УДК 539.67

ВКЛАД ЗЕРНОГРАНИЧНЫХ ПОР В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫЙ ФОН ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ С УЛЬТРАМЕЛКИМ ЗЕРНОМ

© 2020 г. В. Г. Кульков*

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Национальный исследовательский университет "МЭИ", филиал в г. Волжском, Волжский, Россия

**E-mail: vikulkov@yandex.ru* Поступила в редакцию 10.04.2020 г. После доработки 29.04.2020 г. Принята к публикации 27.05.2020 г.

На основе решения неоднородного уравнения диффузии вакансий в кольцевой области сопряжения зерен находится энергия активации фона внутреннего трения. Зависимость логарифма внутреннего трения от обратной температуры представляется графиком с двумя или тремя прямолинейными участками с различными углами наклона к координатным осям. Это свидетельствует о разной энергии активации фона при различных температурах.

DOI: 10.31857/S0367676520090227

Возрастание интереса исследователей к пористым материалам связано с тем, что они обладают рядом интересных физических свойств, таких как пониженная плотность, повышенные диффузионная проницаемость, пластичность, адсорбционная и каталитическая активность, звукопоглощение и другие [1-3]. Известно, что пористые материалы обладают повышенной величиной внутреннего трения. Это относится к объемным [4] и пленочным структурам [5]. В большинстве случаев поры имеют различную геометрическую форму – от длинной цилиндрической [6] до сферической и линзовидной [7], а также могут располагаться в области границ зерен [8, 9]. Целью предлагаемой работы является исследование механизма внутреннего трения в поликристаллическом материале, на границах зерен которого располагаются поры.

Будем считать сечения пор границей зерна окружностями, а сами поры одинакового размера, равномерно распределенными по площади границы. Рассмотрим одну из пор. Расчетную область примем кольцевой, как показано на рис. 1. Здесь внутренний круг — сечение поры радиуса $R - \Delta R$, а кольцо – беспористый участок границы внешнего радиуса R, на котором соседние зерна сопрягаются. Если принять радиус пор за $R_0 = R - \Delta R$, то величину R найдем из условия равенства отношений площади беспористой части к полной площади для всей границы и для выбранной нами области: $\nu = (1 - \Delta)^2$, где $\Delta = \Delta R/R$. Тогда $R = R_0 \sqrt{1 - \Delta}$. На границу действует переменное по времени нормальное напряжение. Кольцевая область сопряжения зерен является распределенным периодически действующим источником избыточных вакансий. На внутренней и внешней окружностях эти вакансии уходят в поры, поэтому избыточная концентрация вакансий на них обращается в ноль.

Неоднородное уравнение диффузии вакансий для кольцевой области имеет вид:

$$\frac{\partial C(r,t)}{\partial t} = D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C(r,t)}{\partial r} \right) + A \exp(i\omega t).$$
(1)

Здесь C(r,t) – избыточная по сравнению с равновесной концентрация вакансий в границе, D – зернограничный коэффициент диффузии вакансий, *r* – полярный радиус, *A* – плотность источника вакансий. Считаем, что источник вакансий однородно распределен по площади области, поэтому A = const. Решение задачи удобно проводить с использованием безразмерной переменной $\rho = r/R$. Граничные условия имеют вид $C(\rho, t)|_{\rho=1-\Delta} = 0, C(\rho, t)|_{\rho=1} = 0.$ Решаем (1) методом Фурье. Для этого представляем координатную часть функции $C(\rho, t)$ в виде ряда по функциям $u_n(\rho) = c_1 J_0(\rho) + c_2 N_0(\rho)$, где $J_0(\rho)$ и $N_0(\rho) - c_1 J_0(\rho)$ функции Бесселя первого и второго рода. Коэффициенты c_1 и c_2 находятся с учетом граничных условий, что дает $u_n(\rho) = N_0(\lambda_n) J_0(\lambda_n \rho) -J_0(\lambda_n)N_0(\lambda_n\rho)$, где λ_k – корни уравнения $J_0(\lambda(1-\Delta))N_0(\lambda) - J_0(\lambda)N_0(\lambda(1-\Delta)) = 0.$ Тогда

$$C(\rho, t) = \sum_{n} b_{n}u_{n}(\rho) \exp(i(\omega t - \varphi_{n})),$$

$$A = \sum_{n} a_{n}u_{n}(\rho).$$
(2)

Здесь a_n и b_n — коэффициенты разложения, φ_n — фазы. Подставляя (2) в (1), находим:

$$C(\rho,t) = \sum_{n} \frac{a_n}{\omega} \frac{Z}{\sqrt{Z^2 + \lambda_n^4}} u_n(\rho) \exp(i(\omega t - \varphi_n)). \quad (3)$$

Здесь $Z = \omega R^2 / D$, tg $\phi_n = Z / \lambda_n^2$, ω – частота приложенного напряжения. Выражение для коэффициентов разложения Титчмарша a_n имеет вид [10]

$$a_{n} = \frac{\pi^{2} A \lambda_{n}^{2}}{2} \Big[J_{0}^{2} (\lambda_{n} (1 - \Delta)) - J_{0}^{2} (\lambda_{n}) \Big]^{-1} \times J_{0}^{2} (\lambda_{n} (1 - \Delta)) \int_{1 - \Delta}^{1} u_{n} (\rho) \rho d\rho.$$
(4)

Скорость взаимного нормального смещения зерен v(t) определяется количеством уходящего вещества из кольцевой области границы.

$$\upsilon(t) = \frac{j(t)}{\pi R^2 \left(1 - (1 - \Delta)^2\right)},$$
(5)

где $j(t) = -2\pi\delta D(\partial C(\rho, t)/\partial \rho|_{\rho=1} - (1 - \Delta) \times \partial C(\rho, t)/\partial \rho|_{\rho=1-\Delta})$ – полный поток вакансий через обе границы области, δ – диффузионная ширина границы. После вычисления с учетом (3) получаем

$$\upsilon(t) = \frac{2D\delta}{\omega R^2 \left(1 - (1 - \Delta)^2\right)} \times \sum_n \frac{a_n I_n \lambda_n^2 Z}{\sqrt{Z^2 + \lambda_n^4}} \exp\left(i\left(\omega t - \varphi_n\right)\right).$$
(6)

Здесь введено обозначение

$$I_n = \int_{1-\Delta}^{1} u_n(\rho) \rho d\rho =$$

= $\frac{1}{\lambda_n} [N_0(\lambda_n) (J_1(\lambda_n) - (1-\Delta) J_1(\lambda_n(1-\Delta))) - J_0(\lambda_n) (N_1(\lambda_n) - (1-\Delta) N_1(\lambda_n(1-\Delta)))].$

Получение адекватного решения задачи требует необходимость учета так называемого эффекта подстройки напряжений [11, 12]. Он заключается в следующем. Диффузионный поток вещества из кольцевой области приводит к неравномерному распределению в ней вакансий. Зоны вблизи границ кольца релаксируют быстрее. Более удаленные зоны воспринимают напряжения в большей степени. Происходит перераспределение напряжений в кольце с условием равенства внешней приложенной силы интегралу от распределенного напряжения. Взаимосвязь между локальным



Рис. 1. Сечение пор плоскостью границы. Поры выделены белым цветом.

нормальным напряжением и концентрацией избыточных вакансий имеет вид

$$\sigma(\rho, t) = \frac{C(\rho, t)kT}{C_0\Omega}.$$
(7)

Здесь Ω — атомный объем, C_0 — равновесная концентрация вакансий в границе. Описанный эффект можно записать в виде равенства

$$\frac{2\pi k T R^2}{C_0 \Omega} \left| \int_{1-\Delta}^{1} C(\rho, t) \rho d\rho \right| = \pi \sigma_0 R^2 \left(1 - \left(1 - \Delta\right)^2 \right).$$
Здесь

 σ_0 – амплитуда приложенного напряжения. Из последнего выражения с учетом (3) и (4) получаем

$$A = \frac{2C_0 \Omega \omega \sigma_0 \left(1 - (1 - \Delta)^2\right)}{\pi k T} \left(S_1^2 + S_2^2\right)^{-1/2},$$

$$S_1 = \sum_n \frac{\lambda_n^4 I_n^2 Z}{(1 - G_n) \left(Z^2 + \lambda_n^4\right)},$$
(8)

$$S_{2} = \sum_{n} \frac{\lambda_{n}^{2} I_{n}^{2} Z^{2}}{(1 - G_{n}) (Z^{2} + \lambda_{n}^{4})}, \quad G_{n} = \frac{J_{0}^{2} (\lambda_{n})}{J_{0}^{2} (\lambda_{n} (1 - \Delta))}.$$

Величина внутреннего трения может быть найдена из выражения

$$Q^{-1} = \Delta W / 2\pi W \,, \tag{9}$$

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 84 № 9 2020



Рис. 2. Зависимость $\ln F(Z)$ от $\ln Z$ (толстая линия). Тонкими линиями показаны касательные к графику в низко- и высокотемпературных областях. Ширина кольца $\Delta = 0.5$.

где в числителе стоит величина рассеянной за период энергии, а в знаменателе — максимальная запасенная упругая энергия.

$$\Delta W = 2\pi\beta R^2 \int_{0}^{2\pi/\omega} dt \int_{1-\Delta}^{1} \operatorname{Re}\sigma(\rho,t) \operatorname{Re}\upsilon(t)\rho d\rho, \quad (10)$$
$$W = \sigma_0^2 V/2E.$$

Здесь Re — действительная часть комплексной величины, V — объем зерна, E — модуль Юнга, β — безразмерный коэффициент, учитывающий количество кольцевых областей в границе и ее ориентацию по отношению к приложенным напряжениям. Воспользовавшись (3), (4), (6)—(10), выражение для внутреннего трения можно записать в виде:

$$Q^{-1} = \frac{4\pi^{3}\beta\delta C_{0}\Omega E \left(1 - (1 - \Delta)^{2}\right)}{VkT} \frac{1}{Z} \frac{(S_{3}S_{1} + S_{4}S_{2})}{S_{1}^{2} + S_{2}^{2}},$$

$$S_{3} = \sum_{n} \frac{\lambda_{n}^{6}I_{n}^{2}Z}{(1 - G_{n})(Z^{2} + \lambda_{n}^{4})},$$

$$S_{4} = \sum_{n} \frac{\lambda_{n}^{4}I_{n}^{2}Z^{2}}{(1 - G_{n})(Z^{2} + \lambda_{n}^{4})}.$$
(11)

Здесь β – геометрический коэффициент.

На рис. 2 изображен график зависимости $\ln F(Z)$ от $\ln Z$, где $F(Z) = \frac{1}{Z} \frac{(S_3 S_1 + S_4 S_2)}{S_1^2 + S_2^2}$ – зависящая от Z часть формулы (11). При расчете было принято $\Delta = 0.5$. Выражение для граничного коэффициента диффузии вакансий имеет вид D = $= D_0 \exp(-U_m/kT)$, где U_m – энергия активации миграции вакансий. Учитывая выражения для Q^{-1} и Z, можно считать, что с точностью до постоянного слагаемого по осям на рис. 2 откладываются

величины $Q^{-1} \cdot T$ и обратная температура. График содержит два прямолинейных участка с тангенсами углов наклона, равными –1 и –0.6. Это означает, что эффективная энергия активации фона внутреннего трения равна $0.6U_m$ в области низких температур и высоких частот, либо U_m в области высоких температур и низких частот. Такой вид зависимости можно понять из сравнения диффузионной ллины вакансий. рожлаемых в кольцевой зоне, за время полупериода колебаний с ее шириной ΔR . В интервале низких температур $\sqrt{D/\omega} < \Delta R < R$, что равносильно $Z < \zeta$, где ζ – величина порядка единицы. В этом случае вакансии в центральной области кольца не успевают достичь границы и тем самым не обеспечивают взаимного смещения зерен. В высокотемпературном интервале вакансии из любой точки области стекают в сток, вызывая смешение зерен и проявляя релаксационный процесс в полной мере. Согласно рис. 2 смена режима происходит при значении $\ln Z_0$, примерно равном 4.6, что определяется точкой пересечения двух касательных к линии графика. Отсюда можно оценить размер

пор и беспористой области границы $\omega R^2/D \approx 100$,

откуда $R = 2\Delta R \approx 10 \sqrt{D/\omega}$. Такое поведение температурной зависимости фона внутреннего трения наблюдается также в аморфных и кристаллических телах, где истоками и стоками вакансий являются протяженные структурные дефекты [13, 14]. Разница в том, что в них диффузия имеет трехмерный характер, тогда как в границах зерен она двумерна. В выражении (11) равновесная зернограничная концентрация вакансий С₀ считается постоянной и не зависит от температуры. Это справедливо для так называемых равновесных граниш. поскольку концентрация тепловых вакансий в них обычно гораздо меньше, чем концентрация структурных вакансий, связанных с избыточным объемом межзеренных границ. Лишь при температурах, близких к точке плавления тепловых вакансий в границе может стать больше, чем структур-

ных. При этом на графике зависимости $Q^{-1}T$ от обратной температуры возможно появление дополнительного излома. Его положение может быть также связано с исходным неравновесным строением границ. Принято считать [15, 16], что неравновесные границы имеют повышенный свободный объем. В таком случае положение излома будет зависеть от его величины. При температурах, выше точки этого излома энергия активации внутреннего трения включает как энергию миграции вакансий, так и энергию их образования $U_f + U_m$, что совпадает с энергией самодиффузии атомов в границе. При этом наклон графика возрастает. Согласно (11) величина внутреннего трения зависит от отношения смещения зерен в



Рис. 3. Распределение напряжения по ширине кольцевой области в единицах $2\pi\sigma_0$. Ширина кольца $\Delta = 0.5$. Параметр ln Z = 6.9. Значения фаз: $1 - \omega t =$ $= 2\pi n; 2 - \omega t = \pi/8 + 2\pi n; 3 - \omega t = \pi/2 + 2\pi n; 4 - \omega t =$ $= 5\pi/8 + 2\pi n; 5 - \omega t = 3\pi/2 + 2\pi n, n - целое.$

нормальном к границе направлении и размера зерен. Поэтому описанный механизм лучше проявляется в поликристаллических металлах с ультрамелким или наномасштабным размером зерна. Ряд технологий получения таких материалов неизбежно связан с наличием в них пористости [17].

Распределение локальных напряжений в зависимости от радиальной координаты можно получить, воспользовавшись выражениями (3), (7) и (8):

$$\operatorname{Re} \sigma(\rho, t) = \frac{\pi \sigma_0 \left(1 - (1 - \Delta)^2\right)}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \times \sum_n \frac{u_n(\rho) \lambda_n^2 I_n Z}{(1 - G_n) \left(Z^2 + \lambda_n^4\right)} \left(\lambda_n^2 \cos \omega t + Z \sin \omega t\right) \right].$$
(12)

Это распределение показано на рис. 3 для различных значений фазы колебаний ωt . Значение величины Z = 6.9 выбрано на низкотемпературном участке графика, представленного на рис. 2. Из рис. 3 видно, что диффузионные зоны вакансий примыкают к границам кольца, средняя часть почти не участвует в процессе. Концентрация вакансий в ней определяется только их генерацией и поглощением и остается почти независимой от координаты. Расчеты по формуле (12) показывают, что повышение температуры приводит к смещению границ диффузионной зоны к центру кольца. При высоких температурах график зависимости напряжения от радиальной координаты показывает, что в процесс вовлекаются все области кольца.

Подобные изломы на зависимости логарифма высокотемпературного фона внутреннего трения от обратной температуры наблюдаются и в других системах, где межзеренные или межфазные границы имеют геометрические неоднородности, связанные с их дефектным строением или огранкой второй фазы [18–20].

В заключении отметим, что в настоящей работе рассмотрен один из возможных механизмов фона внутреннего трения, обусловленный вкладом пористых границ зерен. Зависимость логарифма внутреннего трения от обратной температуры имеет прямолинейные участки и содержит один или два излома, положение которых определяется соотношением между диффузионными характеристиками вакансий и геометрическими размерами пористой системы. Этим участкам соответствуют разные энергии активации процесса: граничной самодиффузии, полная энергия активации миграции вакансий или ее часть.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Liu P.S., Chen G.F.* Porous materials: processing and applications. Butterworth-Heinemann, 2014. 576 p.
- Qin J., Chen Q., Yang C., Huang Y. // J. Alloys Compounds. 2016. V. 654. P. 39.
- 3. Otaru A.J. // Appl. Acoust. 2019. V. 143. P. 183.
- 4. *Li Q., Jiang G., Dong J. et al.* // J. Alloys Compounds. 2016. V. 680. P. 522.
- Du G., Tan Z., Li Z. et al. // Curr. Appl. Phys. 2018. V. 18. №. 11. P. 1388.
- 6. *Ota K., Ohashi K., Nakajima H.* // Mater. Sci. Engin. A. 2003. V. 341. № 1–2. P. 139.
- 7. *Hartland P., Crocker A.G., Tucker M.O.* // J. Nucl. Mater. 1988. V. 152. № 2–3. P. 310.
- Bobrowski P., Faryna M., Pędzich Z. // Mater. Res. Bull. 2014. V. 57. P. 203.
- 9. Wynblatt P., Chatain D. // Acta Mater. 2013. V. 61. Nº 12. P. 4572.
- Коренев Б.Г. Введение в теорию Бесселевых функций. М.: Наука, 1971, 288 с.
- 11. Кульков В.Г. // ЖТФ. 2007. Т. 77. № 3. С. 43; Kul'kov V.G. // Tech. Phys. 2007. V. 52. № 3. Р. 333.
- 12. *Кульков В.Г.* // Поверхн. Рент., синхротр. нейтр. иссл. 2005. № 11. С. 108.
- Золотухин И.В., Калинин Ю.Е. // ФТТ. 1995. Т. 37. № 2. С. 536.
- Калинин Ю.Е., Даринский Б.М. // МиТОМ. 2012. № 5. С. 15; Kalinin, Y.E., Darinskii В.М. // Met. Sci. Heat. Treat. 2012. V. 54. № 5–6. Р. 221.
- 15. *Чувильдеев В.Н.* Неравновесные границы зерен в металлах. Теория и приложения. М.: Физматлит, 2004. 304 с.
- Pumphrey P.H., Gleiter H. // Phil. Mag. 1975. V. 32. № 4. P. 881.
- Мулюков Р.Р., Имаев Р.М., Назаров А.А. и др. Сверхпластичность ультрамелкозернистых сплавов: Эксперимент, теория, технологии М.: Наука, 2014. 284 с.
- Кульков В.Г., Цирульников П.П., Сыщиков А.А. // ФПСМ. 2018. Т. 15. № 3. С. 397; Kul'kov V.G., Tsirul'nikov P.P., Syshchikov А.А. // BPMS. 2018. V. 15. № 3. Р. 397.
- 19. *Кульков В.Г., Васильева Ю.В.* // Персп. мат. 2009. № 7. С. 171.
- 20. Дешевых В.В., Кульков В.Г., Коротков Л.Н, Тарасов Д.П. // Комп. наностр. 2012. № 2. С. 24.