УДК 5.53:538.956

# РЕЛАКСАЦИОННО-РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ОТКЛИКА ВОДЫ

© 2020 г. А. А. Волков<sup>1</sup>, А. А. Васин<sup>1, \*</sup>, А. А. Волков мл.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт общей физики имени А.М. Прохорова Российской академии наук, Москва, Россия <sup>2</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Москва, Россия

> \**E-mail: alexcampeones@yandex.ru* Поступила в редакцию 10.04.2020 г. После доработки 29.04.2020 г. Принята к публикации 27.05.2020 г.

Широкополосные терагерцовые-инфракрасные спектры поглощения жидкой воды описаны в рамках нестандартной для воды газо-твердотельной модели Френкеля, дополненной взаимопревращением молекул и ионов, предполагающей в жидкостях смешанное трансляционно-колебательное движение молекул. Рассчитаны времена удержания молекул воды гидратной и ионной оболочками.

DOI: 10.31857/S0367676520090392

## введение

В ряду специфических свойств жидкой воды центральное место занимает диэлектрический отклик — реакция среды на зондирующее электромагнитное излучение в форме частотных спектров коэффициентов поглощения и рефракции. В силу электромагнитной природы вещества этот отклик напрямую информирует о происходящих в веществе процессах. В отношении воды информация огромна, но, несмотря на десятилетия исследований, на молекулярном уровне она в полной мере не расшифрована [1].

В настоящей работе мы обращаемся к спектру поглощения воды как проблемному. На рис. 1 он представлен в диапазоне частот –  $10^9-10^{14}$  Гц (от микроволнового до оптического диапазона) в форме спектра мнимой є"( $\omega$ ) части диэлектрической проницаемости. В таком виде диэлектрические потери воды изучаются на протяжении десятилетий [2–12]. Результаты собирают в базы данных [13, 14].

Картину на рис. 1 формируют 4 полосы поглощения. На низких частотах доминирует полоса т.н. дебаевской релаксации,  $R_1$  (Relaxation-1) с максимумом на частоте  $v_D \sim 20$  ГГц при комнатной температуре. С этим поглощением связан нагрев воды под действием СВЧ-излучения (MW heating [15]). Эффект широко известен и используется для нагрева водосодержащих сред в бытовых и промышленных СВЧ печах [16].

Дебаевская релаксация дает большой вклад в статическую диэлектрическую проницаемость, ~90%. Высокое значение диэлектрической прони-

цаемости (є' ~ 80 при комнатной температуре) считается ответственным за высокую растворяющую способность воды. Предполагается, что большое є' эффективно понижает энергию ион-ионного взаимодействия.



**Рис. 1.** Частотные спектры диэлектрических потерь жидкой воды (через 10 К, из базы данных [13, 14]) (*a*) – в традиционном представлении  $\varepsilon''(\omega)$  и (*б*) – в форме динамической проводимости  $\sigma(\omega)$ .

Со стороны высоких частот (в районе  $v_2 \sim 0.6 \text{ ГГц})$ к дебаевской релаксации прилегает слабая полоса поглощения  $R_2$  (Relaxation-2). На рис. 1 она сливается с  $R_1$  и практически не видна. Полоса  $R_2$  пользуется вниманием исследователей как неотъемлемая деталь релаксации-1 [9, 10].

Релаксационные полосы  $R_1$  и  $R_2$  продолжаются в высокочастотную область двумя пиками поглощения на частотах 5 и 18 ТГц. Оба пика — резонансные,  $L_1$  и  $L_2$  (Lorentzian-1 и Lorentzian-2), с одинаково сильным затуханием (с полушириной порядка собственной частоты пика). В спектрах они сильно перекрыты и, хотя составляют слитную пару, радикально различаются при протондейтронном замещении. Пик на частоте 5 ТГц к замещению не чувствителен. Пик на 18 ТГц вместе с высокочастотными ИК резонансами (на рис. 1 выше 18 ТГц они не видны) смещается вниз по частоте как корень из отношения масс протона и дейтрона (точнее, в 1.34 раза [18]).

Принято считать, что 5 ТГц пик как-то связан с трансляционными перемещениями молекул H<sub>2</sub>O, а 18 ТГц пик – их либрациями (качаниями) [19]. Высокочастотные ИК резонансы интерпретируются как деформационные колебания индивидуальных молекул H<sub>2</sub>O. В приведенной раскладке 5 ТГц пик разделяет в спектре поглощения внутримолекулярный и межмолекулярный отклики воды. Второй отклик малопонятен: в корне не ясно, каким образом молекулы воды, опутанные сеткой водородных связей, совершают трансляции. Считается, что для придания молекулам подвижности водородные связи с пикосекундными временами рвутся и восстанавливаются, что "молекулы непрерывно меняют своих соседей" [20]. В какой-то момент количество удерживающих связей уменьшается, и это делает молекулу способной к перемещению. Количество связей при таком подходе является важным объектом поиска. Сообщается как о достижении "мы получили среднее значение  $1.74 \pm 2.1\%$  донорных и акцепторных связей на молекулу" [21]. Есть предложение рассматривать дебаевскую релаксацию как переход молекулы воды из угла в угол тетраэдра  $(H_2O)_5$  ("a translation of a water molecule from an occupied to an unoccupied corner of the cube bounding the  $(H_2O)_5$  tetrahedron" [22]). Еще рассматривается механизм, при котором диэлектрическая релаксация в воде осуществляется миграцией дефектов (локальных отклонений структуры от считающегося базовым тетраэдрического вида) сквозь сетку водородных связей. В этом случае реориентация молекулы происходит, "когда она наталкивается на подходящий дефект сетки" [9]. В конечном счете, основу всех моделей составляет взаимодействие неделимых молекул H<sub>2</sub>O с сеткой водородных связей [17].

В [23, 24] мы развили подход, в котором понятие водородной связи не используется. Он основан на идее Френкеля о газо-твердотельном устройстве жидкостей, предполагающем комбинированное диффузно-колебательное перемещение молекул [25]. Воду мы представили как плотный газ, состоящий из атомов кислорода с закрепленными на них одним, двумя или тремя протонами. Другими словами, модельную среду мы наполнили частицами трех сортов  $H_2O$ ,  $H_3O^+$  и  $OH^-$ , а не одного, как принято, только молекулами Н<sub>2</sub>О. Молекулы и ионы в нашей модели совершают тепловое столкновительное движение, в результате которого обмениваются протонами и взаимопреврашаются. За времена в масштабе 1-100 пикосекунд каждая молекула становится ионом, а ион - нейтральной молекулой.

Мгновенно среда представляет собой ансамбль дипольных (нейтральных  $H_2O$ ) и заряженных ( $H_3O^+$  и  $OH^-$ ) частиц. В результате соударений и протонного обмена положительный и отрицательный заряды хаотически (диффузно) перемещаются в объеме с собственной степенью свободы, то есть перемещаются надмолекулярно. Считаем, что биполярная диффузия зарядов осуществляется в режиме, описанном в [26], и проявляется в диэлектрических спектрах в форме дебаевской релаксации.

Диффузия зарядов происходит в условиях экранировки оболочкой из поляризованных молекул  $H_2O$  и облаком ближайших ионов противоположного знака. Предположительно, дисперсионные области  $R_1$ ,  $R_2$  и  $L_1$  в диэлектрических спектрах воды отражают процессы формирования гидратных оболочек и ионных облаков. Ниже мы проверим эту гипотезу путем модельной обработки диэлектрических спектров воды с применением модели, разработанной нами ранее для описания диэлектрического отклика суперионных проводников [27].

### модель

Для воды как классического диэлектрика описание электродинамики традиционно проводится на языке диэлектрической проницаемости. В представлении диэлектрических потерь через  $\varepsilon''(\omega)$  дебаевская релаксация  $R_1$  выражена столь ярко, что другие особенности отклика кажутся несущественными. С первых шагов ее изучения, век назад, ее связали с вращением молекулярных диполей. С годами вращательная модель усложнились, но удовлетворительного понимания динамики воды так и не дала: "the molecular interpretation of the Debye relaxation still remains vague" [22]. Проблема дебаевской релаксации в жидкой воде и в наши дни остается открытой, "puzzling" [28].

Давно известно, что за дебаевской релаксацией, могут скрываться механизмы, отличные от ориентационного [29]. В [23] релаксационный отклик воды мы интерпретировали как диффузное перемещение заряженной частицы в параболическом потенциале. В данном случае заряженной частицей создается ток, и его описание более удобно в терминах проводимости  $\sigma(\omega)$ . Язык проводимости не принят для описания свойств воды, но, на самом деле, ε- и σ-представления эквивалентны [30]. Спектр  $\sigma(\omega)$  получается умножением  $\varepsilon''(\omega)$  на частоту:  $\sigma(\omega) = \omega \varepsilon_0 \varepsilon''(\omega)$ , где  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума. Умножение сильно упрощает работу с широкодиапазонными по частоте спектрами. Оно увеличивает вес высокочастотной, резонансной, части спектра и делает ее наблюдаемой наравне с более низкочастотной, релаксационной.

На рис. 1б диэлектрические спектры воды представлены проводимостью  $\sigma(\omega)$ . Считая, что спектры  $\sigma(\omega)$  отражают трансляционную диффузию заряженных частиц, в [24] мы поставили полосам поглощения  $R_1$ ,  $R_2$  и  $L_1$  в соответствие частотный каскад диффузий  $D_0, D_1, D_2$  с длинами диффузии L,  $l, \lambda$  и характерными временами  $t_0, t_1$  и  $t_2$ . Физический смысл каскада определили как последовательное по мере увеличения времени наблюдения за диффузией (по мере понижения частоты) обрастание диффундирующей частицы экранирующими облаками — гидратной оболочкой и ионным окружением. В таких условиях трансляционное перемещение частиц тормозится задержками в квазилокализованных состояниях. Движение носит диффузно-колебательный характер, о котором писал Френкель [25].

Динамика этого типа смоделирована нами в приложении к суперионным проводникам в [27]. Следуя Такаги [32], мы распространили метод Онзагера [33] на случай проводящих материалов, включив в число равновесных состояний, помимо x = const, состояние свободно движущейся частицы  $\dot{x} = \text{const}$ . Для проводимости такая модель дает

$$\sigma(\omega) = \omega_P^2 \gamma / \varepsilon_0(\omega^2 \tau_R a + b) / (\omega^2 a^2 + b^2), \qquad (1)$$

где  $a = \gamma(1 + \gamma \tau_R), b = \gamma \tau_R(\omega_0^2 - \omega^2) + \gamma^2 - \omega_0^2, \omega_P = = \sqrt{N_i q^2/(\varepsilon_0 m)}$  – плазменная частота,  $N_i$  – концентрация заряженных частиц, q – заряд и m – масса частицы,  $\omega_0$  – круговая частота колебаний частицы в локализованном состоянии,  $\tau_R$  – время локализации,  $\gamma$  – частота столкновений,  $\varepsilon_0$  =  $8.85 \cdot 10^{-12} \, \Phi \cdot M^{-1}$  – диэлектрическая проницаемость вакуума. При  $\tau_R$  = 0 формула (1) описывают отклик Друде свободно проводящих частиц, а в пределе  $\tau_R \rightarrow \infty$  – отклик гармонического осцилятора с затуханием. Изменение временного



**Рис. 2.** Динамическая проводимость воды  $\sigma(\omega)$  в двойном логарифмическом масштабе (те же графики, что на рис. 1*б* (через 20 K), дополненные на низких частотах данными работы [34]). Толстая линия – расчет по формуле (1) для температуры 273 K.

параметра  $\tau_R$  позволяет непрерывно следить за сменой режима движения частицы с колебательного на диффузионный.

Мы применили модель суперионной проводимости к описанию спектра поглощения воды. Формула (1) подбором параметров подгонялась к панорамному спектру проводимости, представленному на рис. 2. Подгонка проводилась в два этапа для двух полок проводимости  $\sigma_0$  и  $\sigma_1$  (отмечены штрихпунктиром).

Ранее, в [24] полки  $\sigma_0$  и  $\sigma_1$  были связаны нами с молекулярной динамикой воды, зондируемой в двух режимах трансляционного перемещения иона – находящегося в гидратной оболочке (с откликом в форме  $\sigma_1$ ) и в двойной ион-гидратной оболочке (с откликом в форме  $\sigma_0$ ). При таком подходе динамику среды составляют два диффузионных процесса, в каждом из которых трансляционное перемещение иона сопровождается его задержками в локализованных состояниях — колебаниями внутри гидратной оболочки (с временем локализации  $\tau_1$ ) и колебаниями его же гидратированного внутри ионной оболочки (с временем локализации  $\tau_0$ ) Времена локализации  $\tau_1$  и  $\tau_0$  различаются на несколько порядков. Сильно различаются и определяемые ими проводимости  $\sigma_1$  и  $\sigma_0$ , наблюдаемые на, соответственно, высоких (>10<sup>10</sup> Гц) и низких частотах (<10<sup>7</sup> Гц):  $\sigma_1 \approx 80 \text{ Om}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  и  $\sigma_0 \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ Om}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  [23, 24].

За отклики частиц, находящихся в локализованных состояниях с временами жизни  $\tau_1$  и  $\tau_0$ , мы приняли полосы поглощения  $L_1$  и  $R_1$  на частотах, соот-

**Таблица 1.** Параметры динамики ионов, окруженных гидратной и гидратной + ионной оболочками, согласно модели (1). Время  $\tau_D = \gamma / \omega_0^2$  – характерное время переторможенного осциллятора, близкое по смыслу времени дебаевской релаксации при общепринятом описании [2–12]

Гидратная оболочка	<i>Т</i> , К	273	373	Гидратная + ионная оболочки	<i>Т</i> , К	273	373
	ω <sub>0</sub> , ΤΓц	33	35		ω <sub>0</sub> , ΤΓц	1.3	2.0
	ү, ТГц	31	55		γ, ТГц	30	31
	т <sub><i>R</i></sub> , пс	0.29	0.06		т <sub><i>R</i></sub> , пс	$6.4 \cdot 10^{8}$	$6.2 \cdot 10^6$
	$\boldsymbol{\sigma}_l, \boldsymbol{\Omega}^{-1} \cdot \boldsymbol{m}^{-1}$	44	200		τ <sub>D</sub> , пс	17.5	8.0

ветственно 5 и 0.2 ТГц. Полоса L<sub>1</sub> выглядит как пик, переходящий на низких частотах (<10<sup>11</sup> Гц) в полку проводимости  $\sigma_1$ . Полоса  $R_1$  – дебаевская релаксация в форме переторможенного осциллятора с плоским максимумом  $\sigma_1$  (традиционно передаваемая дебаевским релаксатором с временем релаксации при комнатной температуре  $\tau_D = 8.3$  пс [22]). Контур  $R_1$  переходит на низких частотах (<10<sup>7</sup> Гц) в полку проводимости  $\sigma_0$ . Полный спектр складывается из двух слагаемых вида (1) (индексы 1 и 2 для простоты не используются) передающих колебательно-диффузионные переходы  $L_1 \rightarrow \sigma_1$  и  $R_1 \rightarrow \sigma_0$ . На этот спектр накладываются полосы поглощения  $R_2$  и  $L_2$ , вторичные по важности, обусловленные перестройкой протонной подсистемы. Для учета полос  $R_2$  и  $L_2$  мы добавили в спектр два слабо зависящих от температуры лоренциана вида

$$\sigma = \varepsilon_0 \Delta \varepsilon(0) \omega_0^2 \omega^2 \gamma / \left[ \left( \omega_0^2 - \omega^2 \right)^2 + \omega^2 \gamma^2 \right]$$
(2)

с одинаковыми диэлектрическими вкладами  $\Delta \varepsilon(0)_{R2, L2} = 1 \pm 0.3$ , частотами  $v_{R2} = 2.5 \pm 0.5$  и  $v_{L2} = 18 \pm 1$  ТГц и затуханиями  $\gamma_{R2} = 7 \pm 1$  и  $\gamma_{L2} = 15 \pm 1$  ТГц (частоты и затухания в формуле (2) умножаются на  $2\pi$ ).

Расчетный график для температуры 273 К (толстая линия на рис. 2) с графической точностью передает экспериментальный спектр. Подгоночные параметры модели для крайних температур 273 и 373 К приведены в табл. 1.

## ОБСУЖДЕНИЕ

1. Первостепенно важным считаем сам факт воспроизведения моделью сложной дисперсионной картины. Количественное согласие расчетных кривых с экспериментальными спектрами из базы данных подтверждает предположение о совершении молекулами воды одновременно колебательного и трансляционного движении. По причине смешанного характера движения временные параметры модели  $\omega_0 \tau_R и \gamma$  трудно сопоставимы с аналогичными по написанию литературными параметрами, полученными исключительно в рамках аддитивных моделей (с использованием аддитивного описания полос поглощения  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $L_1$  и  $L_2$  с независимыми параметрами [2–12]).

Обычно спектральный анализ полос  $R_1$  и  $R_2$ проводится в представлении их куполообразным спектром  $\varepsilon''(\omega)$  с единственным временным параметром – временем релаксации τ (рис. 1*a*). Частоте  $\omega \sim 1/\tau$  соответствует максимум є". Выше максимума по частоте представление диэлектрических спектров функцией ε"(ω) в дебаевской форме, когда  $\varepsilon''(\omega) \sim 1/\omega$ , не корректно: интеграл проводимости  $\sigma(\omega) = \omega \varepsilon_0 \varepsilon''(\omega) = \text{const по частоте расходится,}$ что не отвечает соотношениям Крамерса-Кронига [30]. В нашей модели этот недостаток исключен заменой релаксационной формы описания полос  $R_1$ ,  $R_2$  на осцилляторную. Полосы  $R_1$ ,  $R_2$  передаются переторможенными лоренцианами с временными параметрами ω<sub>0</sub> и γ, тесно связанными с новой для воды временной характеристикой  $\tau_R$ .

2. Переход к проводимости подразумевает трансляционное перемещение зарядов. Появляются фундаментально новые для воды вопросы относительно происхождения зарядов, их концентрации, подвижности и времени жизни.

Из сравнения графиков на рис. 1*a*, 1*б* видно, как радикально изменяется форма спектра при переходе к новому представлению. Мощная релаксационная полоса на рис. 1*a*, накрывающая два слабых пика, на рис. 1*б* становится постаментом этих пиков, многократно увеличенных по интенсивности. Перекрытие контуров свидетельствует о сильном взаимодействия механизмов дебаевской релаксации и пиков ИК поглощения. Первая отражает трансляционное перемещение частиц, а вторые — локализованные осцилляции. Задачей моделирования — разделение контуров и нахождение времен пребывания молекул в трансляционном диффузном и локализованном колебательном состояниях.

3. При сильном затухании  $\gamma > 2\omega_0$  выражение (1) сводится к разности двух друдевских релаксаторов. Принципиальное значение имеет сама возможность аналитически выразить проводимость  $\sigma(\omega)$  (а не  $\varepsilon''(\omega)$ , как принято, в релаксационной

форме. Это свидетельствует о присутствии в динамике проводящей системы эффектов экранирования. На микроскопическом уровне экранирование соответствует тому, что в системе подвижных кулоновски взаимодействующих частиц перемещение выделенной частицы с необходимостью сопровождается обратным по направлению током других частиц того же знака, стремящихся восстановить нарушенную зарядовую плотность. Динамические свойства такой системы определяются не только зарядом и инерцией одной частицы, как в

4. В литературе уже отмечалась особая разделительная роль частоты ~1000 см<sup>-1</sup> (3 · 10<sup>13</sup> Гц) [35]. Из рис. 2 видно, что, действительно, моды  $R_1, R_2, L_1$  и  $L_2$ , лежащие ниже 3 · 10<sup>13</sup> Гц, всецело определяют контур спектра поглощения воды. Узкие ИК резонансы, расположенные на спадающем правом краю спектра поглощения, лишь придают контуру изрезанность. С позиций газотвердотельной модели интенсивный полярный ИК спектр воды представляет собой фононный спектр протон-кислородной решетки. ИК спектры воды и льда практически одинаковы [36] и подобны спектрам ионного кристалла [37].

друдевском случае, но и свойствами экранирующе-

го облака.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показана возможность полноценного описания диэлектрического отклика воды с позиций газо-твердотельной модели Френкеля в противовес принятой модели переориентации диполей в сетке водородных связей. Методом подгонки параметров модели под эксперимент найдены времена локализации молекул воды в гидратной и ионной оболочках. Полученные параметры могут составить базу для дальнейших теоретических разработок.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 19-02-00446-а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Guillot B., Guissani Y.* // J. Chem. Phys. 2001. V. 114. № 15. P. 6720.
- Hasted J.B. // In Water: a comprehensive treatise. V. 1. Ed. Franks F. N.Y.: Plenum Press, 1972. P. 255.
- 3. *von Hippel A.* // IEEE Trans. Electr. Insul. 1988. V. 23. P. 801.
- 4. Kaatze U. // J. Chem. Eng. Data. 1989. V. 34. P. 371.
- 5. *Fukasawa T., Sato T., Watanabe J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. Art. № 197802.
- Yada H., Nagai M., Tanaka K. // Chem. Phys. Lett. 2009. V. 473. P. 279.

- Møller U., Cooke D.G., Tanaka K. et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 2009. V. 26. № 9. P. A113.
- Sega M., Schroder C. // J. Phys. Chem. A. 2015. V. 119. P. 1539.
- 9. *Popov I., Ben Ishai P., Khamzin A. et al.* // Phys. Chem. Chem. Phys. 2016. V. 18. № 20. Art. № 13941.
- 10. Hansen J.S., Kisliuk A., Sokolov A.P., Gainaru C. // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 116. Art. № 237601.
- 11. *Arbe A., de Molina P.M., Alvarez F. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 117. Art. № 185501.
- 12. Lunkenheimer P., Emmert S., Gulich R. et al. // Phys. Rev. E. 2017. V. 96. Art. № 062607.
- 13. Ellison W.J. // J. Phys. Chem. 2007. V. 36. P. 1.
- Querry M.R., Wieliczka D.M., Segelstein D.J. // Handbook of optical constants of solids. Ed. Palik E.D. N.Y.: Acad. Press, 1991. P. 1059.
- 15. *Huang W., Richert R.* // J. Phys. Chem. B. 2008. V. 112. Art. № 9909.
- Gabriel C., Gabriel S., Grant E.H. et al. // Chem. Soc. Rev. 1998. V. 27. P. 213.
- 17. Brini E., Fennell C.J., Fernandez-Serra M. et al. // Chem. Rev. 2017. V. 117. Art. № 12385.
- Max J-J., Chapados C. // J. Chem. Phys. 2011. V. 134. Art. № 164502.
- Sharma M., Resta R., Car R. // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. Art. № 187401.
- 20. Маленков Г.Г. // ЖСХ. 2006. Т. 47. С. S5.
- 21. Niskanen J., Fondella M., Sahlec C.J. // PNAS. 2019. V. 116. № 10. P. 4058.
- 22. Agmon N. // J. Phys. Chem. 1996. V. 100. P. 1072.
- 23. Volkov A.A., Artemov V.G., Pronin A.V. // Eur. Phys. Lett. 2014. V. 106. Art. № 46004.
- Volkov A.A., Artemov V.G., Volkov A.A. Jr., Sysoev N.N. // J. Mol. Liq. 2017. V. 248. P. 564.
- 25. *Френкель Я.И*. Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука. 1975. 592 с.
- 26. Stepisnik J., Mohoric A., Sersa I. // arXiv: 1010.1175v1. 2010.
- 27. Волков А.А., Козлов Г.В. Лебедев С.П., Ракитин А.С. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 2. С. 329.
- Hansen J.S., Kisliuk A., Sokolov A.P., Gainaru C. // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 116. Art. № 237601.
- 29. Поуел Р., Эйринг Г. // УФН. 1945. Т. 27. № 2. С. 265.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1992. 661 с.
- 31. *Саламон М.Б.* Физика суперионных проводников. Рига: Зинатне, 1982. 315 с.
- 32. Takagi Y. // J. Phys. Soc. Jap. 1979. V. 47. № 2. P. 567.
- 33. Onsager L. // Phys. Rev. 1931. V. 37. № 4. P. 405.
- 34. Light T.S., Licht S., Bevilacqua A.C., Morash K.R. // Electrochem. Solid-State Lett. 2005. V. 8. P. E16.
- 35. Heyden M., Sun J., Funkner S., Mathias G. et al. // PNAS 2010. V. 107. № 27. Art. № 12068.
- 36. Marechal Y. // J. Mol. Struct. 2011. V. 1004. P. 146.
- 37. *Peng Z., Yang L., Hui Y. et al.* // Chin. Phys. B. 2014. V. 23. № 2. Art. № 026103.