

УДК 532.526.4

## ОСОБЕННОСТИ ТЕЧЕНИЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПОТОКА С ОБРАТНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ

© 2021 г. О. Н. Мельникова<sup>1, \*</sup>, К. В. Показеев<sup>1</sup>, Х. Ян<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, физический факультет, Москва, Россия

\*E-mail: olamel@yandex.ru

Поступила в редакцию 20.07.2020 г.

После доработки 28.08.2020 г.

Принята к публикации 28.09.2020 г.

Экспериментально получены вертикальные профили скорости в пограничном слое потока с обратным градиентом давления в различных фазах периодического процесса торможения жидкости. При максимальном падении скорости профиль имеет локальный минимум с двумя точками перегиба у верхней границы вязкого слоя, где в этот момент формируются цепочки вихрей, что свидетельствует о потере устойчивости ламинарного движения.

DOI: 10.31857/S0367676521010233

### ВВЕДЕНИЕ

Во всех технических и природных системах, включающих потоки жидкости, возникает взаимодействие течений и твердых поверхностей. В тонком слое потока, прилегающем к стенке, вязкость доминирует, и жидкость течет без проскальзывания, в отличие от “идеальной” жидкости. Выше вязкого слоя существует область, где вязкость еще сильно влияет на течение, образуя пограничный слой. Хотя двухслойная модель немного упрощена, этот подход является практически способом моделирования. Течение жидкости удовлетворяет уравнению Навье–Стокса, включающего влияние вязкой диффузии и градиента давления. Для несжимаемой жидкости

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{\vec{\nabla}p}{\rho} + \nu\Delta\vec{u}, \quad \vec{\nabla}\vec{u} = 0, \quad \vec{u}|_S = 0, \quad (1)$$

где  $\vec{u}$  – скорость течения,  $\rho, \nu$  – плотность и кинематическая вязкость жидкости,  $p$  – давление,  $t$  – время,  $S$  – поверхность раздела. Для стационарных потоков без градиента давления на основе соображений подобия получен вертикальный профиль скорости  $u(y)$ , называемый “универсальным законом стенки” [1]:

$$u = u_* \left( \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_*}{\nu} + C \right), \quad u_* = \sqrt{\nu \frac{\partial u}{\partial y}}, \quad \kappa, C = \text{const.} \quad (2)$$

В [1] Прандтль впервые предположил, что под действием положительного градиента давления в пограничном слое потока течение должно тормо-

зиться вплоть до полной остановки жидкости, нарушая устойчивость ламинарного течения, что приводит к возникновению вихрей. Математическое моделирование таких нестационарных пограничных течений является сложной задачей, которую пока решить не удалось. Были сделаны попытки эмпирически подобрать параметры и способы нормировки, чтобы представить вертикальные профили усредненной по времени скорости замедляющегося течения в виде экспонент, подобной решению (2), однако решить эту задачу не удалось [2]. Профили скорости, полученные в зонах замедления стационарного течения методами прямого численного моделирования, имеют однородный участок в тонком слое у дна канала вместо линейного распределения по вертикали, зафиксированного в экспериментальных и натурных условиях [2–5]. Форма профиля имеет точку перегиба, но не гарантирует потерю устойчивости ламинарного течения к малым возмущениям. В [6] экспериментально показано, что в прямом канале в пограничном слое потока с обратным градиентом давления имеет место нестационарный циклический процесс торможения жидкости, а каждый цикл заканчивается формированием цепочки цилиндрических вихрей с горизонтальной осью, направленной в поперечном направлении. В [7] экспериментально зафиксирован периодический выброс возмущений у стенки в потоке с положительным градиентом давления в зоне резкого расширения прямой трубы и замедления течения. В исследованиях замедляю-

щихся потоков [6, 7] при малых числах Рейнольдса  $Re < 10^4$  потеря устойчивости ламинарного движения не зависела от числа  $Re$  и энергии возмущений, что свидетельствует о линейном характере потери устойчивости. Можно предположить, что в процессе торможения форма профилей скорости меняется, и, что существует критическая фаза периодического процесса торможения, в которой на профиле формируется особенность, обеспечивающая потерю устойчивости ламинарного движения для бесконечно малых возмущений. Для проверки сделанного предположения необходимо получить экспериментально вертикальные профили скорости в различных фазах процесса торможения течения в потоках с обратным градиентом давления. Решение этой задачи является целью настоящей работы.

### МЕТОДИКА И АППАРАТУРА

Эксперименты проводились в прямом канале с гладкими прозрачными стенками из оргстекла длиной 3.5 м, шириной 15 см, с регулируемым наклоном дна. Были исследованы равномерные потоки с нулевой составляющей градиента давления в направлении движения  $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$  и потоки с обратным градиентом давления  $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ . Расход воды не менялся во времени. Толщина слоя воды составляла  $2.1 < h < 3.1$  см. Максимальная (в сечении) скорость потоков в серии экспериментов составляла  $15 < U_{max} < 40$  см  $\cdot$  с $^{-1}$ , продольный градиент скорости не превышал по модулю  $0.1$  с $^{-1}$ . Для исследования поля скорости использовалась видеозапись перемещения частиц с плотностью  $\rho = 1.05$  г  $\cdot$  см $^{-3}$  и средним диаметром 0.2 мм. Размер частиц позволял разрешать скорость течения в вязком слое потока толщиной порядка 2 мм. Видеозапись велась через боковую стенку канала. Скорость видеозаписи – 25 кадров в секунду. Камера вручную фокусировалась на ось канала, чтобы по четкости изображения отличать и использовать частицы, перемещающиеся вдали от вертикальных стенок. Рабочий участок занимал 15–18 см вдоль продольной оси канала. Обработка данных видеозаписи с помощью программы Adobe Photoshop позволила получить траектории и скорости частиц, одновременно перемещавшихся вдоль рабочего участка на разных горизонтах. Скорость потока определялась по смещению частиц от кадра к кадру. Для исследования поля скорости основного плоскопараллельного течения учитывалось перемещение только тех частиц, которые имели горизонтальные траектории, на-

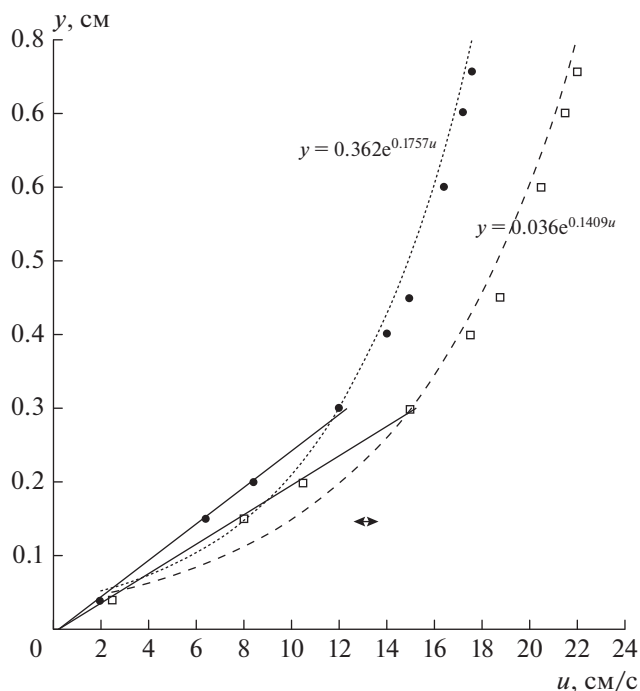
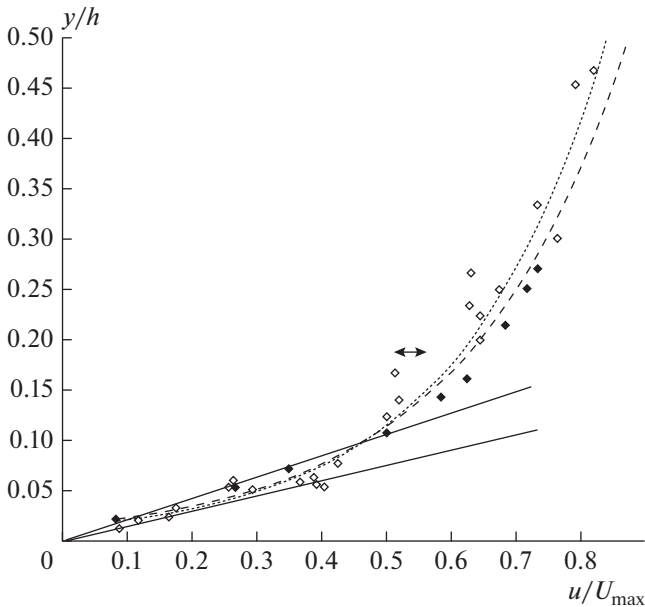


Рис. 1. Вертикальные профили средней скорости равномерного потока.  $h = 3$  см,  $U_{max} = 24$  и  $30$  см  $\cdot$  с $^{-1}$ . Линии аппроксимируют экспериментальные данные (маркеры).

правленные вдоль оси канала (оси  $x$ ). Такой выбор частиц исключал учет возмущений, вносимых вихрями, скорость и траектория которых отличаются от скорости и линий тока основного плоскопараллельного течения [6, 8]. Среднее значение скорости для координаты  $x$ ,  $y$ ,  $z$  определялось по нескольким частицам, имеющим близкие траектории.

### РАВНОМЕРНОЕ ТЕЧЕНИЕ

Экспериментальные данные показали, что в стационарных равномерных потоках средняя скорость течения, определенная по перемещению частиц нейтральной плавучести вдоль оси канала на данном горизонте, меняется в пределах доверительного интервала  $1.5$  см  $\cdot$  с $^{-1}$  для вероятности 0.67. Доверительный интервал получен при усреднении данных для 10 частиц на всем рабочем участке. Вертикальные профили средней скорости потока глубиной  $h = 3$  см для двух значений  $U_{max}$  приведены на рис. 1. Из приведенных данных следует, что в равномерных потоках у дна существует вязкий слой с линейной зависимостью  $u(y)$ . Выше вязкого слоя экспериментальные данные можно аппроксимировать экспонен-



**Рис. 2.** Равномерный (закрашенные маркеры) и замедляющийся (пустые маркеры) потоки.  $U_{max} = 30 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $h = 3 \text{ см}$ . Время усреднения — несколько циклов процесса торможения. Стрелка — доверительный интервал.

циальной зависимостью  $y(u)$ , подобной (2). Толщина вязкого слоя определяется точкой пересечения линий тренда: линейной функции для вязкого слоя и экспоненты для внешней части пограничного слоя. В исследованном диапазоне значений скорости ( $15 < U_{max} < 40 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ ) при глубине потока  $h = 3 \text{ см}$  толщина вязкого слоя составляет  $\delta \approx 0.1h$ , а скорость  $u(\delta) \approx 0.5U_{max}$ . При нормировке данных на глубину слоя воды и максимальную в сечении скорость течения вертикальные профили средней скорости равномерных потоков в канале с гладким дном подобны во всем пограничном слое.

### СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ РАВНОМЕРНЫХ И ЗАМЕДЛЯЮЩИХСЯ ТЕЧЕНИЙ

На рис. 2 приведены нормированные профили усредненной по времени скорости для двух потоков одинаковой глубины и одинаковой максимальной в сечении скорости. Один из потоков — равномерный, а второй — с обратным градиентом давления. Время усреднения значений скорости на порядок превышало период процесса торможения замедляющегося потока. Во внешней области пограничного слоя экспоненциальные линии тренда экспериментальной зависимости  $y(u)$  равномерного и замедляющегося потоков очень

близки, что свидетельствует о подобии профилей выше вязкого слоя. В замедляющемся потоке толщина слоя с линейным профилем средней скорости  $\delta \approx 0.06h$ , это значение меньше, чем в равномерном потоке. Скорость течения на верхней границе вязкого слоя  $u(\delta) \approx 0.4U_{max}$  тоже меньше, чем в равномерном потоке. Во внешнем слое скорость замедляющегося потока ниже, а отклонения скорости от линии тренда выше, чем в равномерном потоке на всех горизонтах. Это связано с периодическим торможением жидкости в потоке с обратным градиентом давления. Форма профиля в замедляющемся потоке подобна профилю (2) и не содержит особенностей, гарантирующих потерю устойчивости ламинарного движения. Для объяснения неустойчивости течения замедляющегося потока и формирования вихрей в фазе максимального торможения жидкости, наблюдаемого в эксперименте [5], было исследовано изменение формы вертикального профиля скорости в различных фазах процесса торможения.

### ПРОФИЛИ СКОРОСТИ ТЕЧЕНИЯ В РАЗЛИЧНЫХ ФАЗАХ ПРОЦЕССА ТОРМОЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

На рис. 3 приведены зависимости  $u(x)$ , полученные для частиц, перемещающихся на различных горизонтах. Скорость жидкости определялась по смещению частиц на последовательных кадрах видеозаписи. Толщина слоя воды составляла  $3 \text{ см}$ ,  $U_{max} = 24 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial x} \approx -0.01 \text{ с}^{-1}$  на свободной поверхности. На верхних горизонтах  $y > 0.8 \text{ см}$  течение соответствует ламинарному движению. В слое  $y < 0.6 \text{ см}$  зафиксировано резкое замедление течения на всех горизонтах в двух зонах продольной оси:  $3 < x < 4 \text{ см}$  и  $7 < x < 8 \text{ см}$ . Частицы проходят зоны торможения примерно за  $0.2 \text{ с}$  (5 кадров), снижение скорости зависит от фазы торможения и координаты. На рис. 3 приведены зависимости  $u(x)$  частиц, скорость которых минимальная в зонах торможения. Падение скорости происходит периодически с интервалом времени  $0.8 \text{ с}$ . На основе этих данных можно получить вертикальный профиль скорости в фазе максимального торможения жидкости. Для построения профиля проводилось усреднение данных для 10 циклов торможения в этой фазе. На рис. 4 приведены вертикальные профили средней скорости, соответствующие начальной и максимальной фазе торможения. Максимальная скорость течения составляла  $U_{max} = 40 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ , толщина слоя воды  $2.4 \text{ см}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial x} \approx -0.1 \text{ с}^{-1}$ . На профиле,

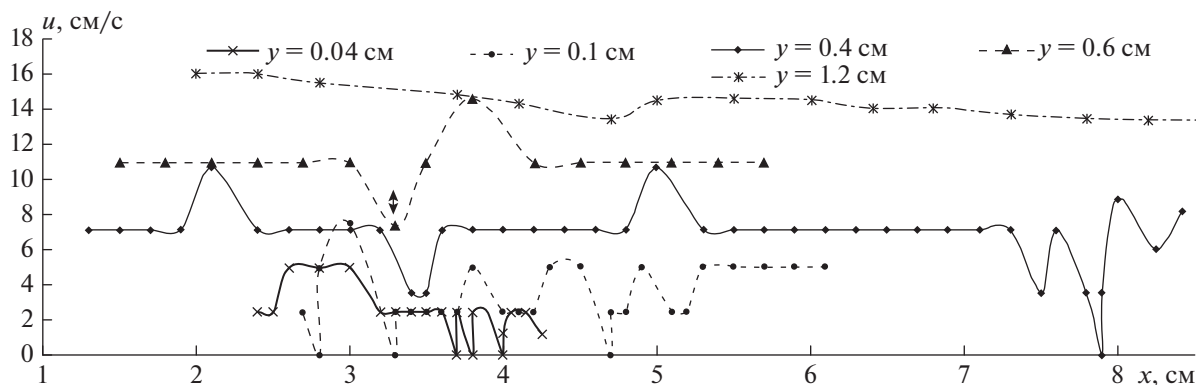


Рис. 3. Изменение скорости частиц вдоль продольной оси. Все частицы имеют минимум скорости в зонах интенсивного торможения.

полученном в начальной фазе торможения, экспериментальные данные хорошо следуют экспоненциальной линии тренда во внешней части пограничного слоя и линейной функции  $u(y)$  в вязком слое у дна канала. Однако скорость течения на всех горизонтах ниже, чем на профилях, полученных вне зон интенсивного торможения жидкости. Скорость на верхней границе слоя с линейным профилем толщиной 0.1 см составляет  $13.2 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ .

На профиле, полученном в фазе максимального торможения, экспериментальные данные обозначены пустыми маркерами, соединенными подгоночной штриховой линией. Такое построение позволяет подчеркнуть форму профиля и показать, что экспериментальный профиль существенно отличается от экспоненциальной линии тренда выше вязкого слоя на координатах  $0.1 < y < 0.48 \text{ см}$ . В этом слое на профиле появилась особенность в виде локального минимума скорости течения с двумя точками перегиба на координатах  $y \approx 0.2$  и  $0.4 \text{ см}$ . В нижней точке перегиба

вторая производная скорости  $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  меняет

знак, а первая производная имеет минимум. Два профиля, приведенных на рис. 4 представляют собой начальную и конечную стадию деформации за один цикл торможения жидкости. Скорость течения убывает под действием обратного градиента давления во всем слое, кроме тонкой придонной области. На профиле сохраняется слой, в котором зависимость  $u(y)$  имеет линейный характер. Толщина слоя с линейным профилем скорости не меняется, скорость на верхней границе слоя уменьшается в 2 раза. Как только на профиле появляется локальный минимум скорости, показанный на рис. 4, в эксперименте фик-

сируется сворачивание цилиндрических вихрей. На рис. 4 приведен кадр видеозаписи, на котором зафиксировано формирование вихря над верхней границей вязкого слоя. Визуализация получена белыми частицами нейтральной плавучести, захваченными вихрем в процессе формирования. Формирование вихря свидетельствует о потере устойчивости ламинарного движения для потока с профилем скорости, содержащим две точки перегиба.

Мгновенные профили, полученные методами прямого численного моделирования для стационарных потоков с обратным градиентом давления, например [3], в вязком слое имеют однородное распределение скорости по вертикальной координате. Полученные нами результаты показывают, что в эксперименте такой однородный участок не формируется. Как только на профиле возникает локальный минимум скорости на верхней границе вязкого слоя, ламинарное течение теряет устойчивость: возникает цепочка вихрей в зонах торможения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная экспериментальная методика позволила изучить поле скорости в пограничном слое равномерных потоков и потоков с обратным градиентом давления в прямом канале с гладким дном. Показано, что вертикальные профили скорости, осредненной на больших временах, имеют линейную зависимость скорости от вертикальной координаты в придонном слое равномерных и замедляющихся потоков и экспоненциальную зависимость  $u(y)$  выше этого слоя. Толщина слоя с линейным профилем скорости максимальна для равномерного потока  $\delta \approx 0.1h$  и уменьшается в замедляющемся потоке. Скорость на верхней

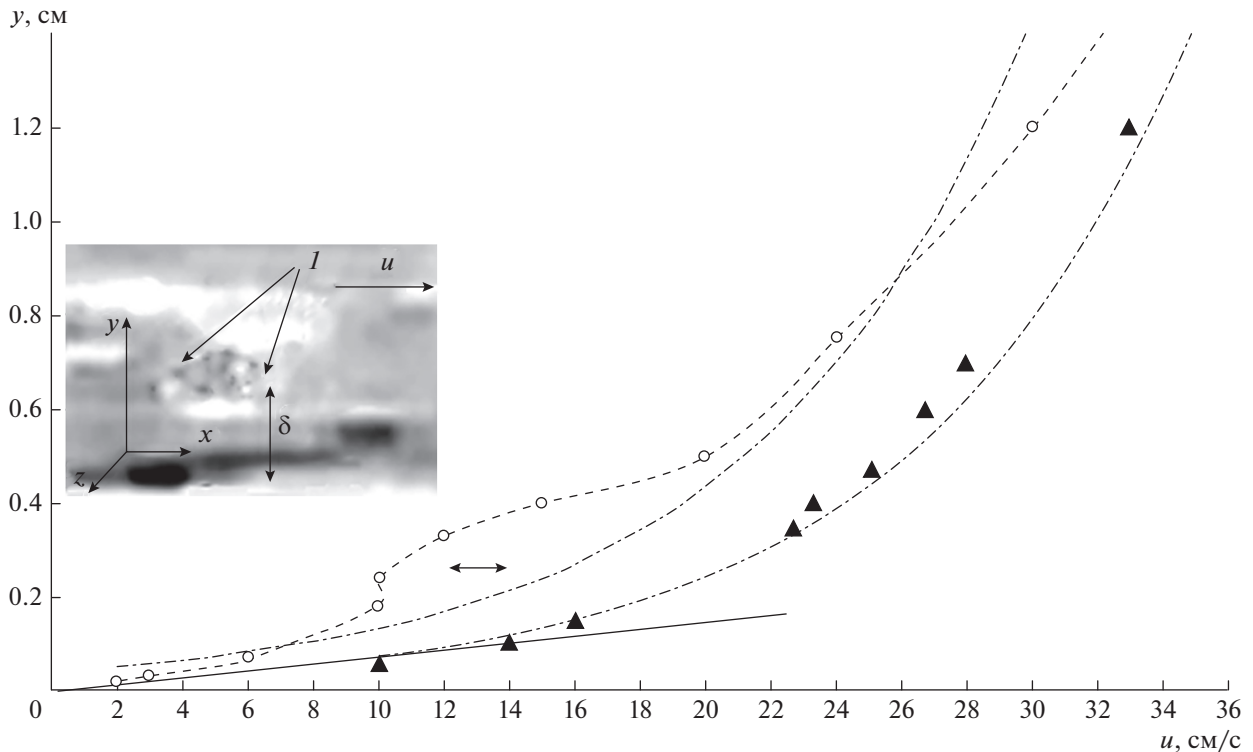


Рис. 4. Вертикальные профили скорости в начальной фазе (закрашенные маркеры) и в фазе максимального торможения (пустые маркеры соединены подгоночной кривой). На врезке кадр видеозаписи — цилиндрический вихрь ( $I$ ).

границе вязкого слоя максимальная в равномерном потоке и составляет  $u(\delta) \approx 0.5U_{max}$ .

В пограничном слое замедляющегося потока течение нестационарное — периодически жидкость тормозится. Процесс торможения имеет наибольшую интенсивность в дискретных зонах, расположенных вдоль оси  $x$ , в слое  $0.04 < \frac{y}{h} < 0.2$ .

В этих зонах на всех горизонтах периодически наблюдается синхронное уменьшение скорости потока, что приводит к постепенной деформации вертикального профиля скорости в течение одного цикла торможения. В начальной фазе профиль подобен профилю, полученному при осреднении данных за несколько циклов торможения. Затем профиль деформируется, а в фазе максимального торможения на вертикальном профиле скорости формируется локальный минимум, имеющий две точки перегиба на координатах  $0.08h$  и  $0.16h$ . Локальный минимум располагается на горизонте  $y = 0.1h$ , соответствующем верхней границе вязкого слоя равномерного потока. В момент формирования локального минимума скорости в слое между точками перегиба в эксперименте фиксируется формирование цилиндрических вихрей, что свидетельствует о потере устойчиво-

сти ламинарного движения. Полученные данные показывают, что для адекватного описания процесса формирования вихрей в потоке с обратным градиентом давления, следует решать нестационарную задачу с начальными данными, учитывающую циклический процесс торможения жидкости в пограничном слое потока жидкости.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Prandtl L. // Proc. Third Inter. Math. Congr. (Heidelberg, 1904). P. 484.
2. Materny M., Drozd A., Elsner V. et al. // Arch. Mech. 2008. V. 60. No 6. P. 449.
3. Ardakani S.R., McKinley G.H. // Phys. Fluids. 2019. V. 31. Art. No 053601.
4. Nagib H.M., Chauhan K.A. // Phys. Fluids. 2008. V. 20. Art. No 101518.
5. Stone M.C., Hotchkiss R.H. // J. Hydr. Res. 2007. V. 45. No 6. P. 752
6. Мельникова О.Н. // Изв. РАН. Физ. атмосф. и океана. 2005. Т. 41. № 5. С. 682; Mel'nikova O.N. // Izv. Atm. Ocean. Phys. 2005. V. 41. No 5. P. 620.
7. Lebon B., Nguyen M.Q., Peixinho J. et al. // Phys. Fluids. 2018. V. 30. Art. No 031701.
8. Ahmadi F., Sanders S., Ghaemi S. // Phys. Rev. Fluids. 2020. V. 5. Art. No 014302.

**Features of the flow of an adverse pressure gradient boundary layer****O. N. Melnikova<sup>a, \*</sup>, K. V. Pokazeev<sup>a</sup>, H. Yang<sup>a</sup>**<sup>a</sup>*Lomonosov Moscow State University, Department of Physics, Moscow, 119992 Russia**\*E-mail: olamel@yandex.ru*

Received July 20, 2020; revised August 28, 2020; accepted September 28, 2020

It was experimentally obtained vertical velocity profiles in the boundary layer of the flow with an inverse pressure gradient in various phases of the periodic process of fluid deceleration. At the maximum drop in velocity, the profile has a local minimum with two inflection points at the upper boundary of the viscous layer, where at that moment chains of vortices form, which indicates a loss of stability of the laminar motion.