

УДК 535.3

## ТРЕХМЕРНЫЕ ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКИЕ ОПТИЧЕСКИЕ ИМПУЛЬСЫ В НЕИДЕАЛЬНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ ИЗ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК

© 2021 г. Ю. В. Двужилова<sup>1</sup>, И. С. Двужиллов<sup>1</sup>, \*, М. Б. Белоненко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
“Волгоградский государственный университет”, Волгоград, Россия

\*E-mail: dvuzhilov.ilya@volsu.ru

Поступила в редакцию 05.07.2021 г.

После доработки 26.07.2021 г.

Принята к публикации 27.08.2021 г.

Выполнено теоретическое исследование и численное моделирование динамики трехмерных предельно коротких оптических импульсов в среде с пространственно-модулированным показателем преломления, с учетом дефекта (неидеальном фотонном кристалле), на основе углеродных нанотрубок. Установлено стабильное распространение импульса в такой среде. Выявлено влияние параметров показателя распространения фотонного кристалла (глубина и период модуляции, глубина и ширина дефекта) на форму огибающей и групповую скорость волнового пакета импульса.

DOI: 10.31857/S036767652112005X

### ВВЕДЕНИЕ

В общем смысле фотонный кристалл представляет собой сверхрешетку, в которой существует дополнительная модуляция показателя преломления с характерным масштабом периодичности порядка длины волны проходящего сквозь него импульса [1]. Из-за наличия фотонных запрещенных зон в спектре электромагнитных возбуждений фотонного кристалла появляется возможность контроля и управления скоростью оптического излучения, распространяющегося в нем, а также локализацией электромагнитных волн на дефектах решетки. Эта уникальная комбинация локализации электромагнитного излучения и управления его параметрами (формой огибающей и групповой скоростью волнового пакета) отличает фотонно-кристаллические материалы от любой из ранее изучаемых оптических сред [2]. Одним из наиболее интересных свойств фотонных кристаллов является то, что в присутствии дефекта может возникать дополнительная локализация оптического импульса в дефектных модах [3, 4].

В качестве материала для построения фотонного кристалла могут выступать углеродные нанотрубки, обладающие уникальными физико-химическими свойствами [5, 6].

К вопросам распространения солитоноподобных импульсов в различных нелинейных средах проявляется широкий интерес среди ученых, занимающихся нелинейной оптикой [7–9]. Так,

например, в работе [10] показано влияние присутствия дефектов в наноструктурированных мишенях на интерференционные спектры при излучении аттосекундных импульсов электромагнитного поля. В частности, исследованию распространения предельно коротких оптических импульсов в фотонном кристалле на основе полупроводниковых нанотрубок посвящено достаточное количество работ нашей научной группы [11–13], однако, до сих пор нами рассматривалась идеальная структура. Все аргументы, изложенные выше, послужили стимулом для написания данной статьи.

### ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Геометрия рассматриваемой задачи предполагает, что импульс распространяется в направлении оси  $OZ$ , в этом же направлении показатель преломления фотонного кристалла имеет пространственную модуляцию. Ось углеродных нанотрубок перпендикулярна  $OZ$ , а ток и электрическое поле импульса направлены вдоль нее.

В работе использованы некоторые приближения:

1. Электрическое поле подложки не учитывается;
2. Используется приближение сплошной среды, считается, что ток равномерно распределен по объему фотонного кристалла. Это приближение справедливо, поскольку геометрические размеры нанотрубок и расстояния между ними, на

1–2 порядка меньше, чем размер области локализации электрического поля импульса.

Уравнения Максвелла на вектор-потенциал электрического поля импульса, с использованием калибровки ( $\vec{E} = -\partial\vec{A}/c\partial t$ ) имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2} - \frac{n^2(z)\partial^2 \vec{A}}{c^2 \partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}(\vec{A}) = 0; \quad (1)$$

здесь  $\vec{A} = (0, A(x, y, z, t), 0)$  – вектор-потенциал электрического поля импульса;  $n(z)$  – пространственно модулированный показатель преломления среды, который задает фотонный кристалл;  $c$  – скорость света;  $\vec{j} = (0, j(x, y, z, t), 0)$  – плотность электрического тока.

Плотность тока, который образуется благодаря взаимодействию поля импульса с электронами в зоне проводимости нанотрубок, имеет вид [14]:

$$j = 2e \sum_{s=1}^m \int_{ZB} v_s(p) f(p, s) dp, \quad v_s(p) = \frac{\partial \varepsilon_s(p)}{\partial p}; \quad (2)$$

здесь  $e$  – заряд электрона;  $v_s(p)$  – групповая скорость электронов;  $\varepsilon_s(p)$  – закон дисперсии  $\pi$ -электронов в полупроводниковых нанотрубках [15];  $f(p, s)$  – функция распределения, которая в начальный момент времени совпадает с функцией распределения Ферми;  $p$  – квазиимпульс электронов;  $s = 1, \dots, m$ ;  $m$  – количество элементарных ячеек по периметру нанотрубки;  $ZB$  – первая зона Бриллюэна.

С учетом преобразований выше, получим эффективное уравнение на вектор-потенциал электрического поля импульса, в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial A}{\partial r} \right) - \frac{n^2(z)\partial^2 A}{c^2 \partial t^2} + \frac{4en_0\gamma_0 a}{c} \times \sum_{q=1} b_q \cos\left(\frac{aeqA}{c}\right) \frac{aeq}{c} = 0, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (3)$$

$$b_q = \sum_{s=1} a_{sq} \int_{ZB} \cos(pq) \frac{\exp\left\{-\frac{\varepsilon_s(p)}{k_B T}\right\}}{1 + \exp\left\{-\frac{\varepsilon_s(p)}{k_B T}\right\}} dp$$

здесь  $n_0$  – концентрация электронов;  $a_{sq}$  – коэффициенты разложения закона дисперсии электронов в ряд Фурье [16];  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура. В данном случае можно полагать, что в распределении поля сохраняется цилиндрическая симметрия, т.е. производной по углу можно пренебречь, что было показано в [17].

Показатель преломления фотонного кристалла, при наличии дефекта, имеет вид:

$$n(z) = \left(1 + \mu \cos\left(\frac{2\pi z}{\chi}\right)\right) \times \left(1 - \beta \exp\left\{\frac{-2\pi(z - z_0)^2}{\delta}\right\}\right), \quad (4)$$

где  $\mu$  – глубина модуляции показателя преломления,  $\chi$  – период модуляции показателя преломления,  $\beta$  – глубина дефекта,  $\delta$  – ширина дефекта.

Форма начального импульса была выбрана в виде Гаусса и имела следующий вид:

$$A|_{t=0} = A_0 \exp\left(-\frac{r^2}{\gamma_r^2}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{\gamma_z^2}\right); \quad (5)$$

$$\frac{dA}{dt}|_{t=0} = A_0 \frac{2uz}{\gamma_z^2} \exp\left(-\frac{r^2}{\gamma_r^2}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{\gamma_z^2}\right);$$

где  $\gamma_z, \gamma_r$  – параметры, определяющие ширину импульса по осям  $z$  и  $r$  соответственно,  $u$  – начальная скорость импульса при входе в среду.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

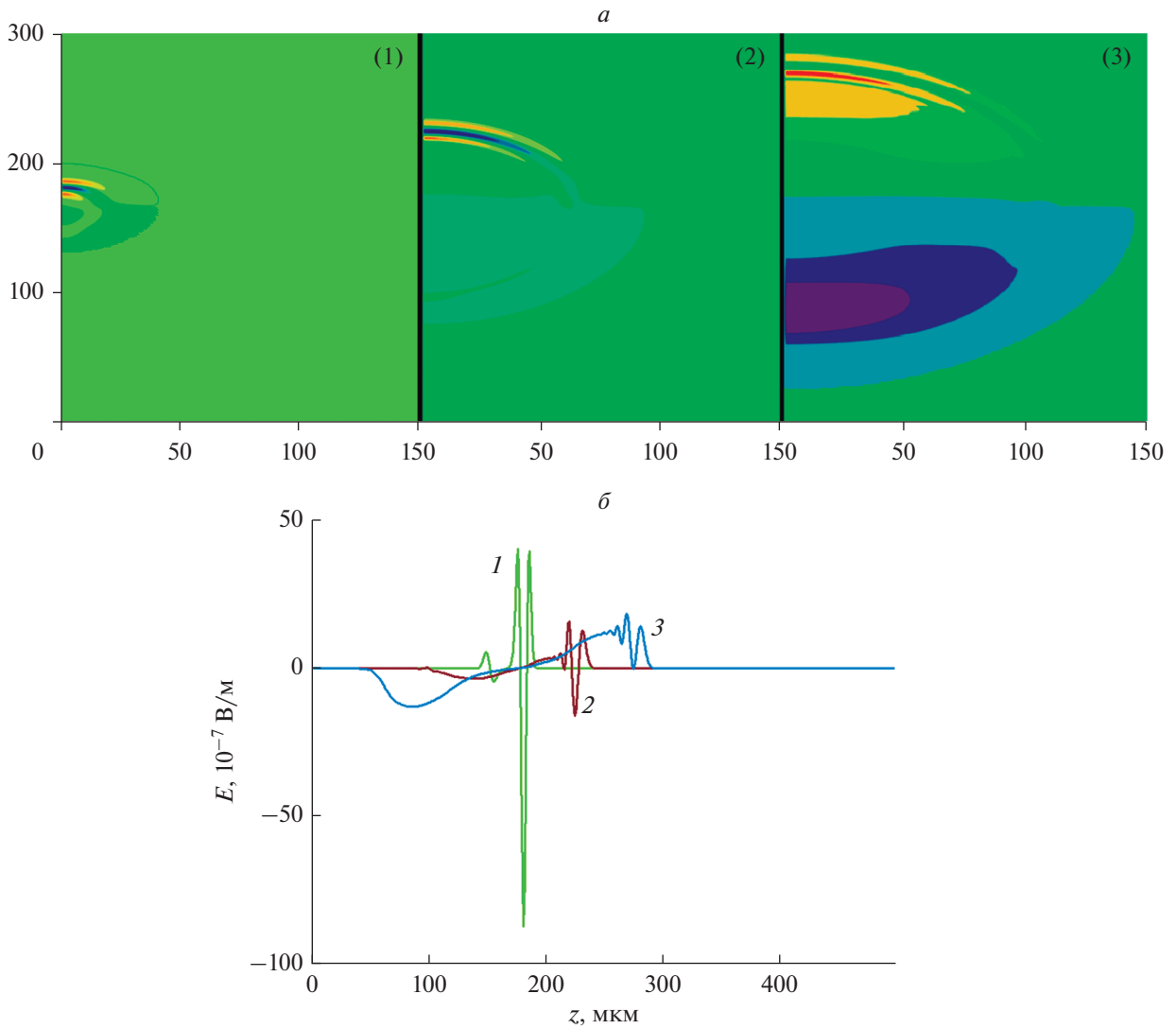
Исследуемое уравнение (3) было решено численно с помощью явной разностной схемы типа “крест” [18]. Параметры исследуемой системы при численном моделировании, выбирались следующим образом:  $m = 13$  (число гексагонов по периметру УНТ),  $T = 293$  К [19], время релаксации в УНТ  $\sim 10^{-11}$  с; длительность импульса  $\sim 10^{-14}$  с.

Эволюция трехмерного импульса электромагнитного поля при его распространении в неидеальном фотонном кристалле из УНТ представлена на рис. 1.

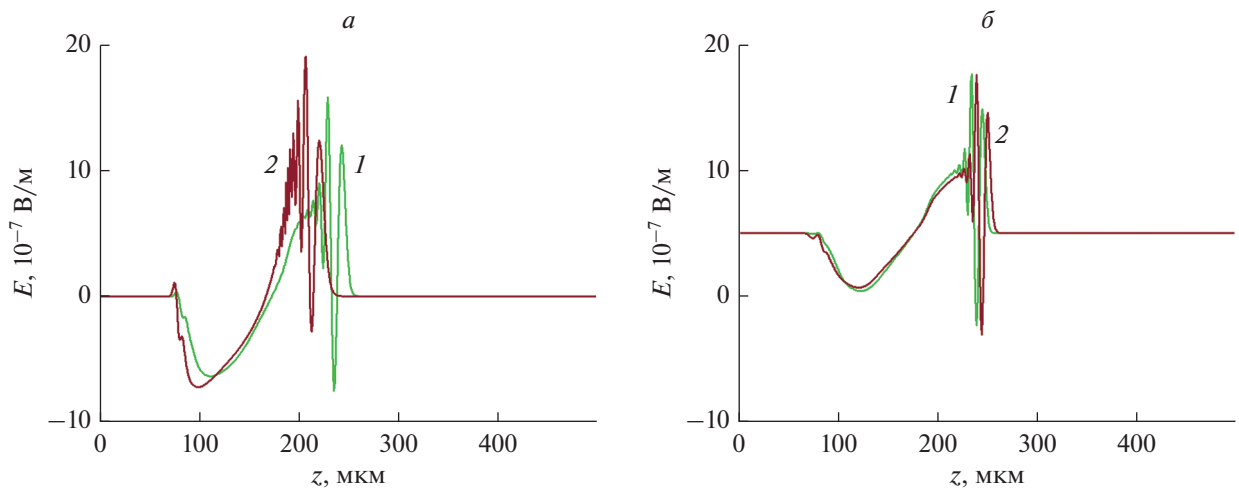
Из представленного рисунка видно, что энергия импульса остается локализованной в ограниченной области пространства. Однако амплитуда падает, это связано с тем, что импульс сталкивается с дефектом фотонного кристалла на времени около 4–5 пс и происходит его частичное отражение. Параметры неидеального фотонного кристалла, при котором проводилось численное моделирование, следующие: период модуляции показателя преломления – 2.5 мкм, глубина модуляции показателя преломления – 0.25, глубина дефекта – 0.2, ширина дефекта – 1 мкм.

На рис. 2 показана зависимость динамики импульса от параметров модуляции показателя преломления неидеального фотонного кристалла на основе углеродных нанотрубок.

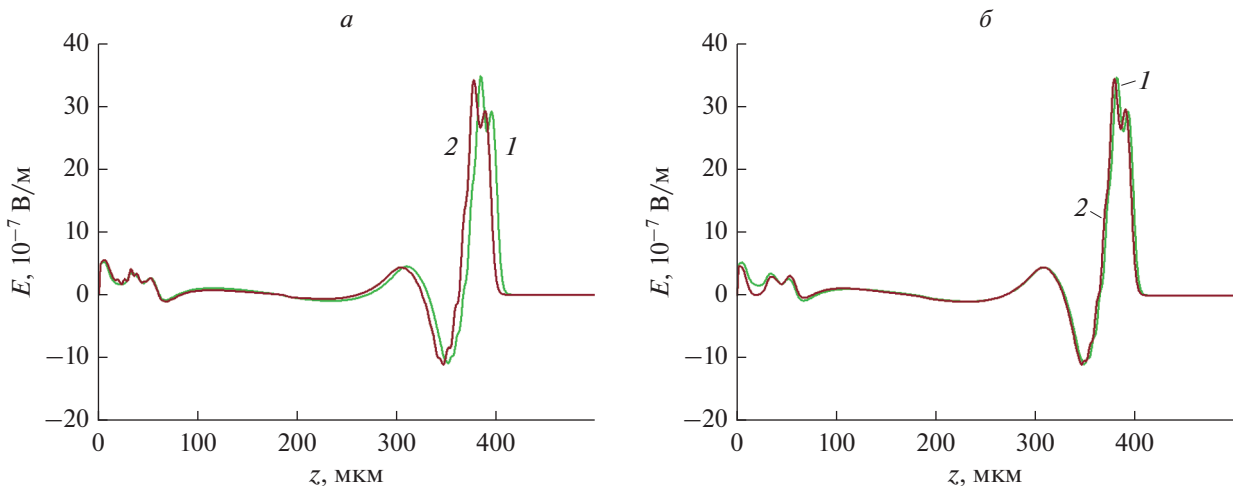
Изменение параметров показателя преломления неидеального фотонного кристалла из УНТ влияют, в первую очередь, на групповую скорость



**Рис. 1.** Динамика трехмерного ПКОИ в неидеальном фотонном кристалле из УНТ в фиксированные моменты времени 2 (1), 8 (2), 14 пс (3). По осям отложены единицы координат (мкм) и цветом – электрическое поле (В/мкм) (а); продольные срезы импульса при  $r = 0$  (б).



**Рис. 2.** Продольные срезы импульса при  $r = 0$  в неидеальном фотонном кристалле из УНТ в фиксированный момент времени 10 пс в зависимости от параметров показателя преломления: глубины  $\mu = 0.3$  (1), 0.7 (2) (а), периода модуляции  $\chi = 5$  (1), 7.5 мкм (2) (б).



**Рис. 3.** Продольные срезы импульса при  $r = 0$  в фиксированный момент времени 30 пс в зависимости от параметров дефекта фотонного кристалла: глубины  $\beta = 0.5$  (1), 0.8 (2) (а), ширины  $\delta = 5$  (1), 10 мкм (2) (б).

волнового пакета импульса и его форму. С увеличением глубины модуляции происходит замедление импульса, из-за увеличения процессов интерференции в узлах фотонного кристалла. Таким образом появляется возможность контролировать скорость импульса, меняя параметры показателя преломления фотонного кристалла из УНТ, что является актуальным результатом, применимым на практике.

Следующий результат (рис. 3) касается зависимости динамики трехмерного предельно короткого импульса от параметров дефекта фотонного кристалла из УНТ.

Глубина дефекта, присутствующего в фотонном кристалле оказывает не значительное действие в основном на групповую скорость импульса (рис. 3а). Увеличение глубины дефекта приводит к замедлению импульса. Ширина дефекта на времени 30 пс (т.е. импульс уже преодолел дефект) оказывает незначительное влияние только на форму отраженного импульса (рис. 3б).

Следует отметить, что на больших временах 30 пс, когда импульс уже прошел несколько дисперсионных длин, форма импульса стабилизируется и его энергия сосредоточена в ограниченной области пространства.

По итогам проведенного численного моделирования динамики трехмерного предельно короткого оптического импульса в неидеальном фотонном кристалле на основе полупроводниковых углеродных нанотрубок можно сделать следующий вывод: На временах нескольких дисперсионных длин (порядка 30 пс) импульс распространяется устойчиво, происходит стабилизация его формы после преодоления дефекта фотонного кристалла. Параметры модуляции показателя преломления фотонного кристалла оказывают суще-

ственное влияние на групповую скорость волнового пакета импульса, таким образом, изменяя эти параметры становится возможным контролировать скорость импульса, что в свою очередь важно для практических приложений.

Численное моделирование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках темы государственного задания (проект № 0633-2020-0003).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Joannopoulos J., Meade R., Winn J.* Photonic crystals. Princeton: Princeton Univ., 1995. 137 p.
2. *Шабанов В.Ф., Ветров С.Я., Шабанов А.В.* Оптика реальных фотонных кристаллов. Жидкокристаллические дефекты, неоднородности. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2005. 209 с.
3. *John S.* // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 2486.
4. *Yannopoulos V., Modinos A., Stefanou N.* // Phys. Rev. B. 2002. V. 65. Art. № 235201.
5. *Харрис П.* Углеродные нанотрубки и родственные структуры. Новые материалы XXI в. М.: Техносфера, 2003. 336 с.
6. *Дьячков П.Н.* Углеродные нанотрубки: строение, свойства, применения. М.: Бином, 2005. 196 с.
7. *Mihalache D.* // Roman. J. Phys. 2021. V. 73. P. 403.
8. *Сазонов С.В., Соболевский А.Ф.* // Квант. электрон. 2005. Т. 35. № 11. С. 1019.
9. *Li P., Mihalache D., Malomed B.A.* // Phil. Trans. Royal Soc. A. 2018. V. 376 (2124). Art. No. 20170378.
10. *Матвеев В.И., Макаров Д.Н.* // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 103. № 4. С. 314.
11. *Dvuzhilova Y.V., Dvuzhilov I.S., Konobeeva N.N., Belonenko M.B.* // Int. J. Mod. Phys. B. 2020. Art. No. 2150017.
12. *Zhukov A.V., Bouffanais R., Belonenko M.B. et al.* // Eur. Phys. J. D. 2015. V. 69. No. 5. P. 129.

13. Zhukov A.V., Bouffanais R., Belonenko M.B. et al. // Appl. Phys. B. 2017. V. 123. No. 7. P. 196.
14. Belonenko M. et al. // J. Russ. Las. Res. 2006. V. 27.
15. Dresselhaus M.S., Dresselhaus G., Eklund P.C. Science of fullerenes and carbon nanotubes. San Diego: Academic Press, 1996. 965 p.
16. Konobeeva N.N., Skvortsov D.S. // Math. Phys. Comp. Simul. 2020. V. 23. No. 3. P. 36
17. Zhukov A.V., Bouffanais R., Fedorov E.G., Belonenko M.B. // J. Appl. Phys. 2013. V. 114. Art. No. 143106.
18. Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). М.: Наука, 1975. 632 с.
19. Zhukov A.V., Bouffanais R., Malomed B.A. et al. // Phys. Rev. A. 2016. V. 94. No. 5. Art. No. 053823.

## Three-dimensional few-cycle optical pulses in a non-ideal photonic crystal from carbon nanotubes

Yu. V. Dvuzhilova<sup>a</sup>, I. S. Dvuzhilov<sup>a,\*</sup>, M. B. Belonenko<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Volgograd State University, Volgograd, 400062 Russia

\*e-mail: dvuzhilov.ilya@volsu.ru

A theoretical study and numerical simulation of the dynamics of three-dimensional extremely short optical pulses in a medium with a spatially modulated refractive index, considering a defect (imperfect photonic crystal), based on carbon nanotubes, have been carried out. A stable pulse propagation in such a medium has been established. The influence of the parameters of the propagation index of a photonic crystal (depth and period of modulation, depth and width of a defect) on the shape of the envelope and the group velocity of the pulse wave packet is revealed.