$$o(s,t) = M(N+s, Z+t) - - M(N-s, Z-t) = 2sd_{1n} + 2td_{1p}. \quad (9)$$

Таблица 1. Нечетные параметры $\bar{d}_{1\tau}$ (кэВ), $\bar{d}_{1\tau} = d_{1\tau} - m_\tau$ и четные параметры $d_{2\tau}$ (кэВ) в приближениях А и Б (см. текст). Для нечетных параметров в каждом приближении приведены два значения, вычисленные с использованием четно-четных масс с различными массовыми числами

			А			Б		
A	Z	τ	$\bar{d}_{1\tau}(\Delta A = 1)$	$\bar{d}_{1\tau}(\Delta A = 3)$	$d_{2\tau}$	$\bar{d}_{1\tau}(\Delta A = 1)$	$\bar{d}_{1\tau}(\Delta A = 3)$	$d_{2\tau}$
157	64	n	−7148.58(0.90)	−7110.62(0.30)	196.98(0.32)	−7013.4(2.5)	−7104(10)	203.5(2.3)
165	67	p	−6768.05(0.70)	−6839.20(0.79)	628.98(0.55)	−6921(41)	−6855(23)	597(20)
171	70	n	−7337.13(0.09)	−7298.42(0.20)	186.63(0.14)	−7202.1(9.3)	−7078(24)	181.1(7.0)
175	71	p	−6104.90(0.70)	−6276.2(2.6)	578.9(2.0)	−6380(85)	−6133.3(3.1)	552(44)
179	72	n	−6743.4(1.0)	−6550.2(1.1)	198.58(0.83)	−6612(90)	−6660(59)	236(44)

Эти уравнения применимы к четно-четным и нечетным ядрам. В последнем случае под $M(N, Z)$ надо понимать $\mathcal{M}$.

Ниже даны уравнения для $\mathcal{M}$ и параметров нечетно-нейтронного ядра в А и Б. Уравнения для нечетно-протонного ядра получаются при заменах $N \leftrightarrow Z$ (в частности $N_н \leftrightarrow Z_н$), а также $n \leftrightarrow p$, $s \leftrightarrow t$, и перестановкой: нейтронные числа должны быть первыми.

Для А: $s = \pm1, \pm3$; $t = 0$; $\Delta A = |s| = 1; 3$.

$$\begin{gathered}\mathcal{M}(N_н, Z) = [9e(1,0) - e(3,0)]/16; \\ P_n(N_н, Z) = M(N_н, Z) - \mathcal{M}(N_н, Z),\end{gathered} \tag{10}$$

см. уравнения (1), (2).

$$d_{2n}(N_н, Z) = [e(3,0) - e(1,0)]/8. \tag{11}$$

В уравнениях (10), (11) использованы 4 массы, т.е. количество масс больше, чем параметров. Поэтому оказывается возможным определить d_{1n} из масс ядер с $\Delta A = 1; 3$.

$$\begin{gathered}d_{1n}(\Delta A = 1) = o(1,0)/2; \\ d_{1n}(\Delta A = 3) = o(3,0)/6.\end{gathered} \tag{12}$$

Для Б: $s = \pm1, \pm3$; $t = \pm2, \pm4$; $\Delta A = |s + t| = 1, 3$.

$$\begin{gathered}\mathcal{M}(N_n, Z) = \frac{5}{8}e(1,-2) + \\ + \frac{5}{48}e(1,2) - \frac{1}{6}e(1,-4) - \frac{1}{16}e(3,-2);\end{gathered} \tag{13}$$

$$d_{2n}(N_н, Z) = [e(1,2) + e(3,-2) - 2e(1,-2)]/8; \tag{14}$$

Число использованных масс равно 8, число параметров – 6, поэтому существует 2 варианта для получения d_{1n}

$$d_{1n}(\Delta A = 1) = [o(3,-2) - o(1,-2)]/4; \tag{15}$$

$$d_{1n}(\Delta A = 3) = [o(1,-4) + 2o(1,2)]/6. \tag{16}$$

Для Б приводятся уравнения только для нейтронных параметров, т.к. их можно сравнивать с параметрами, полученными в А.

ЧИСЛЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МАССОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ НЕЧЕТНЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР И ОБСУЖДЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ДЛЯ ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Как указывалось во введении, все параметры $\mathcal{M}$ и d_{inkp} могут быть вычислены либо через массы четно-четных ядер, $M(N + s, Z + t)$, либо через их энергии $E(N + s, Z + t)$, т.е. через энергии связи, $B = -E$. Ниже в табл. 1, 2 содержатся значения параметров, вычисленные с уравнениях (6)–(16) на основе последней публикации М. Вонга и др. [8]. Параметры приводятся для стабильных ядер $^{157}_{64}$Gd, $^{165}_{67}$Ho, $^{171}_{70}$Yb, $^{175}_{71}$Lu и $^{179}_{72}$Hf, т.к. для стабильных ядер в их ближайшей окрестности имеется достаточное количество измеренных масс ядер. В табл. 1 указаны массовое число A. заряд Z, $\tau = n$ для нечетно-нейтронных и $\tau = p$ для нечетно-протонных ядер. Эмпирические погрешности указаны в скобках рядом с параметрами. Все значения приведены в кэВ.

Табл. 1 показывает, что $\bar{d}_{1\tau}$, найденные как в разных приближениях, так и при разных ΔA внутри приближения, максимально отличаются на ~200 кэВ, т.е. относительное различие, отнесенное к $\bar{d}_{1\tau}$, составляет очень небольшую величину ~3%. Напомним, что в А удерживается неизменное Z для нечетно-нейтронных ядер и неизменное N для нечетно-протонных, а в Б, соответственно, Z или N изменяются на четные числа (±2, ±4). Знак и величина $\bar{d}_{1\tau}$ примерно соответствуют оценке на основе формулы Вайцзеккера [4].

Отметим, что параметры в Б по сравнению с А имеют большие эмпирические погрешности. Это связано с тем, что в Б используется большее число масс ядер, что обусловливает это различие.

Как следует из табл. 1, четные параметры $d_{2\tau}$ оказываются ближе друг к другу, чем $d_{1\tau}$, определенные в разных приближениях. Различие параметров $d_{2\tau}$ в А и Б в среднем равно ≈ 22 кэВ. Обращает на себя внимание существенная разница в

Таблица 2. Парные энергии P_τ в приближении А и разности "гладких" масс нечетных ядер $\mathcal{M}$(А) – $\mathcal{M}$(Б) в кэВ. Приближения А и Б – см. текст

A	Z	τ	P_τ(А)	$\mathcal{M}$(А) – $\mathcal{M}$(Б)
157	64	n	887.2(1.4)	–19(11)
165	67	p	862.5(1.3)	–102(25)
171	70	n	796.16(0.07)	–82(28)
175	71	p	894.2(1.8)	–174(22)
179	72	n	743.6(2.0)	328(63)

d_{2n} и d_{2p}. Однако формула Вайцзеккера как раз объясняет это. Если приближенно принять $d_{2n} \approx -\partial^2 B/\partial N^2$ и $d_{2p} \approx -\partial^2 B/\partial Z^2$, где B – энергия связи Вайцзеккера с параметрами из [4], то $d_{2n} \sim 200$ кэВ и $d_{2n} - d_{2p} \sim 400$ кэВ для $150 < A < 190$, что вполне разумно согласуется с данными табл. 1.

Парные энергии P_τ (табл. 2) приводятся только в А, P_τ в Б могут быть получены с помощью разности $\mathcal{M}$(А) – $\mathcal{M}$(Б), т. к., например, P_n(А) = $M(N_н, Z)$ – – $\mathcal{M}$(А). Абсолютные значения $\mathcal{M}$ не приводятся, т. к. они имеют тот же порядок, что и массы соседних четно-четных ядер, и могут быть легко восстановлены, используя значения P_τ и массу соответствующего нечетного ядра (см. (1) и (2)).

Подводя итог исследованию массовой поверхности вокруг нечетных ядер, аппроксимированной полиномами второго порядка по отклонениям от N и Z нечетного ядра, мы не можем отдать предпочтения А (постоянные Z (N) для нечетно-нейтронных (нечетно-протонных) ядер) или Б, где Z (N) изменяются. Оба эти приближения используют аппроксимацию массовой поверхности в виде полинома второго порядка. А использует для гладкой составляющей массы нечетного ядра $\mathcal{M}$ четыре массы, Б – восемь, что не всегда возможно, но оба приближения используют массы четно-четных ядер, отличающиеся от нечетного ядра на $\Delta A = 1$; 3. По-видимому, микроскопический анализ может показать, какое приближение более адекватно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nilsson S.G, Tsang C.F., Sobiczewski A. et al.* // Nucl. Phys. A. 1969. V. 131. P. 1.
2. *Соловьев В.Г.* Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971. 560 с.
3. *Bender M., Heenen P.-H., Reinhard P.-G.* // Rev. Mod. Phys. 2003. V. 75. P. 121.
4. *Бор О., Моттельсон Б.Р.* Структура атомного ядра. Т. 1. М.: Мир, 1971. 456 с.
5. *Власников А.К., Зиппа А.И., Михайлов В.М.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. С. 989; *Vlasnikov A.K., Zippa A.I., Mikhajlov V.M.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. P. 905.
6. *Madland D.G., Nix J.R.* // Nucl. Phys. A. 1988. V. 476. P. 1.
7. *Власников А.К., Зиппа А.И., Михайлов В.М.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. С. 1325; *Vlasnikov A.K., Zippa A.I., Mikhajlov V.M.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. P. 1184.
8. *Wang M., Audi G., Kondev F.G. et al.* // Chin. Phys. C. 2017. V. 41. № 3. Art. № 030003.