

УДК 537.876.4:538.94:530.182

ЛИНЕЙНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОТОКЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПЛАЗМОН-ПОЛЯРИТОНОВ

© 2021 г. И. В. Дзедолик*

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
“Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского”, Симферополь, Россия*

**E-mail: igor.dzedolik@cfuv.ru*

Поступила в редакцию 20.07.2020 г.

После доработки 28.08.2020 г.

Принята к публикации 28.09.2020 г.

Рассмотрены процессы возбуждения и распространения плазмон-поляритонных мод на границе раздела диэлектрической среды и металла в линейном и нелинейном режимах. Описаны физические механизмы возникновения нелинейного отклика свободных электронов в металле на основе квантовой гидродинамической модели. Показано, что в нелинейном режиме период и профиль огибающей кноидальной волны поверхностных плазмон-поляритонов меняются в зависимости от условий возбуждения и плотности энергии возбуждающей электромагнитной волны.

DOI: 10.31857/S0367676521010105

ВВЕДЕНИЕ

С 80-х годов прошлого столетия особое внимание уделяется распространению электромагнитных волн на границах раздела сред, в частности, металлов и диэлектриков, в связи с широкими перспективами применения композитных материалов в микро- и наноприборах фотонной и плазмонной техники [1–6]. Высокочастотное электромагнитное поле вызывает осцилляции как свободных, так и связанных зарядов в диэлектрических, полупроводниковых средах и металлах. При этом, в результате осцилляций зарядов излучаются вторичные электромагнитные волны, которые гибридизируются с волнами поляризации связанных и свободных зарядов в среде и распространяются в объеме среды, а также вдоль границы раздела сред в форме плазмон-поляритонных волн.

Спектр плазмонов в объемном образце отличается от спектра плазмонов в тонком или толстом слоях одного и того же металла, в наночастице и в нанопроводе [1–6]. Геометрические размеры и форма объекта влияют на его резонансные свойства, радиационные эффекты и поглощение электромагнитного поля. Помимо этого, свойства поверхностных плазмон-поляритонов (ППП) зависят от параметров диэлектрической среды, с которой контактирует поверхность металла. Возбуждение ППП может осуществляться с помощью призм [1], микрондами и микрообъективами с большой апертурой [3], с помо-

щью спазеров [6, 7] или полупроводниковых квантовых точек [8, 9].

Внешнее электромагнитное поле действует на электроны, вызывая линейный отклик диэлектрической проницаемости металла. При увеличении амплитуды внешнего поля появляются ангармонические колебания электронов и ионов, межзонные переходы, которые приводят к проявлению нелинейных поляризационных механизмов [1]. На границе раздела сред металл-диэлектрик происходит скачок диэлектрической проницаемости, т.е. нарушение трансляционной симметрии, что обуславливает возникновение больших поверхностных токов в скин-слое. Это приводит к возникновению нелинейных поверхностных эффектов на границе раздела сред. Линейные и нелинейные эффекты при генерации и распространении объемных и поверхностных плазмон-поляритонов описываются классическими и квантовыми линейными и нелинейными моделями [10–12]. Квантовые модели позволяют выявить физические механизмы, влияющие на динамику плазмон-поляритонов в объеме среды и на границе раздела сред, исследовать нелинейные процессы.

Интенсивная электромагнитная волна или мощный электромагнитный импульс генерируют нелинейные плазмон-поляритонные волны — кноидальные волны, кинки и солитоны в объеме проводящей среды [5, 7, 11–16], и на границе раздела проводящей и диэлектрической сред [1–7,

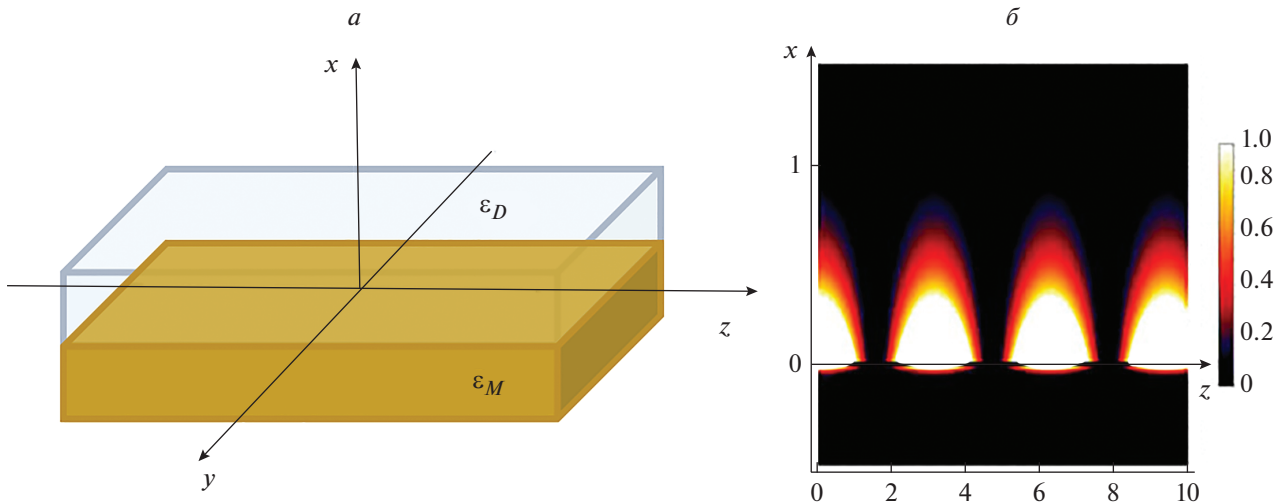


Рис. 1. Граница раздела (а) между диэлектрической и проводящей средами с диэлектрическими проницаемостями ϵ_D и ϵ_M , соответственно; (б) плотность энергии ППП на границе раздела сред. Размеры по осям отложены в микрометрах, плотность энергии представлена в относительных единицах (б).

17–22]. Свойства и динамика кноидальных волн и солитонов зависят от параметров возбуждающих электромагнитных волн и импульсов, а также от геометрии системы и свойств среды, в которой возбуждаются плазмон-поляритоны. Основная цель данной работы – исследование линейных и нелинейных процессов при распространении ППП на плоской границе раздела металла и диэлектрической среды в зависимости от граничных условий и плотности энергии электромагнитной волны, возбуждающей ППП.

МОДЫ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПЛАЗМОН-ПОЛЯРИТОНОВ

ППП генерируются при падении электромагнитной волны на границу раздела диэлектрической и проводящей среды (металла) (рис. 1), и возникают в результате взаимодействия фотонов, фононов и плазмонов.

Амплитуды ППП экспоненциально убывают при удалении от границы раздела сред, т.е. ППП локализованы вблизи границы (рис. 1б). Такие волны “привязаны” к границе раздела сред и не излучаются с гладкой границы. Для трансформации поверхностной волны в объемную (излучаемую) волну гладкость границы должна быть нарушена, например, с помощью выступов, бороздок, и т.п. [1–3].

Рассмотрим механизм возникновения ППП на границе раздела однородных сред с различными диэлектрическими ϵ_D и ϵ_M , а также магнитными μ_D и μ_M проницаемостями. В линейном режиме диэлектрические и магнитные проницаемости

обеих сред не зависят от плотности энергии ППП. Полагаем, что ППП возбуждаются монохроматическим полем $\sim \exp(-i\omega t)$. Поверхностная волна распространяется вдоль границы раздела сред по оси z , а ось x направлена по нормали к границе. Поле ППП экспоненциально спадает при удалении от границы $\sim \exp(-\alpha_D x)$ как в положительном направлении оси $x > 0$, так и $\sim \exp(\alpha_M x)$ в отрицательном направлении оси $x < 0$, причем $\text{Re}\alpha_D > 0$, $\text{Re}\alpha_M > 0$ [1–5].

Для ППП с плоским волновым фронтом вдоль оси y поле не меняется $\partial/\partial y \rightarrow 0$. Из уравнений Максвелла $\nabla \times \vec{H} = -ic^{-1}\omega\epsilon\vec{E}$, $\nabla \times \vec{E} = ic^{-1}\omega\mu\vec{H}$ получаем две системы уравнений для мод ППП [1]: для поперечной магнитной (ТМ-моды) с компонентами H_y , E_x , E_z магнитного и электрического полей

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_y}{\partial z} &= i\frac{\omega\epsilon}{c} E_x, & \frac{\partial H_y}{\partial x} &= -i\frac{\omega\epsilon}{c} E_z, \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{\partial E_x}{\partial z} &= i\frac{\omega\mu}{c} H_y, \end{aligned} \quad (1)$$

и для поперечной электрической (ТЕ-моды) с компонентами E_y , H_x , H_z ,

$$\begin{aligned} -\frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{\partial H_x}{\partial z} &= -i\frac{\omega\epsilon}{c} E_y, & \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -i\frac{\omega\mu}{c} H_x, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} &= i\frac{\omega\mu}{c} H_z. \end{aligned} \quad (2)$$

Из систем уравнений (1) и (2) можно получить уравнение второго порядка для поля H_y ТМ-моды и поля E_y ТЕ-моды, соответственно,

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + \epsilon \mu \frac{\omega^2}{c^2} + \alpha^2 \right) \begin{Bmatrix} H_y \\ E_y \end{Bmatrix} = 0. \quad (3)$$

Граничные условия при $x = 0$ для ТМ-моды имеют вид $H_{y1} = H_{y2}$, $E_{z1} = E_{z2}$, откуда следует $\frac{1}{\epsilon_D} \frac{dH_{Dy}}{dx} = \frac{1}{\epsilon_M} \frac{dH_{My}}{dx}$, т.е. $-\epsilon_M \alpha_D = \epsilon_D \alpha_M$; для ТЕ-моды граничные условия $E_{yD} = E_{yM}$, $H_{zD} = H_{zM}$ дают равенство $\frac{1}{\mu_D} \frac{dE_{Dy}}{dx} = \frac{1}{\mu_M} \frac{dE_{My}}{dx}$, т.е. $-\mu_M \alpha_D = \mu_D \alpha_M$.

Из граничных условий следует, что ТМ-мода ППП возбуждается на границе раздела сред с разными по знаку диэлектрическими проницаемостями, а ТЕ-мода ППП возбуждается при разных по знаку магнитных проницаемостях. В общем случае магнитная проницаемость – положительная величина, т.е. поверхностная ТЕ-мода на границе раздела металла и диэлектрика не возбуждается. Однако в средах с отрицательной магнитной проницаемостью ТЕ-мода может быть возбуждена, так как ее магнитная проницаемость может быть отрицательной. Примером таких сред являются фотонные кристаллы и метаматериалы [23].

Решения уравнений (1)–(3) можно представить в форме $E_j = E_{0j} \exp(i\beta z)$, $H_j = H_{0j} \exp(i\beta z)$, где $j = D, M$. Тогда остальные компоненты приобретают вид для ТМ-моды $E_x = \frac{c\beta}{\omega\epsilon} H_y$, $E_z = i \frac{c\alpha}{\omega\epsilon} H_y$, и для ТЕ-моды $H_x = -\frac{c\beta}{\omega\mu} E_y$, $H_z = -i \frac{c\alpha}{\omega\mu} E_y$.

Подставляя решения для E_j и H_j в уравнения (3), получаем характеристические уравнения для ТМ-моды и ТЕ-моды ППП $\epsilon_j \mu_j c^{-2} \omega^2 - \beta^2 + \alpha_j^2 = 0$, из этих уравнений находим коэффициенты α_j мод $\alpha_j = (\beta^2 - \epsilon_j \mu_j c^{-2} \omega^2)^{1/2}$. Исключая коэффициенты α_j из граничных условий $-\epsilon_M \alpha_D = \epsilon_D \alpha_M$ и $-\mu_M \alpha_D = \mu_D \alpha_M$, получаем дисперсионные уравнения

$$\text{для ТМ-моды } \omega^2 - \frac{\epsilon_D^2 - \epsilon_M^2}{\epsilon_D \epsilon_M (\epsilon_D \mu_M - \epsilon_M \mu_D)} c^2 \beta^2 = 0, \text{ и}$$

$$\text{для ТЕ-моды } \omega^2 - \frac{\mu_D^2 - \mu_M^2}{\mu_D \mu_M (\epsilon_M \mu_D - \epsilon_D \mu_M)} c^2 \beta^2 = 0.$$

Для ППП, которые распространяются вдоль границы немагнитного диэлектрика $\mu_D = 1$ и немагнитного металла $\mu_M = 1$, возбуждается только ТМ-мода, для нее имеет место дисперсионное

уравнение $\omega^2 \tilde{\epsilon} - c^2 \beta^2 = 0$, где $\tilde{\epsilon} = \frac{\epsilon_D \epsilon_M}{\epsilon_D + \epsilon_M}$ – эффек-

тивная диэлектрическая проницаемость. В этом случае ТЕ-мода не возбуждается. Эффективная диэлектрическая проницаемость $\tilde{\epsilon}$ должна быть положительной для ППП, распространяющихся вдоль границы металла с $\text{Re} \epsilon_M < 0$ и диэлектрика с $\text{Re} \epsilon_D > 0$, т.е. должны выполняться неравенства $\text{Re} \epsilon_D \text{Re} \epsilon_M < 0$ и $\text{Re} \epsilon_D + \text{Re} \epsilon_M < 0$. При этом действительная часть диэлектрической проницаемости металла должна быть по модулю больше, чем диэлектрическая проницаемость диэлектрика. Тогда постоянная распространения ППП ТМ-моды будет иметь действительное значение $\beta = k_0 \sqrt{\tilde{\epsilon}}$, где $k_0 = \omega/c$. Постоянные распространения ППП больше по величине, чем волновые векторы фотонов на той же частоте $\beta > k_0$. Поэтому электромагнитная волна, падающая на плоскую поверхность металла из воздуха, не возбуждает ППП, и для возбуждения ППП необходимо применять соответствующие методы [1–6] для уравнивая тангенциальной компоненты электромагнитной волны и постоянной распространения ППП.

Решения дисперсионного уравнения для ППП ТМ-моды $\epsilon_D \epsilon_M \omega^2 - c^2 (\epsilon_D + \epsilon_M) \beta^2 = 0$ определяют ветви спектра ТМ-моды ППП. На границе раздела сред собственные коллективные электронные колебания (поверхностные электронные состояния или поверхностные плазмоны (ПП)), возникают при резонансе, когда эффективная диэлектрическая проницаемость $\tilde{\epsilon} = \epsilon_D \epsilon_M / (\epsilon_D + \epsilon_M) \rightarrow \infty$. Спектр ПП дают решения уравнения $\epsilon_D + \epsilon_M = 0$. Диэлектрические проницаемости на оптических частотах можно представить для диэлектрика в виде $\epsilon_D = 1 + \omega_{eD}^2 / (\omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega)$, а для металла в виде $\epsilon_M = \epsilon_{lat} - \omega_{eM}^2 / (\omega^2 + i\gamma\omega)$, где ω_{ej}^2 – плазменные частоты, Γ , γ – частоты релаксаций колебаний, ϵ_{lat} – диэлектрическая проницаемость ионной решетки металла.

Таким образом, в линейном режиме ППП распространяются в форме эванесцентной волны $\sim \exp(-\alpha_D x) \exp(-i\omega t + i\beta z)$ с гармонической зависимостью от времени и от продольной координаты.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Наиболее последовательно динамика электронов в металле (при воздействии электромагнитного поля описывается уравнением Шрёдингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U(|\Psi|^2) \Psi. \quad (4)$$

Из уравнения Шрёдингера (4) с помощью преобразования Маделунга [24] $\Psi = a(t, \vec{r}) \exp[ib(t, \vec{r})]$, можно получить гидродинамическую модель, описывающую взаимодействие электронов с электромагнитным полем. Полагая, что $a^2 = |\Psi|^2 = n(t, \vec{r})$ – плотность, а $\nabla\phi = \vec{v}(t, \vec{r})$ – скорость электронной жидкости, где $\phi = -b\hbar/m$, из уравнения Шрёдингера (4) получаем систему гидродинамических уравнений

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(n\vec{v}) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\frac{1}{m}\nabla(U + U_q), \quad (6)$$

где $U_q = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 \sqrt{n}}{\sqrt{n}}$ – квантовый потенциал, описывающий взаимодействие электронов [1, 13, 25].

Рассмотрим квантовую гидродинамическую модель, в которой градиент потенциала электронной жидкости обусловлен силой Лоренца $-\nabla U = \vec{F}_L$, а квантовый потенциал представляет кинетическая энергия Томаса–Ферми $U_q = C_F n^{5/3}$, где $C_F = \frac{3\hbar^2}{10m} (3\pi^2)^{2/3}$ [25]. Тогда уравнения (5), (6) приобретают вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(n\vec{v}) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\frac{e}{m} \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} \right) - C_F \nabla n^{5/3}. \quad (8)$$

Для решения системы уравнений (7), (8) можно применить метод последовательных приближений, представляя плотность и скорость электронной жидкости в форме рядов $n(t, \vec{r}) = n_0 + n_1(t, \vec{r}) + n_2(t, \vec{r}) + \dots$ и $\vec{v}(t, \vec{r}) = \vec{v}_1(t, \vec{r}) + \vec{v}_2(t, \vec{r}) + \dots$. Пренебрегая квантовым давлением по сравнению с силой Лоренца [1] в уравнении (8), получаем уравнения гидродинамической модели в первом приближении

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 \nabla \vec{v}_1 = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -\frac{e}{m} \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v}_1 \times \vec{B} \right). \quad (10)$$

Для ТМ-моды ППП с компонентами поля в немагнитном металле $E_x = \frac{c\beta A}{\omega \epsilon_M} \exp(i\phi)$, $E_z = i \frac{c\alpha_M A}{\omega \epsilon_M} \exp(i\phi)$, $B_x = A \exp(i\phi)$, где $\phi = -i\omega t +$

$+ \alpha_M x + i\beta z$, векторное уравнение (10) приобретает

$$\text{вид системы уравнений } \frac{\partial v_{1x}}{\partial t} = -\frac{e}{m} E_x + \frac{e}{mc} v_{1z} B_y,$$

$\frac{\partial v_{1z}}{\partial t} = -\frac{e}{m} E_z - \frac{e}{mc} v_{1x} B_y$, а $v_{1y} = 0$. Учитывая, что компоненты электрического и магнитного полей имеют одинаковый порядок величины, вторыми слагаемыми в правых частях этих уравнений можно пренебречь [1], т.к. их учет является превышением точности первого приближения. Тогда на-

ходим компоненты скорости $v_{1x} = -i \frac{e}{m\omega} E_x$ и

$$v_{1z} = -i \frac{e}{m\omega} E_z, \text{ и подставляя в них компоненты}$$

ТМ-моды в металле, получаем $v_{1x} = -i \frac{ec}{m\omega^2} \times$

$$\times \frac{\beta A}{\epsilon_M} \exp(i\phi), \quad v_{1z} = \frac{ec}{m\omega^2} \frac{\alpha_M A}{\epsilon_M} \exp(i\phi).$$

Подставляя выражения для компонент скорости в уравнение (9) и учитывая, что $\nabla \vec{v}_1 = 0$, для ТМ-моды ППП получаем $\partial n_1 / \partial t = 0$ в рассматриваемом приближении, т.е. $n_1 = \text{const}$.

Во втором приближении система уравнений (7), (8) имеет вид

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} + n_0 \nabla \vec{v}_2 = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_2}{\partial t} = -(\vec{v}_1 \nabla) \vec{v}_1 - \frac{e}{m} \left(\frac{1}{c} \vec{v}_1 \times \vec{B} + \frac{1}{c} \vec{v}_2 \times \vec{B} \right). \quad (12)$$

Систему уравнений (11), (12) с учетом выражения для скорости $\vec{v}_1 = -i \frac{e}{m\omega} \vec{E}$ представим в виде

$$\frac{\partial^2 n_2}{\partial t^2} = -\frac{\omega_e^2}{4\pi m \omega^2} \nabla(\vec{E}\nabla)\vec{E} - i \frac{\omega_e^2}{4\pi m c \omega} \nabla(\vec{E} \times \vec{B}), \quad (13)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_2}{\partial t} = \frac{e^2}{m^2 \omega^2} (\vec{E}\nabla)\vec{E} + i \frac{e^2}{m^2 c \omega} \vec{E} \times \vec{B}. \quad (14)$$

Решение уравнения (13) позволяет найти выражение для возмущения электронной плотности во втором приближении на частоте второй гар-

моники $\sim \exp(-i2\omega t)$, $n_2 = \frac{\omega_e^2}{4\pi m \omega^4} \nabla(\vec{E}\nabla)\vec{E} +$

$+ i \frac{\omega_e^2}{4\pi m c \omega^3} \nabla(\vec{E} \times \vec{B})$. Решение уравнения (14) пред-

ставляет возмущение электронной скорости во втором приближении $\vec{v}_2 = i \frac{e^2}{2m^2 \omega^3} (\vec{E}\nabla)\vec{E} -$

$$- \frac{e^2}{2m^2 c \omega^2} \vec{E} \times \vec{B}.$$

Вектор поляризации среды \vec{P} может быть выражен через электронную плотность и вектор

плотности тока электронной жидкости, которые связаны уравнением непрерывности $\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \vec{j} = 0$, т.е. $\vec{j} = -\frac{1}{e} \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$, $n = \frac{1}{e} \nabla \vec{P}$, где $\vec{j} = n_0(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$, $n = n_0 + n_2$. Вектор поляризации среды можно найти как $\vec{P} = -e \int dt \vec{j}$, т.е.

$$\vec{P}_2 = -\frac{\omega_e^2}{4\pi\omega^2} \vec{E} + \frac{e\omega_e^2}{16\pi m\omega^4} (\vec{E}\nabla) \vec{E} + i\frac{e\omega_e^2}{16\pi m c\omega^3} \vec{E} \times \vec{B}. \quad (15)$$

Следующее приближение увеличивают степень нелинейности тока $\vec{j} = n_0(\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3) + n_2\vec{v}_1$, где возмущение скорости третьего порядка удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \vec{v}_3}{\partial t} = -(\vec{v}_1\nabla)\vec{v}_2 - (\vec{v}_2\nabla)\vec{v}_1 - \frac{e}{mc} \vec{v}_2 \times \vec{B}, \quad (16)$$

решение которого имеет вид $\vec{v}_3 = -\frac{i}{3\omega} \times \left[(\vec{v}_1\nabla)\vec{v}_2 + (\vec{v}_2\nabla)\vec{v}_1 + \frac{e}{mc} \vec{v}_2 \times \vec{B} \right]$. Интегрируя по времени вектор плотности тока \vec{j} , полученный в третьем приближении, находим вектор поляризации среды

$$\begin{aligned} \vec{P}_3 = & -\frac{\omega_e^2}{4\pi\omega^2} \vec{E} + \frac{e\omega_e^2}{16\pi m\omega^4} (\vec{E}\nabla) \vec{E} + \frac{ie\omega_e^2}{16\pi m c\omega^3} \vec{E} \times \\ & \times \vec{B} - \frac{e^2\omega_e^2}{24\pi m^2\omega^5} (\vec{E}\nabla) \left(\frac{1}{\omega} (\vec{E}\nabla) \vec{E} + \frac{i}{c} \vec{E} \times \vec{B} \right) - \\ & - \frac{e^2\omega_e^2}{24\pi m^2\omega^5} \left(\left(\frac{1}{\omega} (\vec{E}\nabla) \vec{E} + \frac{i}{c} \vec{E} \times \vec{B} \right) \nabla \right) \vec{E} - \\ & - \frac{ie^2\omega_e^2}{24\pi m^2 c\omega^4} \left(\frac{1}{\omega} (\vec{E}\nabla) \vec{E} + \frac{i}{c} \vec{E} \times \vec{B} \right) \times \vec{B} - \\ & - \frac{e^2\omega_e^2}{12\pi m^2\omega^6} \vec{E} (\nabla (\vec{E}\nabla) \vec{E}) - \frac{ie^2\omega_e^2}{12\pi m^2 c\omega^5} \vec{E} (\nabla (\vec{E} \times \vec{B})). \end{aligned} \quad (17)$$

НЕЛИНЕЙНЫЕ МОДЫ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПЛАЗМОН-ПОЛЯРИТОНОВ

Нелинейный отклик возникает в металле при воздействии достаточно мощной электромагнитной волны. Для теоретического анализа нелинейных процессов при распространении ППП полагаем, что ТМ-мода ППП возбуждается на оптической частоте на границе металла с воздухом с диэлектрическими проницаемостями ϵ_M и $\epsilon_0 = 1$, соответственно. Отклик электронной жидкости на второй гармонике для металла может иметь место на границе раздела сред из-за нарушения трансляционной инвариантности [1], т.е. для компоненты электрического поля E_x . Компонен-

ты поля ППП затухают экспоненциально $\sim \exp(\alpha_M x)$ вглубь металла ($x < 0$), причем глубина проникновения поля в металл на оптических частотах составляет два-три десятка нанометров при длине волны ППП, имеющей порядок нескольких сотен нанометров. Плотность энергии ППП $\sim E^2$ зависит от нормальной к поверхности металла координаты как $\exp(2\alpha_M x)$, поэтому энергия ППП сосредоточена вблизи поверхностного слоя.

Процесс формирования мод ППП на границе раздела диэлектрической среды и металла описывается классическими уравнениями Максвелла для поля с учетом нелинейной поляризации электронной жидкости $\nabla \times \vec{B} = c^{-1}(\dot{\vec{E}} + 4\pi\dot{\vec{P}})$, $\nabla \times \vec{E} = -c^{-1}\dot{\vec{B}}$. Уравнения для нелинейной ТМ-моды ППП имеют вид $\frac{dB_y}{dz} = -c^{-1}(\dot{E}_x + 4\pi\dot{P}_x)$, $\alpha_M B_y = c^{-1}(\dot{E}_z + 4\pi\dot{P}_z)$, $\frac{dE_x}{dz} - \alpha_M E_z = -c^{-1}\dot{B}_y$, где в правых частях стоят компоненты вектора поляризации среды (17). Найти аналитические решения этой системы нелинейных уравнений в частных производных, в правых частях которых имеются члены, зависящие от первой, второй и третьей гармоник частоты возбуждающей ППП электромагнитной волны, весьма проблематично.

Полагаем, что ТМ-мода ППП возбуждается только на первой гармонике, а вторая и третья гармоники в результате дисперсии в металле не синхронны, что возможно при большой величине дисперсии в металле [1], т.е. ППП на них не возбуждаются. Для дальнейшего теоретического анализа нелинейную систему уравнений для компонент ТМ-моды представим с учетом только основных членов [26] вектора поляризации среды (17), дающих наибольший отклик электронной жидкости

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_y}{\partial z} = ik_0 \epsilon_{Mx} E_x, \quad B_y = -i \frac{k_0}{\alpha_M} \epsilon_{Mz} E_z, \\ \frac{dE_x}{dz} - \alpha_M E_z = ik_0 B_y, \end{aligned} \quad (18)$$

где $\epsilon_{Mx} = \epsilon_{ML} + 4\pi\chi_2 E_x - 4\pi\chi_3 E^2$, $\epsilon_{Mz} = \epsilon_{ML} - 4\pi\chi_3 E^2$, $\epsilon_{ML} = \epsilon_{lat} - \omega_{eM}^2 / (\omega^2 + i\gamma\omega)$, χ_2 и χ_3 — диэлектрическая восприимчивость металла второго и третьего порядков, $E^2 = E_x^* E_x + E_z^* E_z$, α_M и ϵ_{ML} являются комплексными величинами. Из системы трех уравнений (18), исключая $B_y = -ik_0 \alpha_M^{-1} \epsilon_{Mz} E_z$,

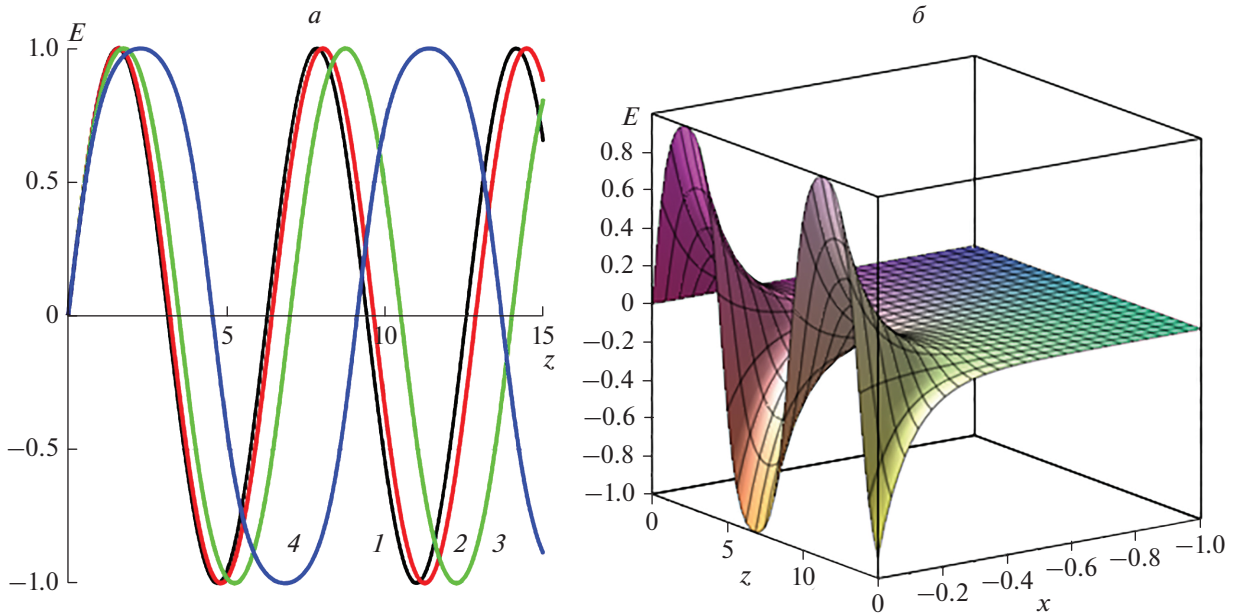


Рис. 2. Электрический вектор нелинейной ТМ-моды ППП при разных значениях модуля \tilde{k} эллиптического интеграла: (а) 1 (черный цвет) – $\sin(Z)$, $\tilde{k} = 1$; 2 (красный цвет) – $\text{sn}(Z, 0.3)$; 3 (зеленый цвет) – $\text{sn}(Z, 0.6)$; 4 (синий цвет) – $\text{sn}(Z, 0.9)$; (б) $E = \exp(\alpha_M x) a_2 \text{sn}(Z, 0.9)$; на рисунке $\phi_0 = 0$.

получаем два уравнения для компонент электрического поля нелинейной ТМ-моды

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial z} - \alpha_M E_z - k_0^2 \frac{\epsilon_{Mz}}{\alpha_M} E_z &= 0, \\ \frac{\partial E_z}{\partial z} + \alpha_M \frac{\epsilon_{Mx}}{\epsilon_{Mz}} E_x + \frac{\partial \ln \epsilon_{Mz}}{\partial z} E_z &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

В рассматриваемом случае для нелинейной ТМ-моды ППП $\epsilon_{Mx}/\epsilon_{Mz} = 1$, причем выполняется неравенство $|E_z \partial \ln \epsilon_M / \partial z| \ll |E_x \alpha_M \epsilon_{Mx} / \epsilon_{Mz}|$, т.к. $\alpha_M \sim 1/x_M \gg 1 \text{ см}^{-1}$. В этом приближении, взяв вторые производные по z в уравнениях (19) и комбинируя эти уравнения с уравнения с первыми производными, систему уравнений первого порядка (19) можно представить в виде системы уравнений второго порядка

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \kappa^2 E_x - \chi (E_x^* E_x + E_z^* E_z) E_x = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + \kappa^2 E_z - \chi (E_x^* E_x + E_z^* E_z) E_z = 0, \quad (21)$$

В общем случае множитель $\kappa^2 = \alpha_M^2 + k_0^2 \epsilon_{ML}$ является комплексной величиной. В частном случае, на малых длинах распространения ППП, пропорциональных нескольким длинам волн, когда можно пренебречь затуханием ППП, полагая ϵ_{ML} и α_M действительными величинами, тогда κ^2

и χ – действительные величины. Введем двухкомпонентный комплексный электрический вектор ТМ-моды ППП $E = E_x + iE_z$, полагая, что E_x и E_z являются действительными величинами. Такой двухкомпонентный вектор можно представить в форме $E = \sqrt{E_x^2 + E_z^2} \exp[i \arctg(E_z/E_x)]$. Вектор E вращается в нормальной к поверхности металла плоскости (x, z) (рис. 1а). Систему уравнений (20), (21) представим в виде одного комплексного уравнения для вектора E ,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \kappa^2 E - \chi E^3 = 0, \quad (22)$$

где $(E^* E) E = E^2 E = E^3$. Решение нелинейного уравнения (22) имеет вид

$$E = a_2 \text{sn}(Z + \phi_0, \tilde{k}), \quad (23)$$

где $\text{sn}(Z + \phi_0, \tilde{k})$ – эллиптический синус Якоби, $Z = (\chi a_1^2 / 2)^{1/2} z$, $\phi_0 = \text{sn}[E(0), \tilde{k}]$, $\tilde{k} = a_2 / a_1$ – модуль эллиптического интеграла [27], $a_1^2 = \frac{1}{\chi} \times \left\{ \kappa^2 + [\kappa^4 - 2\chi E_0^2]^{1/2} \right\}$, $a_2^2 = \frac{1}{\chi} \left\{ \kappa^2 - [\kappa^4 - 2\chi E_0^2]^{1/2} \right\}$, $E_0^2 = (dE/dz)_0^2 + (\alpha_M^2 + k_0^2 \epsilon_{ML}) E(0)^2 - \chi E(0)^4 / 2$. В случае краевых условий $E_0^2 \rightarrow 0$ модуль эллиптического интеграла стремится к нулю $\tilde{k} \rightarrow 0$, то-

гда $\text{sn}(Z) \rightarrow \sin(Z)$, т.е. поток ППП имеет форму гармонической волны. В случае, когда $E_0^2 \rightarrow \kappa^4/2\chi$, модуль стремится к единице $\tilde{k} \rightarrow 1$, тогда $\text{sn}(Z, 1) \rightarrow \text{th}(Z)$ при $Z < 0$, т.е. формируется ударная волна ППП, и $\text{sn}(Z, 1) \rightarrow \text{cth}(Z)$ при $Z > 0$.

Выражение (23) для двухкомпонентного электрического вектора в форме эллиптического синуса представляет нелинейную ТМ-моду ППП на границе раздела металла и воздуха. В нелинейном режиме ППП распространяются в форме эванесцентной кноидальной волны $\sim \exp(\alpha_M x) \text{sn}(Z + \phi_0, \tilde{k}) \exp(-i\omega t)$ с гармонической зависимостью от времени. Огибающие нелинейной ТМ-моды ППП в фиксированный момент времени при разных значениях модуля эллиптического интеграла \tilde{k} представлены на рис. 2.

Из анализа вида огибающих нелинейных мод ППП, представленных на рис. 2, следует, что при увеличении значения E_0^2 , т.е. модуля \tilde{k} эллиптического интеграла, период ППП волн увеличивается, а форма огибающих меняется. Изменение параметров ТМ-моды ППП возможно с помощью варьирования условий ее возбуждения $(dE/dz)_0^2$ и мощности источника $\sim E(0)^2$, таким образом, можно управлять периодом кноидальной волны, представляющей нелинейную моду ППП.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поверхностные плазмон-поляритоны представляют собой гибридные волны, обусловленные взаимодействием фотонов, фононов и свободных электронов (электронной жидкости) на границе раздела диэлектрической и проводящей сред. Квантовая гидродинамическая модель, основанная на преобразовании Маделунга для уравнения Шредингера, позволяет последовательно описать физические механизмы, обуславливающие нелинейный отклик свободных электронов в металле на воздействие внешнего электромагнитного поля.

Динамика ППП зависит от параметров сред и параметров возбуждающей электромагнитной волны. В линейном и в нелинейном режимах на границе раздела немагнитных диэлектрической и проводящей сред формируется ТМ-мода ППП. В линейном режиме формируются гармонические волны, а в нелинейном режиме возникают кноидальные плазмон-поляритонные волны, параметры которых зависят от плотности энергии возбуждающей электромагнитной волны и свойств граничащих сред. Профили огибающих

плазмон-поляритонных кноидальных волн и их периоды трансформируются при изменении мощности источника и/или условий возбуждения ППП на границе раздела сред, таким образом периодом нелинейной волны ППП можно управлять.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-72-20154).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Агранович В.М., Миллс Д.Л.* Поверхностные поляритоны. М.: Наука, 1985. 525 с.
2. *Zayats A.V., Smolyaninov I.I.* // J. Opt. A. 2003. V. 5. P. S16.
3. *Майер С.А.* Плазмоника: теория и приложения. М.—Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2011. 296 с.
4. *Климов В.В.* Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2010, 480 с.
5. *Dzedolik I.V.* Solitons and nonlinear waves of phonon-polaritons and plasmon-polaritons. N.Y.: Nova Science Publishers, 2016. 157 p.
6. *Stockman M.I., Kneipp K., Bozhevolnyi S.I. et al.* // J. Opt. 2018. V. 20. Art. No 043001.
7. *Stockman M.I.* // Opt. Expr. 2011. V. 19. No 22. Art. No 22029.
8. *Губин М.Ю., Гладуш М.Г., Прохоров А.В.* // Опт. и спектроск. 2019. Т. 126. № 1. С. 77; *Gubin M.Yu., Gladush M.G., Prokhorov A.V.* // Opt. Spectrosc. 2019. V. 126. No 1. P. 83.
9. *Zhang C., Liang D., Kurczveil G. et al.* // Optica. 2019. V. 6. No 9. P. 1145.
10. *Давыдов А.С.* Теория твердого тела. М.: Наука, Физматлит, 1976. 639 с.
11. *Сухоруков А.П.* Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике. М.: Наука, Физматлит, 1988. 232 с.
12. *Рыскин Н.М., Трубецков Д.И.* Нелинейные волны. М.: Наука. Физматлит, 2000. 296 с.
13. *Шукла П.К., Элиассон Б.* // УФН. 2010. Т. 180. № 1. С. 55; *Shukla P.K., Eliasson B.* // Phys. Usp. 2010. V. 53. No 1. P. 51.
14. *Маймистов А.И.* // Квант. электрон. 2010. Т. 40. № 9. С. 756; *Maimistov A.I.* // Quant. Electron. 2010. V. 40. No 9. P. 756.
15. *Dzedolik I.V., Pereskokov V.* // J. Phys. Conf. Ser. 2016. V. 737. Art. No 012006.
16. *Sazonov S.V.* // J. Phys. Conf. Ser. 2018. V. 1068. Art. No 012012.
17. *Dzedolik I.V.* // J. Opt. 2014. V. 16. Art. No 125002.
18. *Prokhorov A.V., Gladush M.G., Gubin M.Yu. et al.* // Eur. Phys. J. D. 2014. Art. No 68:158.
19. *Dzedolik I.V., Lapayeva S., Pereskokov V.* // J. Opt. 2016. V. 18. Art. No 074007.
20. *Dzedolik I.V., Pereskokov V.* // JOSA A. 2016. V. 33. No 5. P. 1004.

21. *Sazonov S.V.* // Phys. Rev. A. 2019. V. 100. Art. No 043828.
22. *Маймистов А.И., Ляшко Е.И.* // Опт. и спектроск. 2019. Т. 127. № 11. С. 804; *Maimistov A.I., Lyashko E.I.* // Opt. Spectrosc. 2019. V. 127. No 11. P. 871.
23. *Luo X., Tsai D.-P., Gu M. et al.* // Adv. Opt. Photon. 2018. V. 10. No 4. P. 757.
24. *Madelung E.* // Zeit. Phys. 1927. V. 40. P. 322.
25. *Заболотский А.А.* // ЖЭТФ. 2012. Т. 141. № 5. С. 803; *Zabolotskii A.A.* // JETP. 2012. V. 114. No 5. P. 699.
26. *Ginzburg P., Hayat A., Berkovitch et al.* // Opt. Lett. 2010. V. 35. No 10. P. 1551.
27. *Двайт Г.Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, Физматлит, 1978. 224 с.

Linear and nonlinear phenomena in a flow of surface plasmon-polaritons

I. V. Dzedolik*

V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, 295007 Russia

**E-mail: igor.dzedolik@cfuv.ru*

Received July 20, 2020; revised August 28, 2020; accepted September 28, 2020

The processes of excitation and propagation of plasmon-polariton modes at the single interface of dielectric medium and metal in linear and nonlinear regimes are considered. The physical mechanisms of appearance of nonlinear response of free electrons in the metal based on the quantum hydrodynamic model are described. It is shown that in the nonlinear regime, the period and profile of the envelope of cnoidal wave of the surface plasmon polaritons are changed depending on the conditions of excitation and the energy density of the exciting electromagnetic wave.